

Тождественные преобразования алгебраических выражений

Часть 1.

Задачи №1,4,9,10,11,13,15,17,18

Свойства степеней

Для любых x и y и любых положительных a и b верны следующие равенства:

$$a^0 = 1; \quad (1.1)$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}; \quad (1.2)$$

$$a^x : a^y = a^{x-y}; \quad (1.3)$$

$$(a^x)^y = a^{xy}; \quad (1.4)$$

$$(ab)^x = a^x b^x; \quad (1.5)$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}; \quad (1.6)$$

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x}. \quad (1.7)$$

Формулы сокращенного умножения

Для любых a , b и c верны следующие равенства:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b); \quad (1.8)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2; \quad (1.9)$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2; \quad (1.10)$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad (1.11)$$

или $(a + b)^3 = a^3 + 3ab(a + b) + b^3;$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad (1.12)$$

или $(a - b)^3 = a^3 - 3ab(a - b) - b^3;$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2); \quad (1.13)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2); \quad (1.14)$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2), \quad (1.15)$$

где x_1 и x_2 — корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

Свойства арифметических корней

Для любых натуральных n и k , больших 1, и любых неотрицательных a и b верны следующие равенства:

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}; \quad (1.16)$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad (b \neq 0); \quad (1.17)$$

$$(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}; \quad (1.18)$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}; \quad (1.19)$$

$$\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k}; \quad (1.20)$$

$$(\sqrt[n]{a})^n = a \quad (a \geq 0); \quad (1.21)$$

$$\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}, \text{ если } 0 \leq a < b; \quad (1.22)$$

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & \text{при } a \geq 0, \\ -a & \text{при } a < 0; \end{cases} \quad (1.23)$$

$$\sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|; \quad (1.24)$$

$$\sqrt[2n+1]{-a} = -\sqrt[2n+1]{a} \quad (a \geq 0). \quad (1.25)$$

Домашнее задание

Упростить и
вычислить

$$1.20 \quad \left(\sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}} - t^3 + \sqrt[3]{\frac{t^5 + 2t^4 + 4t^3}{4 - 4t + t^2}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{t}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{t}} \right).$$

Проверить справедливость равенства

$$\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt[3]{\frac{10 - 7\sqrt{2}}{10 + 7\sqrt{2}}}.$$

Упростить выражение

$$y = \sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}},$$

а затем построить график функции y для $1 \leq x < \infty$.

Задание №1

- В квартире, где проживает Петр, установили прибор учета расхода холодной воды (счетчик). Первого мая счетчик показывал расход 172 куб. м воды, а первого июня — 177 куб. м. Какую сумму должен заплатить Петр за холодную воду за май, если цена 1 куб. м холодной воды составляет 34 руб 17 коп? Ответ дайте в рублях.

Задание №1. ЕГЭ профиль.

- 2.** Теплоход рассчитан на 720 пассажиров и 28 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 60 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

Задание №1. ЕГЭ профиль.

- 3.** В доме, в котором живет Вика, 5 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже находится по 4 квартиры. Вика живёт в квартире № 39. В каком подъезде живёт Вика?

Задание №1. ЕГЭ профиль.

4. Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 10%. Книга стоит 400 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

Задание №1. ЕГЭ профиль.

5. Мобильный телефон стоил 5000 рублей. Через некоторое время цену на эту модель снизили до 4450 рублей. На сколько процентов была снижена цена?

Задание №1. ЕГЭ профиль.

- 6.** Каждый день во время конференции расходуется 80 пакетиков чая. Конференция длится 6 дней. Чай продается в пачках по 50 пакетиков. Сколько пачек нужно купить на все дни конференции?

Задание №1. ЕГЭ профиль.

- 7.** Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 44 мили в час? Ответ округлите до целого числа.

Задание №1. ЕГЭ профиль.

