ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

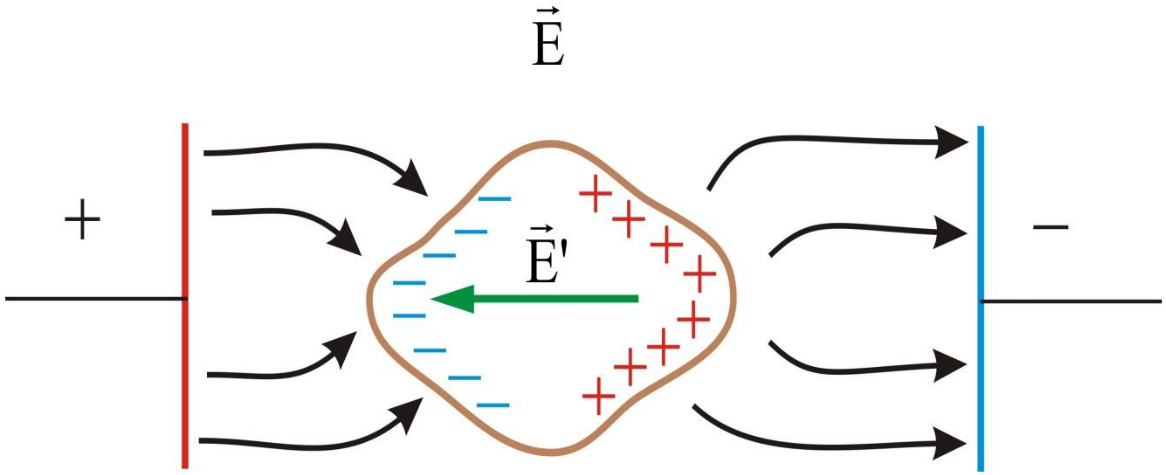
Напряженность и потенциал электростатического поля в проводнике

В проводниках имеются электрически заряженные частицы – носители заряда (электроны в металлах, ионы в электролитах) способные перемещаться по всему объему проводника под действием внешнего электростатического поля.

Носителями заряда в металлах являются электроны проводимости. Они возникают при конденсации паров металла за счет обобществления валентных электронов.

При отсутствии электрического поля металлический проводник является электрически нейтральным – электростатическое поле создаваемое положительными и отрицательными зарядами внутри него компенсируется.

- При внесении металлического проводника во внешнее электростатическое поле, ***электроны проводимости перемещаются (перераспределяются):*** **положительные – по полю, отрицательные – против поля**. до тех пор, пока всюду внутри проводника поле электронов проводимости и положительных ионов не скомпенсирует внешнее поле.



На одном конце проводника будет скапливаться избыток положительного заряда, на другом — избыток отрицательного. **Эти заряды называются индуцированными**.

В установившимся состоянии в проводнике, помещенном в электростатическое поле мы имеем:

Появление у заряженной поверхности на металле заряда противоположного знака – ***электростатическая индукция****.* *Этот процесс очень краток ~ 10^{-8} секунд.*

- ***Электростатическое экранирование*** *– внутрь проводника поле не проникает.*
- *Во всех точках внутри проводника* ***$E = 0$****, а во всех точках на поверхности* ***$E = E_n$ $(E_\tau = 0)$;***

Весь объем проводника, находящегося в электростатическом поле ***эквипотенциален****.*

- ***Диэлектрическая проницаемость*** $\varepsilon_{\text{ме}} \to \infty.$
- ***На поверхности проводника напряженность направлена по нормали к этой поверхности****, иначе, под действием составляющей $E\tau$, касательной к поверхности, заряды перемещались бы по проводнику, а это противоречило бы их статическому распределению.*

- Действительно, в любой точке внутри проводника, следовательно, $\varphi = const$.

$$\frac{d\varphi}{dl} = -E = 0$$

- Поверхность проводника тоже эквипотенциальна:

(для любой линии на поверхности)

$$\frac{d\varphi}{dl} = -E_\tau = 0$$

- *Потенциал поверхности равен потенциалу объема проводника.*
- *В заряженном* проводнике *некомпенсированные* заряды, располагаются только на поверхности (их расталкивают кулоновские силы).

