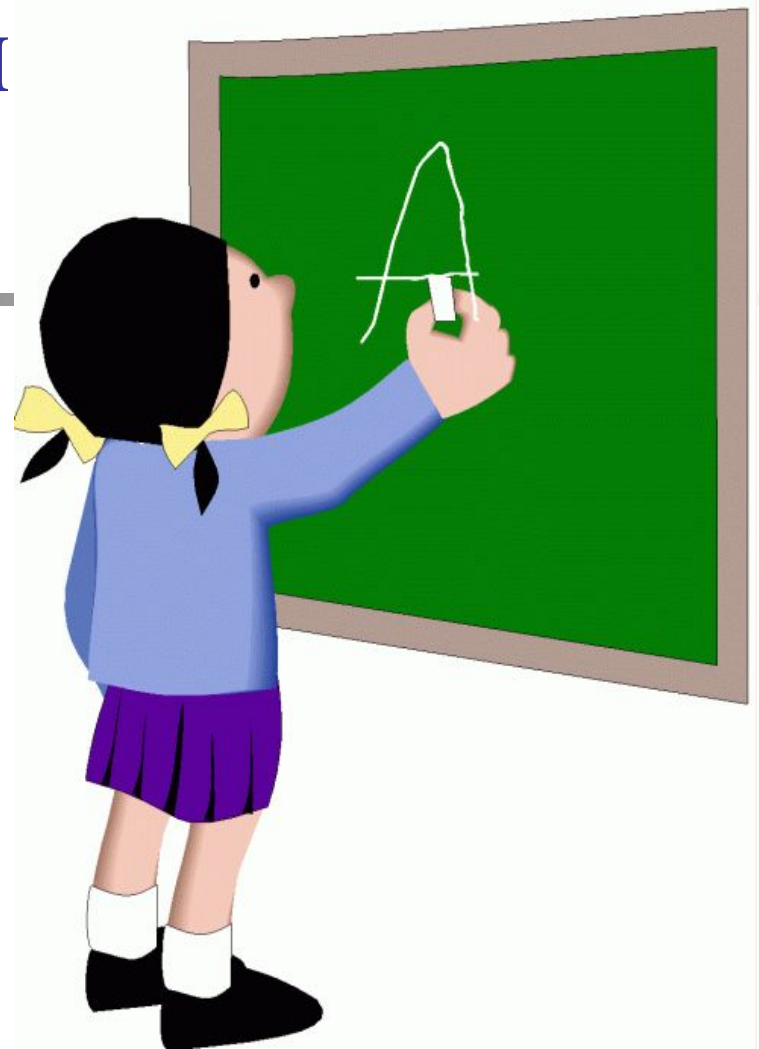


# Экстремумы. Максимумы и минимумы





# Задание на два занятия

---

- 1. Записать определение 1, слайд №5
- Записать к нему пример, слайд №7
- 2. Записать определение 2, слайд №8
- Записать к нему пример, слайд №9
- 3. Слайд №15, решить 1,2,3
- На следующем занятии решить 4-10




# Вопросы для повторения

---

- **1. Какую функцию называют возрастающей?**
- **2. Приведите пример возрастающей функции**
- **3. Какую функцию называют убывающей?**
- **4. Приведите пример убывающей функции**

При исследовании поведения функции  
вблизи некоторой точки удобно пользоваться  
понятием окрестности



---

- **Окрестностью точки** называется любой интервал, содержащий эту точку.  
Например,  
(2; 6) одна из окрестностей точки 3,  
(-3,3; - 2,7) одна из окрестностей точки -3



# Определение 1.

---

- Точка  $x_0$  называется *точкой минимума* функции  $f$ , если для всех  $x$  из некоторой окрестности точки  $x_0$  выполнено неравенство
  - $f(x_0) \leq f(x)$