- 13.** Кафельная плитка продаётся коробками по 6 м^2 . Сколько коробок плитки нужно купить, чтобы хватило на облицовку стен площадью 35 м^2 ?

Задание №1. ЕГЭ профиль.

- 15.** В летнем лагере 164 ребенка и 23 воспитателя. В автобус помещается не более 40 пассажиров. Сколько автобусов требуется, чтобы перевести всех из лагеря в город?

Задание №1. ЕГЭ профиль.

- 18.** Одна таблетка лекарства весит 70 мг и содержит 8% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,12 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте четырёх месяцев и весом 5 кг в течение суток?

Задание №1. ЕГЭ профиль.

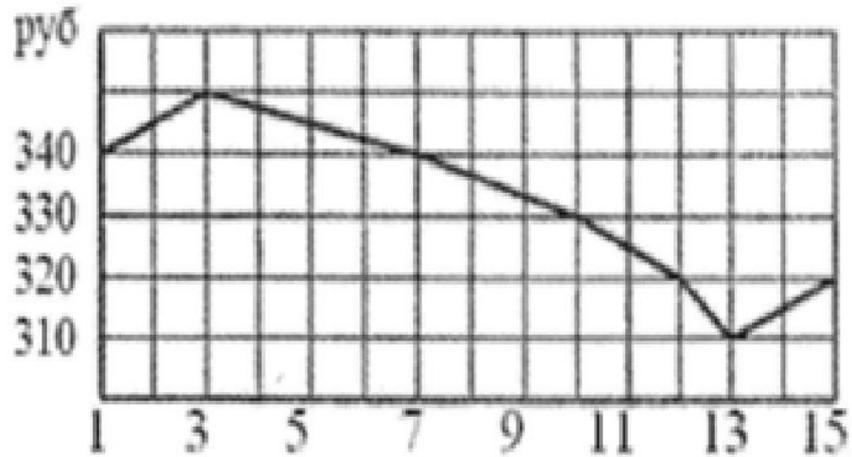
- 19.** Шоколадка стоит 45 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за три шоколадки, покупатель получает четыре (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 280 рублей в воскресенье?

