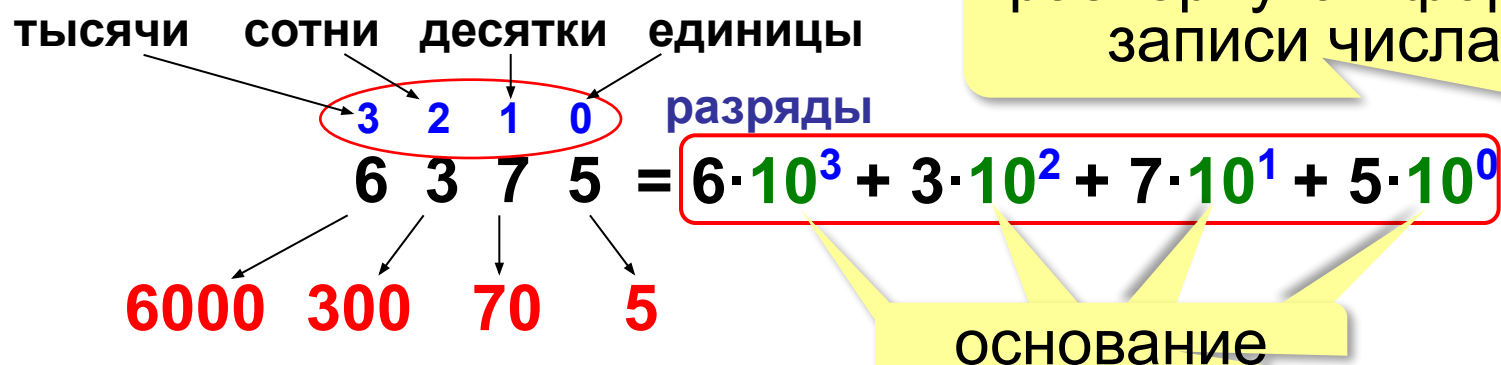


Определения

Позиционная система: значение цифры определяется ее позицией в записи числа.



Алфавит системы счисления — это используемый в ней набор цифр.

Основание системы счисления — это количество цифр в алфавите (мощность алфавита).

Разряд — это позиция цифры в записи числа. Разряды в записи целых чисел нумеруются с нуля справа налево.

Перевод в десятичную систему

$$\begin{array}{cccccc}
 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & \text{разряды} \\
 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & \\
 \mathbf{10011}_2 & = & \mathbf{1 \cdot 2^4} & + & \mathbf{0 \cdot 2^3} & + & \mathbf{0 \cdot 2^2} & + & \mathbf{1 \cdot 2^1} & + & \mathbf{1 \cdot 2^0} \\
 & & \mathbf{16} & + & \mathbf{0} & + & \mathbf{0} & + & \mathbf{2} & + & \mathbf{1} \\
 & & \mathbf{= 19} & & & & & & & &
 \end{array}$$

Перевод из любой системы счисления в десятичную:

1. Подписать над числом номера разрядов (последний разряд имеет номер 0)

2. Каждую цифру умножить на **основание текущей системы** счисления в степени её **разряда**

3. Вычислить сумму

Перевод в десятичную систему

2 1 0 разряды

$$\begin{aligned} 1BC_{16} &= 1 \cdot 16^2 + B \cdot 16^1 + C \\ &\quad 12 \cdot 16^0 \\ &= 256 + 176 + 12 = 444 \end{aligned}$$

Поиск основания системы

Задача. В некоторой системе счисления число **58** записывается как **46_x** . *Определите основание x этой системы счисления.*

Переведём **46_x** в десятичную систему:

$$46_x = 4 \cdot x^1 + 6 \cdot x^0 = 4x + 6$$

$$4x + 6 = 58$$

$$4x = 52$$

$$x = 13$$

Поиск основания системы

Задача: Найдите основание x системы счисления, в которой выполняется равенство: $16_x + 33_x = 52_x$

Решение:

Переведем каждый элемент равенства в десятичную систему:

1 0

Задача: Найдите основание x системы счисления, в которой выполняется равенство: $16_x + 33_x = 52_x$

1 0

Задача: Найдите основание x системы счисления, в которой выполняется равенство: $16_x + 33_x = 52_x$