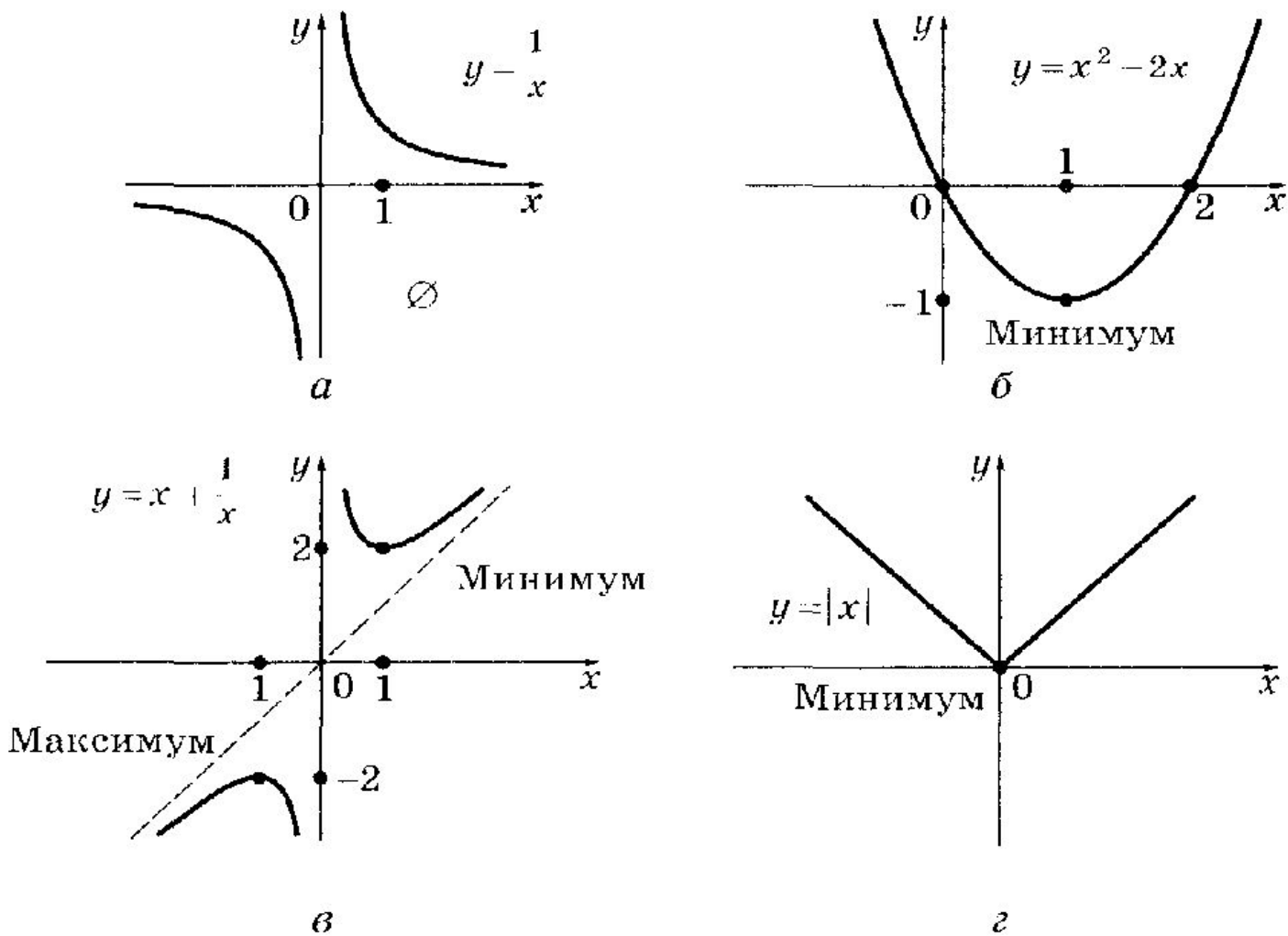


Рис. 6.41

Точки экстремума функции



# Пример 1.

---

- Точка  $x_0 = 0$  является точкой минимума функции  $f(x) = x^2$ .