Домашнее задание

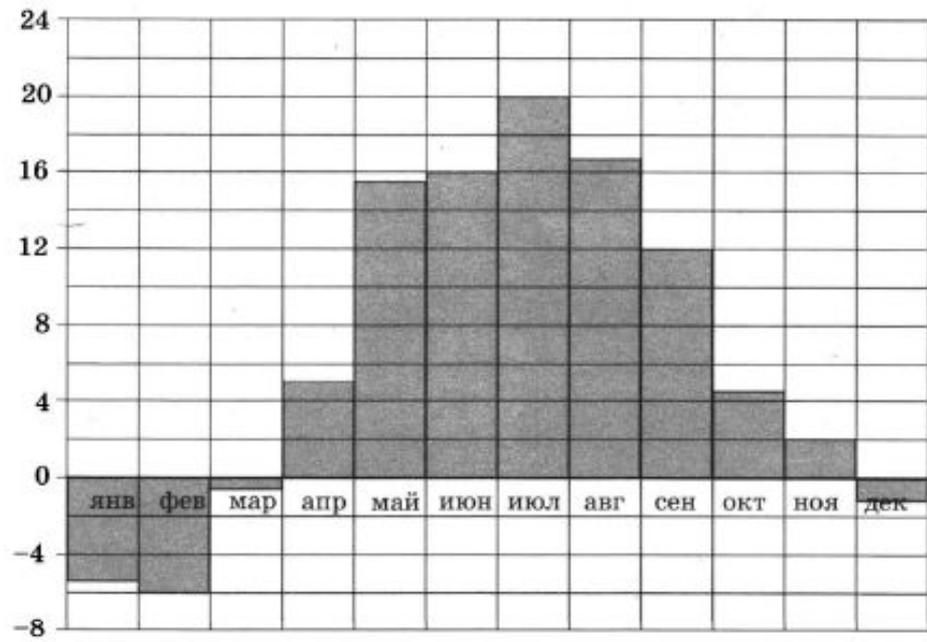
1. В школе 1500 учеников, из них 30% — ученики начальной школы. Среди учеников средней и старшей школы 40% изучают французский язык. Сколько учеников в школе изучают французский язык, если в начальной школе французский язык не изучается?
2. В университетскую библиотеку привезли новые учебники по геометрии для трёх курсов, по 380 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 7 полок, на каждой полке помещается 30 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?
3. Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3500 руб. До установки счётчиков Александр платил за водоснабжение ежемесячно 1100 руб. После установки счётчиков оказалось, что в среднем за месяц он расходует воды на 900 руб. За сколько месяцев установка счётчиков окупится?
4. Дальнобойщик Андрей за месяц проехал 9200 км. Средний расход дизельного топлива на 100 км составляет 30 л. Стоимость 1 л дизельного топлива 22 рубля. Сколько рублей составляет стоимость дизельного топлива, потраченного Андреем за этот месяц?
5. Одна таблетка лекарства весит 20 мг и содержит 10% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 0,5 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте четырёх месяцев и весом 8 кг в течение суток?
6. В пачке 250 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1900 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 6 недель?
7. По тарифному плану «Просто как день» со счёта абонента компания сотовой связи каждый день снимает 19 руб. Если на счёту осталось не больше 19 руб., то на следующий день номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня Лиза положила на свой счёт 800 руб. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёта?
8. Тетрадь стоит 16 рублей. Сколько рублей заплатит покупатель за 60 тетрадей, если при покупке больше 50 тетрадей магазин делает скидку 5% от стоимости всей покупки?
9. Аня купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 43 поездки. Сколько рублей она сэкономила, если проездной билет на месяц стоит 755 рублей, а разовая поездка — 19 рублей?
10. Магазин делает пенсионерам скидку на определенное количество процентов от цены покупки. Дыня стоит в магазине 50 рублей. Пенсионер заплатил за дыню 46 рублей. Сколько процентов составляет скидка для пенсионеров?
11. Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 12 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продаётся в пакетиках по 10 г. Какое наименьшее число пакетиков нужно купить хозяйке для приготовления 6 литров маринада?
12. В сентябре 1 кг огурцов стоил 50 рублей, в октябре огурцы подорожали на 20%, а в ноябре еще на 20%. Сколько рублей стоил 1 кг огурцов после подорожания в ноябре?
13. В супермаркете проходит рекламная акция: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три шоколадки (одна шоколадка в подарок). Шоколадка стоит 24 рубля. Какое наибольшее число шоколадок можно получить на 150 рублей?
14. Летом килограмм черешни стоит 80 рублей. Мама купила 1 кг 800 г черешни. Сколько рублей сдачи она должна получить с 500 рублей?
15. Среди 65 000 жителей города 60% не интересуются футболом. Среди жителей, интересующихся футболом, 75% смотрели по телевизору финал Лиги чемпионов. Сколько жителей города смотрело этот матч по телевизору?
16. В сентябре 1 кг картофеля стоил 20 рублей. В октябре картофель подорожал на 15%. Сколько рублей стоил 1 кг картофеля после подорожания в октябре?
17. В лагере на каждого участника полагается 30 г сахара в день. В лагере 133 человека. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 5 дней?
18. Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 51 милю в час? Ответ округлите до целого числа.

Задание №2. ЕГЭ профиль

На рисунке показано изменение биржевой стоимости одной акции добывающей компании в первой половине апреля 2017 года. 7 апреля бизнесмен приобрёл 1000 акций этой компании. 10 апреля он продал три четверти купленных акций, а 13 апреля продал все оставшиеся. Сколько потерял бизнесмен в результате этих операций?