1 0

Задача: Найдите основание x системы счисления, в которой выполняется равенство: $16_x + 33_x = 52_x$

Подставим полученные значения в равенство и приведем подобные слагаемые:

Задача: Найдите основание x системы счисления, в которой выполняется равенство: $16_x + 33_x = 52_x$

Поиск основания системы

Задача: Найдите основание x системы счисления, в которой выполняется равенство: $16_x + 33_x = 52_x$

Метод таблицы

77 **10** → **2**

2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
				1	0	0	1	1	0	1

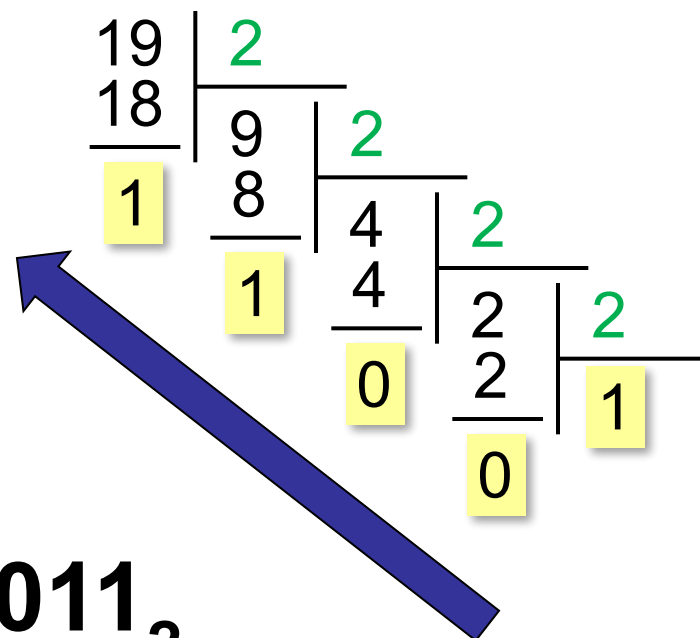
$$77 = 64 + 8 + 4 + 1$$

$$77 = 1001101_2$$

Метод деления уголком

Для перевода числа из десятичной системы в систему с любым другим основанием нужно:

1. Разделить число в десятичной системе на **основание системы счисления**, в которую число переводится
2. Полученный результат деления также разделить на **основание системы**, в которую выполняется перевод

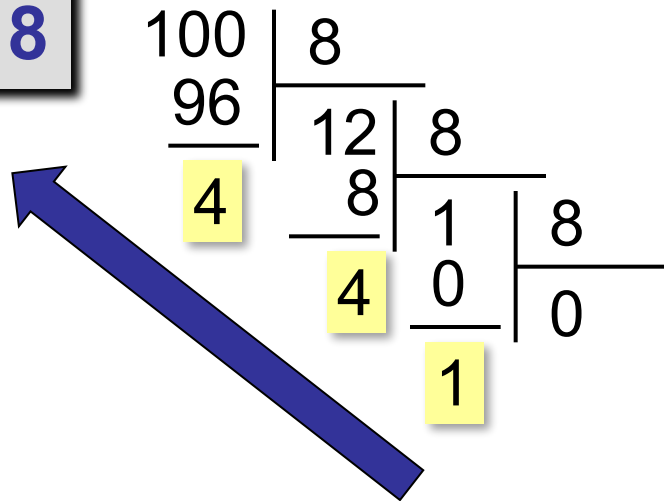


$$19 = 10011_2$$

3. Продолжать деление до получения частного, меньшего **основания системы**
4. Записать последовательно **последний результат деления и все полученные остатки**, начиная с конца.

Метод деления уголком

10 → 8



$$100 = 144_8$$

Метод деления уголком

10 → 16

$$\begin{array}{r|l}
 444 & 16 \\
 \hline
 432 & 27 \\
 \hline
 & 16 \\
 \hline
 & 1 \\
 \hline
 & 0 \\
 \hline
 & 1
 \end{array}$$

С
12
В
11
1

$$444 = 1BC_{16}$$

Сложение в двоичной системе

10

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 789 \\
 + 567 \\
 \hline
 1356
 \end{array}$$



Когда перенос?