Доказательство:

Возьмём  $x_1 = 1$  и  $x_2 = 2$

Найдём:  $f(x_0) = f(0) = 0^2 = 0$

Найдём:  $f(x_1) = f(1) = 1^2 = 1$

Найдём:  $f(x_2) = f(2) = 2^2 = 4$

Видим, что  $f(x_1) \geq f(x_0)$

$f(x_2) \geq f(x_0)$

По определению  $x_0 = 0$  является точкой минимума функции  $f(x) = x^2$



# Определение 2.

---

- Точка  $x_0$  называется *точкой максимума* функции  $f$ , если для всех  $x$  из некоторой окрестности точки  $x_0$  выполнено неравенство
  - $f(x_0) \geq f(x)$





# Пример 2.

---

■ Точка  $x_0 = 0$  является точкой максимума функции  $f(x) = -x^2$ .

Доказательство:

Возьмём  $x_1 = 1$  и  $x_2 = 2$

Найдём:  $f(x_0) = f(0) = 0^2 = 0$

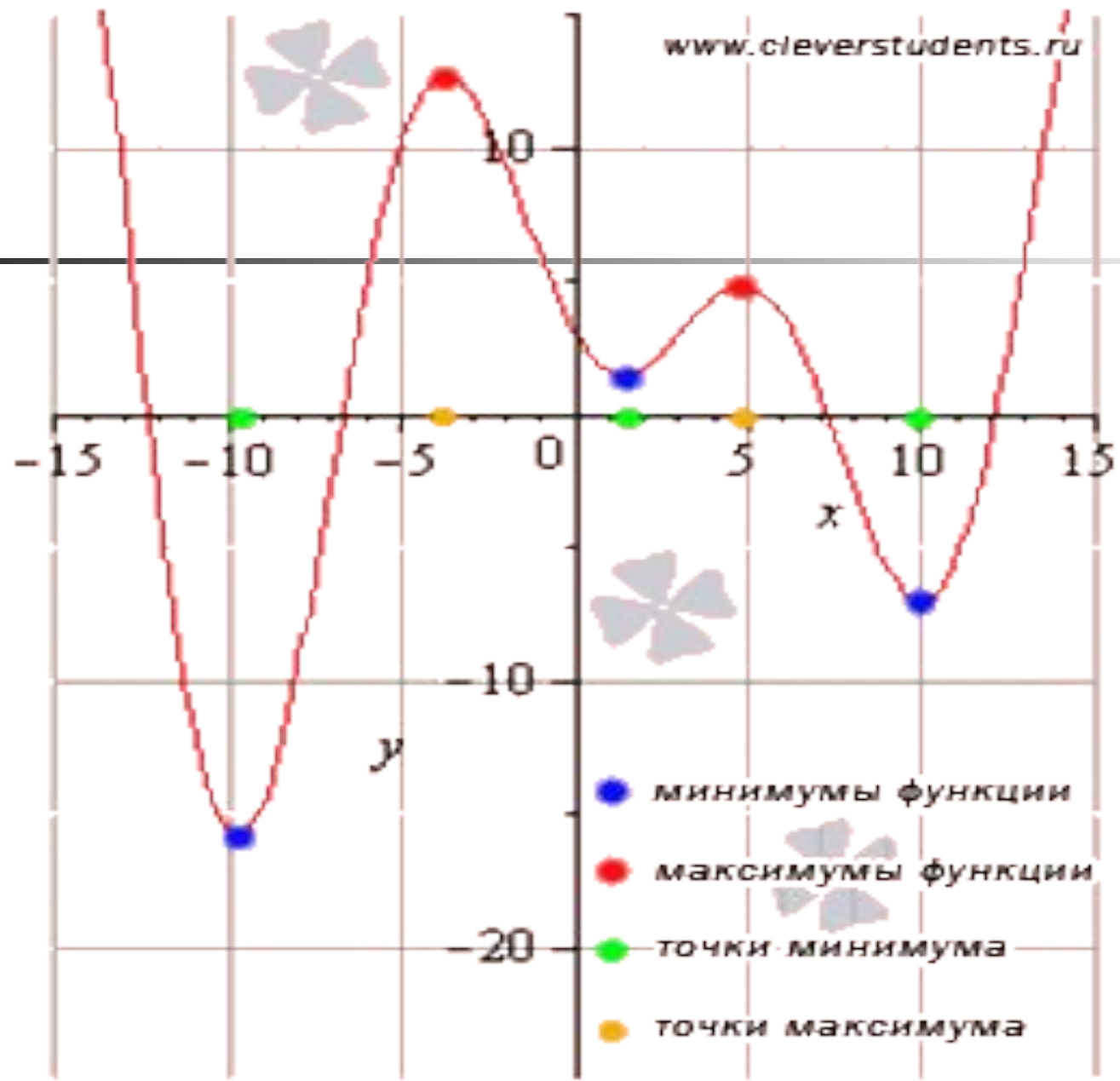
Найдём:  $f(x_1) = f(1) = -1^2 = -1$

Найдём:  $f(x_2) = f(2) = -2^2 = -4$

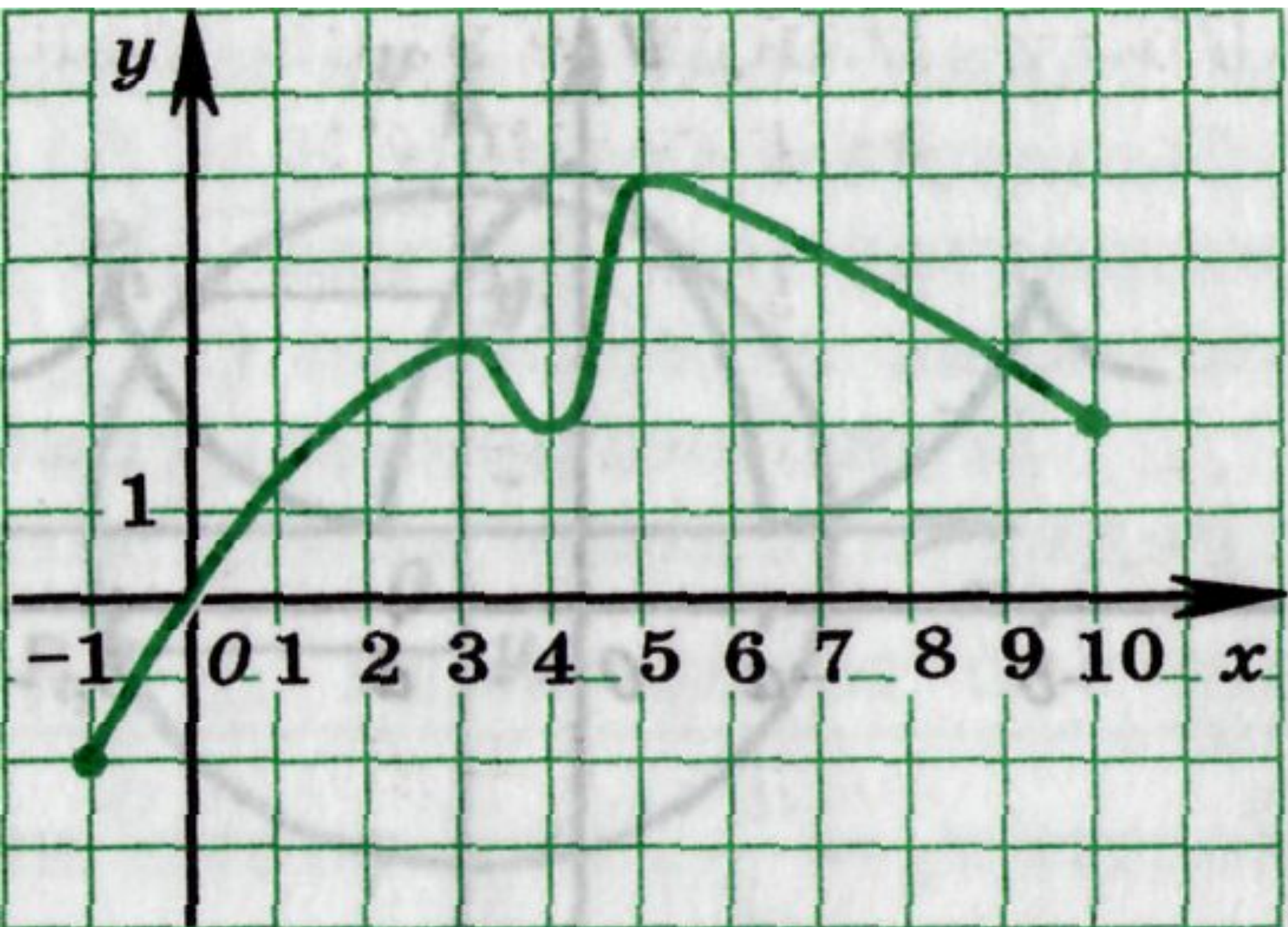
Видим, что  $f(x_1) \leq f(x_0)$

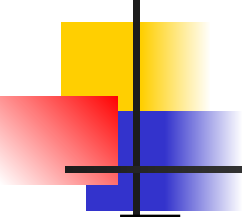
$f(x_2) \leq f(x_0)$

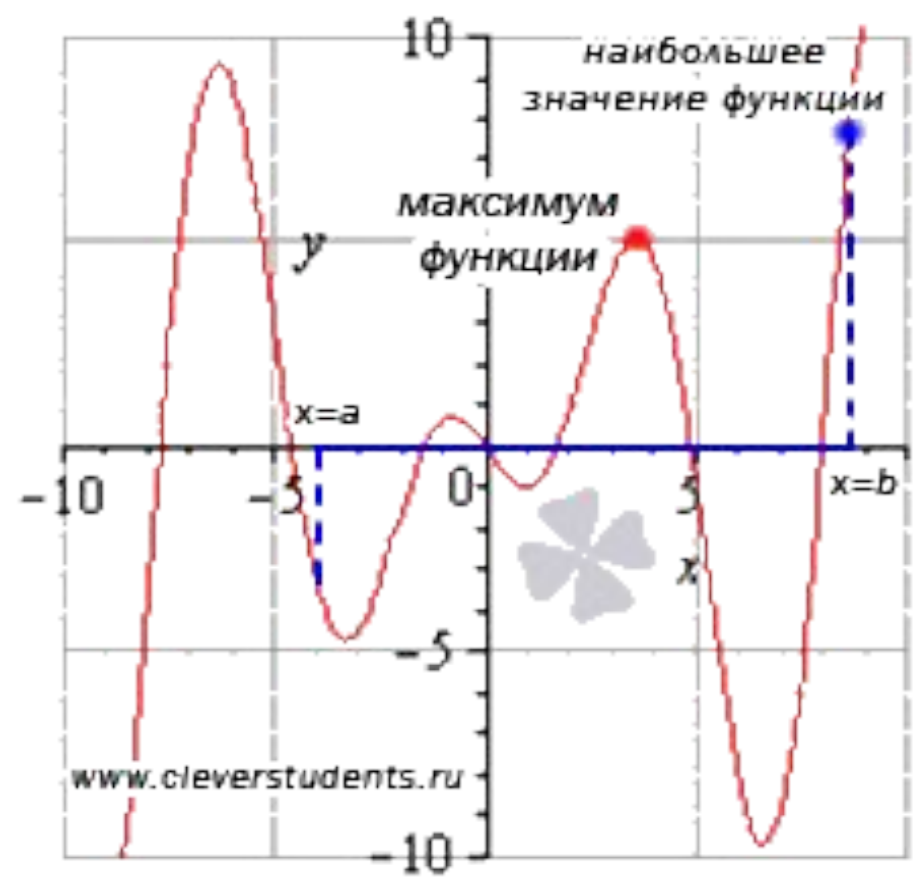
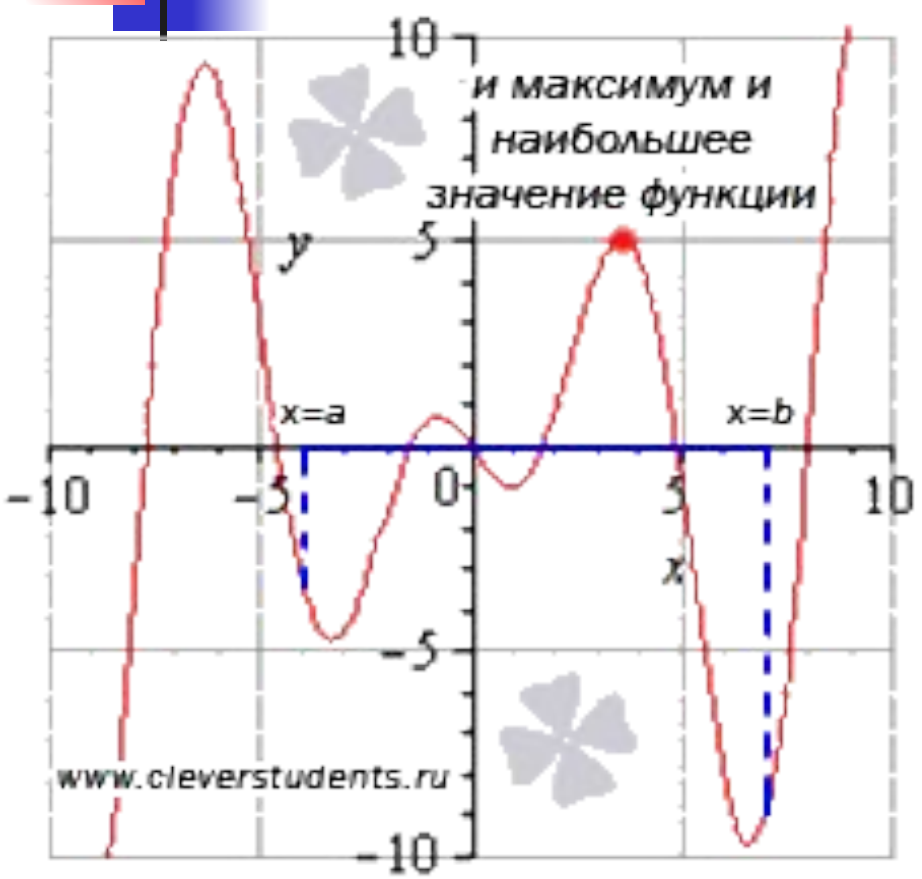