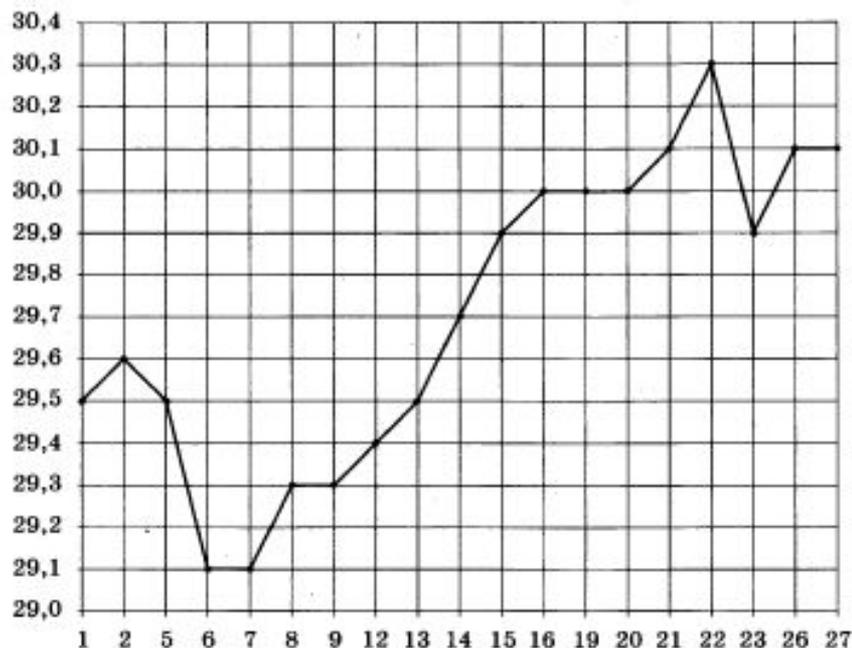
На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



1. Определите по диаграмме, какой была среднемесячная температура в сентябре 2003 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.
2. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 2003 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.
3. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру летом 2003 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.
4. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2003 году с отрицательной среднемесячной температурой.

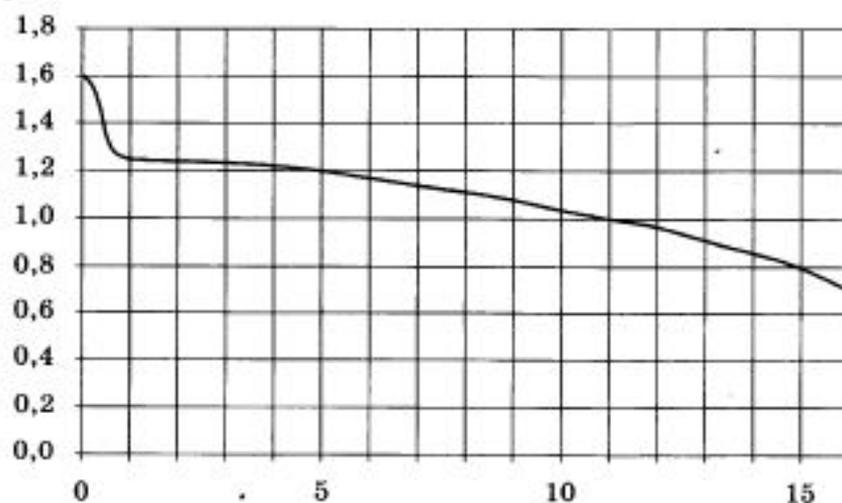
На рисунке жирными точками показан курс австралийского доллара, установленный Центробанком РФ во все рабочие дни с 1 по 27 октября