2

$$\begin{array}{r}
 11111 \\
 10110_2 \\
 + 11101_2 \\
 \hline
 1010001_2
 \end{array}$$



Перенос, когда > 1 !

$$1 + 1 = 2 = 10_2$$

$$1 + 1 + 1 = 3 = 11_2$$

Вычитание в двоичной системе

10

$$\begin{array}{r}
 \overset{\bullet}{0} \overset{\bullet}{9} \overset{\bullet}{1} \\
 \cancel{1} \cancel{0} \cancel{2} 1 \\
 - 567 \\
 \hline
 0454
 \end{array}$$

+10

+10

Когда берем заём?
Чему он равен?

2

$$\begin{array}{r}
 \overset{\bullet}{0} \overset{\bullet}{1} \overset{\bullet}{1} \overset{\bullet}{0} \\
 \cancel{1} \cancel{0} \cancel{0} \cancel{0} \cancel{1} 0 1_2 \\
 - 11011_2 \\
 \hline
 0101010_2
 \end{array}$$

+2

+2

Заём равен 2!

Сложение в восьмеричной системе

сложение

$$\begin{array}{r}
 1 \ 1 \ 1 \\
 1 \ 5 \ 6_8 \\
 + \ 6 \ 6 \ 2_8 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 4 \ 0_8
 \end{array}$$

$$6 + 2 = 8 = 8 + 0$$

$$5 + 6 + 1 = 12 = 8 + 4$$

$$1 + 6 + 1 = 8 = 8 + 0$$

1 в перенос

1 в перенос

1 в перенос

Вычитание в восьмеричной системе

ВЫЧИТАНИЕ

заём

$$\begin{array}{r}
 \quad \cdot \quad \cdot \\
 4 \ 5 \ 6_8 \\
 - 2 \ 7 \ 7_8 \\
 \hline
 1 \ 5 \ 7_8
 \end{array}$$

$$(6 + 8) - 7 = 7 \quad \text{заём}$$

$$(5 - 1 + 8) - 7 = 5$$

$$(4 - 1) - 2 = 1$$

Шестнадцатеричная система

Основание: 16

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, **F**
10 11 12 13 14 15



Что неправильно?

34AF5₁₆
9FF61₁₆

~~**5BGG**₁₆~~
~~**ADH23**₁₆~~

Сложение в шестнадцатеричной системе

сложение

$$\begin{array}{r} A5B_{16} \\ + C7E_{16} \\ \hline 16D9_{16} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \\ 10 11 \\ + 12 14 \\ \hline 1 13 \end{array}$$

1 в перенос

$$11 + 14 = 25 = 16 + 9$$

$$5 + 7 + 1 = 13 = D_{16}$$

1 в перенос

$$10 + 12 = 22 = 16 + 6$$

Вычитание в шестнадцатеричной системе

ВЫЧИТАНИЕ

$$\begin{array}{r} \text{C } 5 \text{ B}_{16} \\ - \text{A } 7 \text{ E}_{16} \\ \hline 1 \text{ D } \text{D}_{16} \end{array}$$

заём

$$\begin{array}{r} \cdot \quad \cdot \\ \text{12 } 5 \text{ 11} \\ - \text{10 } 7 \text{ 14} \\ \hline 1 \text{ 13 } \text{13} \end{array}$$

заём

$$(11 + 16) - 14 = 13 = \text{D}_{16}$$

$$(5 - 1) + 16 - 7 = 13 = \text{D}_{16}$$

$$(12 - 1) - 10 = 1$$

СВЯЗЬ С ДВОИЧНОЙ СИСТЕМОЙ

$$8 = 2^3$$



Каждая восьмеричная цифра может быть записана как **три** двоичных (*триада*)!

$$1625_8 = \underbrace{001}_1 \underbrace{110}_6 \underbrace{010}_2 \underbrace{101}_5_2$$

0	1	2	3	4	5	6	7
000	001	010	011	100	101	110	111

Перевод из двоичной в восьмеричную

1001011101111_2

Шаг 1. Разбить на триады, начиная справа:

$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$

Шаг 2. Каждую триаду записать одной восьмеричной цифрой:

$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$

$1\ 1\ 3\ 5\ 7$

Ответ: $1001011101111_2 = 11357_8$