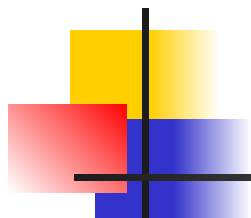
По определению 2  $x_0 = 0$  является точкой максимума функции  $f(x) = -x^2$



- минимумы функции
- максимумы функции
- точки минимума
- точки максимума



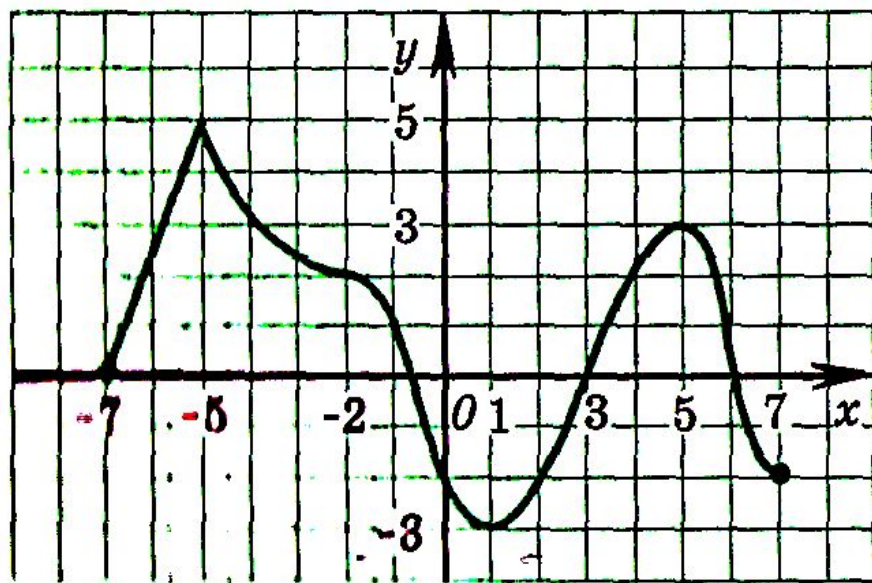
- 
- 
- Для точек минимума и максимума функции принято общее название - их называют ***точками экстремума.***