2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



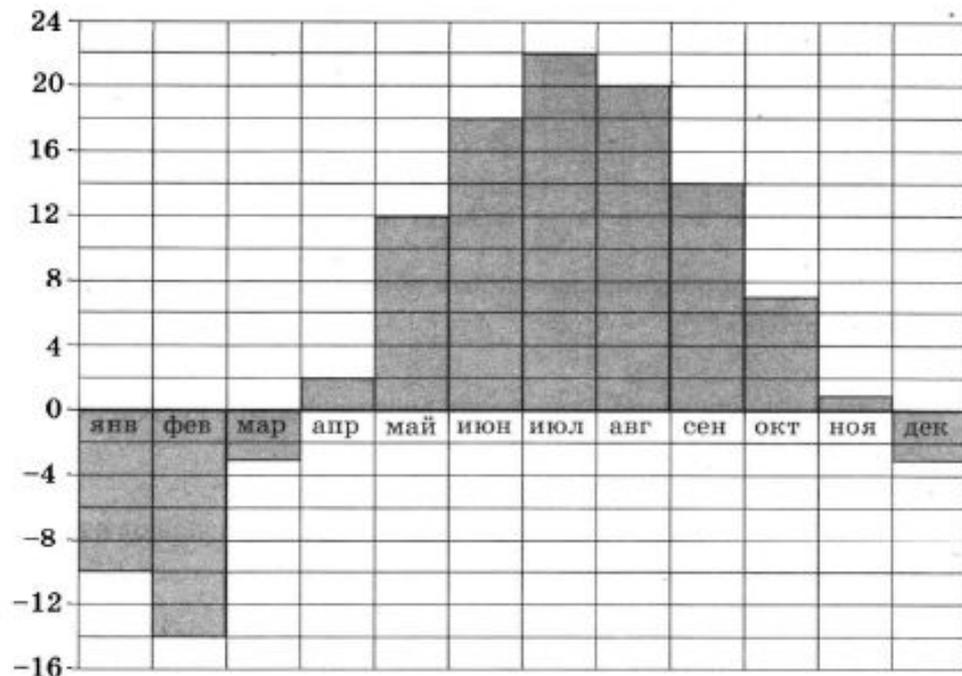
5. Определите по рисунку, какой был курс доллара 15 октября. Ответ дайте в рублях.
6. Определите по рисунку, какого числа курс доллара впервые был равен 30 рублям.
7. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период курс доллара был равен 29,5 рубля.

При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах.



8. Определите по рисунку, каким было напряжение в момент включения фонарика. Ответ дайте в вольтах.
9. Определите по рисунку, каким было напряжение через 15 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.
10. Определите по рисунку, через сколько часов работы фонарика напряжение упало до 1 вольта.

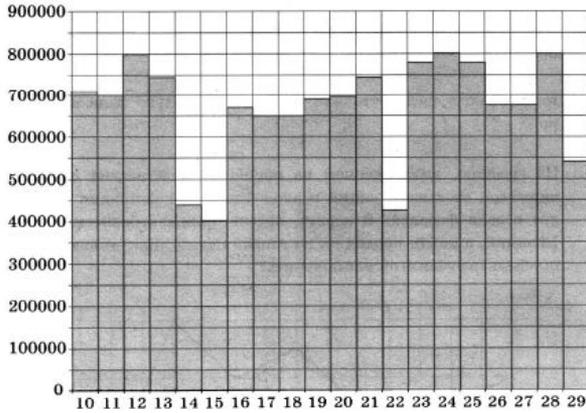
На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Москве за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



11. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 2009 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.
12. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в 2009 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.
13. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году с отрицательной среднемесячной температурой.
14. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда среднемесячная температура превышала 10 °C.

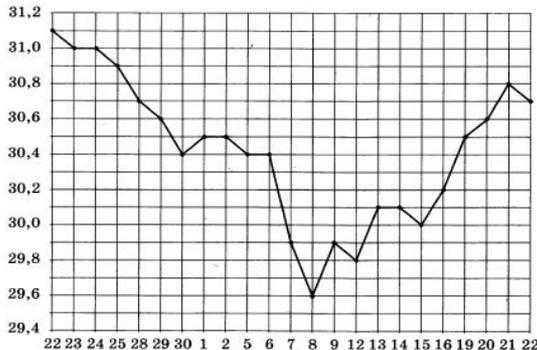
Домашнее задание

На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день.



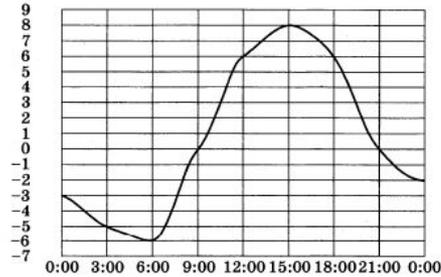
1. Определите по диаграмме разность между наибольшим и наименьшим суточными количествами посетителей сайта в указанный период.
2. Определите по диаграмме, во сколько раз наибольшее суточное количество посетителей сайта превосходило наименьшее суточное количество посетителей сайта в указанный период.
3. Определите по диаграмме, сколько было дней в указанный период, когда суточное количество посетителей не превосходило 550 000.
4. Определите по диаграмме, сколько раз суточное количество посетителей сайта принимало максимальное значение в указанный период.

На рисунке жирными точками показан курс доллара США, установленный Центробанком РФ во все рабочие дни с 22 сентября по 22 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



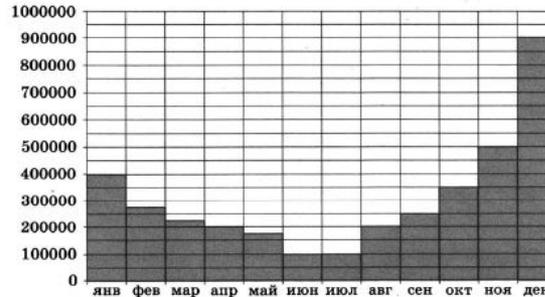
5. Определите по рисунку наименьший курс доллара за указанный период. Ответ дайте в рублях.
6. Определите по рисунку наибольший курс доллара в период с 1 октября по 20 октября. Ответ дайте в рублях.
7. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период курс доллара превышал 30,3 рубля. Ответ дайте в рублях.

На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия.



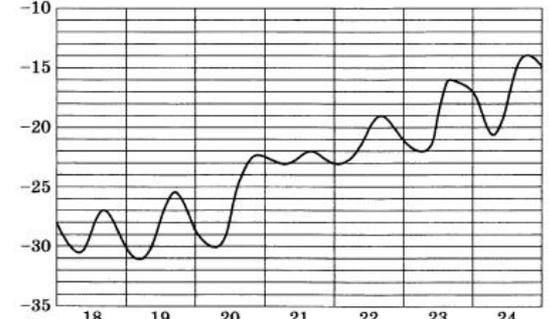
8. Определите по рисунку наименьшее значение температуры. Ответ дайте в градусах Цельсия.
9. Определите по рисунку наибольшее значение температуры в первой половине дня. Ответ дайте в градусах Цельсия.
10. Определите по рисунку, сколько часов температура была отрицательной.

На диаграмме показано число запросов со словом СНЕГ, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по декабрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц.



11. Определите по диаграмме максимальное месячное число запросов со словом СНЕГ в период с января по октябрь 2009 года.
12. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда число запросов со словом СНЕГ было равно 200 000.
13. Определите по диаграмме, во сколько раз максимальное месячное число запросов превышало минимальное месячное число запросов со словом СНЕГ в 2009 году.
14. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда число запросов со словом СНЕГ не превосходило 300 000.