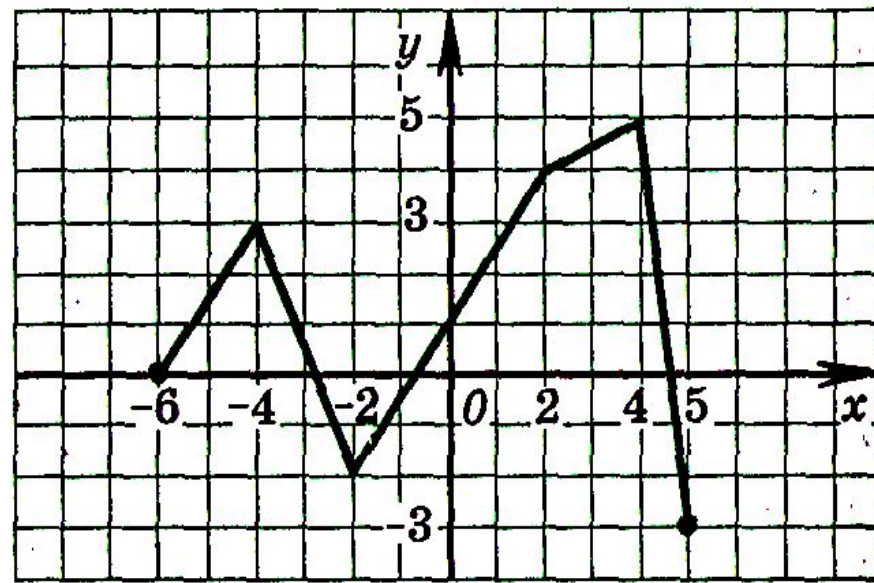


**Выполнить задание.**

**Для функций, изображённых на графиках  
найти точки минимума и максимума**



а)



б)



# Выполнить задание.

---

## Исследовать на экстремумы:

- 1.  $x_0 = -2$ , для  $f(x) = x^2 + 4x + 3$ ;
- 2.  $x_0 = -2$ , для  $f(x) = -x^2 - 4x$ ;
- 3.  $x_0 = 1$ , для  $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$ ;
- 4.  $x_0 = 3$ , для  $f(x) = x^2 - 6x + 3$ ;
- 5.  $x_0 = -2$ , для  $f(x) = -2x^2 - 8x$ .



# Выполнить задание.


---

## Исследовать на экстремумы:

- 6.  $x_0 = -1$ , для  $f(x) = x^2 + 2x + 5$ ;
- 7.  $x_0 = -3$ , для  $f(x) = -x^2 - 6x + 1$ ;
- 8.  $x_0 = -1$ , для  $f(x) = 2x^2 + 4x + 3$ ;
- 9.  $x_0 = 3$ , для  $f(x) = x^2 - 6x + 3$ ;
- 10.  $x_0 = -2$ , для  $f(x) = -2x^2 - 8x + 3$ .



# Вопросы для закрепления



---

- **1. Что называют точкой минимума функции? 2. Что называют точкой максимума функции?**
- **3. Приведите примеры точек максимума и минимума функций.**
- **4. Как принято называть точки минимума и максимума функции?**

# Назовите точки минимума и максимума функции