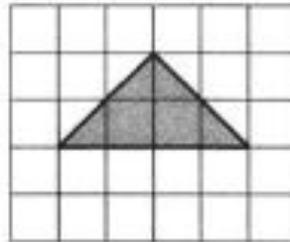
На рисунке примерно показано изменение температуры воздуха в Москве с 18 по 24 января 2006 года. По горизонтали указываются числа января, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



15. Определите по рисунку, какова была наименьшая температура воздуха за указанный период (в градусах Цельсия).
16. Определите по рисунку, какова была наибольшая температура воздуха 22 января (в градусах Цельсия).
17. Найдите разность между наибольшей и наименьшей температурой за указанный период (в градусах Цельсия).

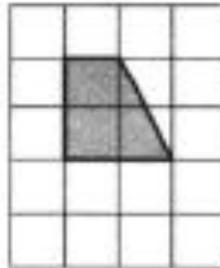
Задание №3. ЕГЭ профиль

3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



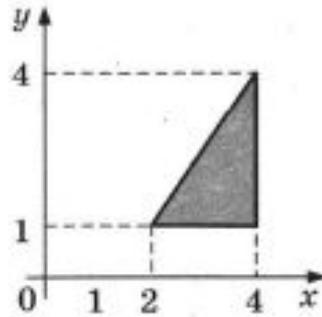
Задание №3. ЕГЭ профиль

4. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



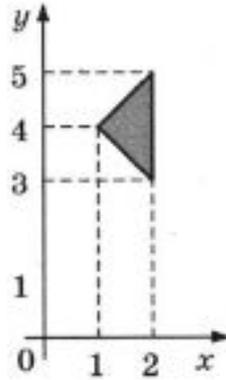
Задание №3. ЕГЭ профиль

7. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(2; 1)$, $(4; 1)$, $(4; 4)$.



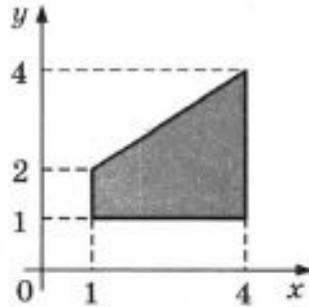
Задание №3. ЕГЭ профиль

8. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(1; 4)$, $(2; 3)$, $(2; 5)$.



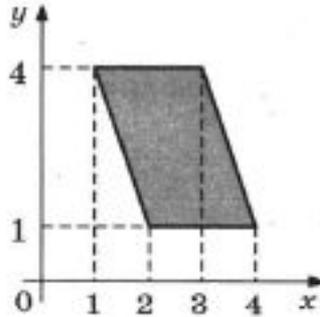
Задание №3. ЕГЭ профиль

9. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты $(1; 1)$, $(4; 1)$, $(4; 4)$, $(1; 2)$.



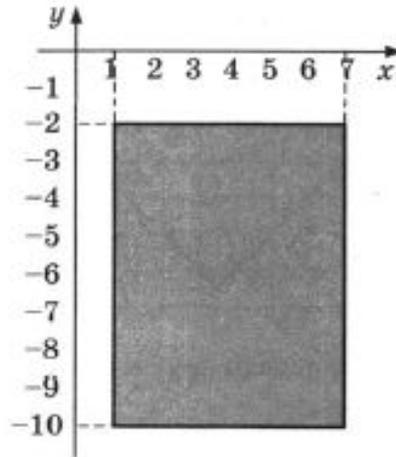
Задание №3. ЕГЭ профиль

10. Найдите площадь параллелограмма, вершины которого имеют координаты $(2; 1)$, $(4; 1)$, $(3; 4)$, $(1; 4)$.



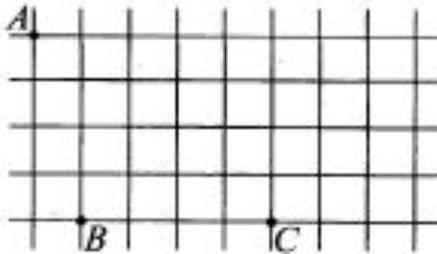
Задание №3. ЕГЭ профиль

11. Найдите длину диагонали прямоугольника, вершины которого имеют координаты $(1; -10)$, $(1; -2)$, $(7; -10)$, $(7; -2)$.



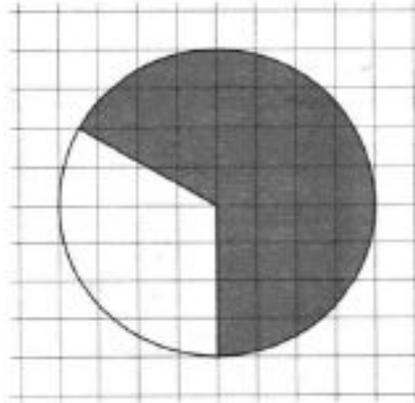
Задание №3. ЕГЭ профиль

12. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены точки A , B и C . Найдите расстояние от точки A до прямой BC .



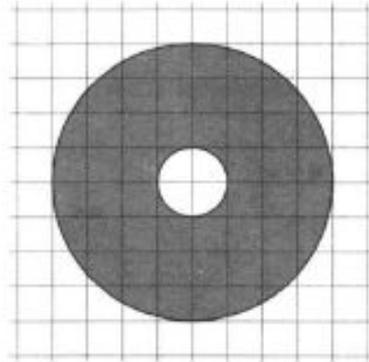
Задание №3. ЕГЭ профиль

- 16.** На клетчатой бумаге нарисован круг площадью 45. Найдите площадь заштрихованного сектора.



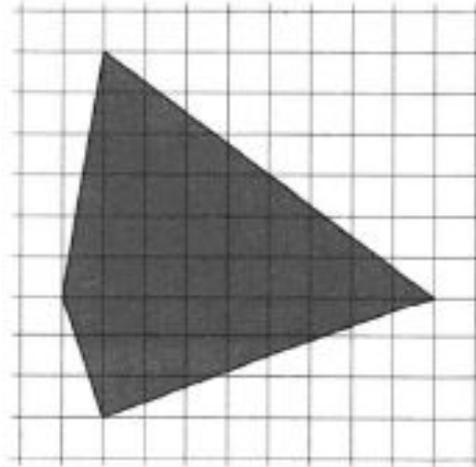
Задание №3. ЕГЭ профиль

17. На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 86. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



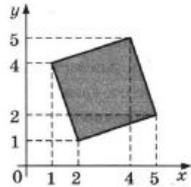
Задание №3. ЕГЭ профиль

- 20.** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён четырёхугольник. Найдите его площадь.

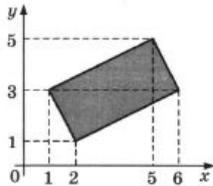


Домашнее задание

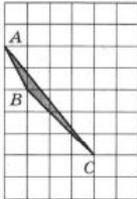
5. Найдите площадь квадрата, вершины которого имеют координаты (2; 1), (5; 2), (4; 5), (1; 4).



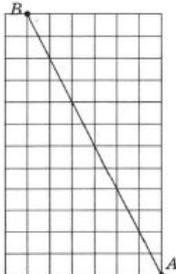
6. Найдите площадь прямоугольника, вершины которого имеют координаты (2; 1), (6; 3), (5; 5), (1; 3).



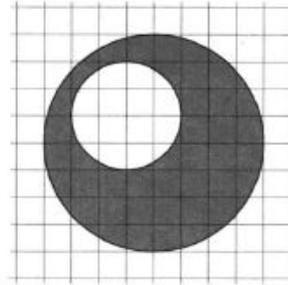
11. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB .



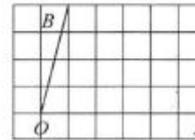
12. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены точки A и B . Найдите длину отрезка AB .



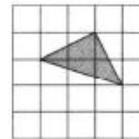
17. На клетчатой бумаге нарисовано два круга. Площадь внутреннего круга равна 4. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



18. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите тангенс этого угла.



19. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



20. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.