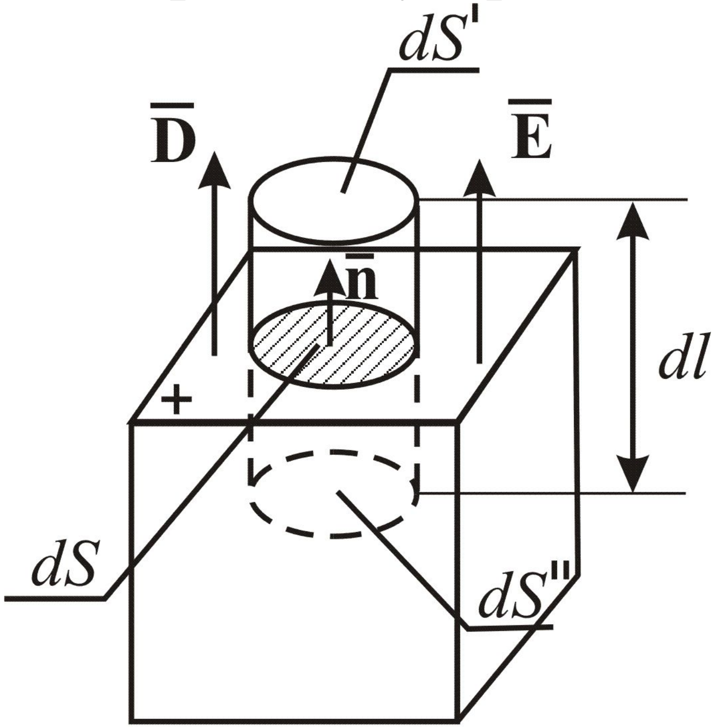
Доказательство:

Согласно теореме Остроградского – Гаусса суммарный заряд q внутри объема проводника равен нулю, так как E=0

$$q = \oint_s D\,dS = \oint_s E\varepsilon\varepsilon_0\,dS = 0,$$

Определение напряженности электростатического поля вблизи проводника

Выделим на поверхности S проводника площадку dS и построим на ней цилиндр с образующими, перпендикулярными к площадке dS, высотой dl.



$$dS' = dS'' = dS$$

На поверхности проводника вектор напряженности поля $\vec{\mathbf{E}}$ и вектор электрического смещения $\vec{\mathbf{D}} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{\mathbf{E}}$ перпендикулярны поверхности. Поэтому поток $\vec{\mathbf{D}}$ сквозь боковую поверхность цилиндра равен нулю.

Поток вектора электрического смещения Φ_D через dS'' тоже равен нулю, так как dS'' лежит внутри проводника, где $\mathbf{D} = 0$ и, следовательно $\mathbf{E} = 0$

- Отсюда следует, что ***поток $d\Phi_D$ сквозь замкнутую поверхность равен потоку $\mathbf{D}$ через dS':***

$$d\Phi_D = D_n dS$$

С другой стороны ***по теореме Остроградского-Гаусса***:

$$d\Phi_D = dq = \sigma dS$$

где: σ – поверхностная плотность зарядов на dS. Из равенства правых частей следует, что $D_n = \sigma$ тогда

$$E_n = \frac{D_n}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} \qquad (5.2.3)$$

Напряженность поля вблизи поверхности заряженного проводника прямо пропорцианальна поверхностной плотности зарядов.

- В состоянии равновесия внутри проводника заряды отсутствуют, и создание внутри него полости не повлияет на конфигурацию расположения зарядов и тем самым на электростатическое поле.
- Если проводник с полостью заземлить, то потенциал во всех точках полости будет нулевым, т. е. полость полностью изолирована от влияния внешних электростатических полей.
- На этом основана **электростатическая защита** — экранирование тел, например измерительных приборов, от влияния внешних электростатических полей. Вместо сплошного проводника для защиты может быть использована густая металлическая сетка.
- Свойство зарядов располагаться на внешней поверхности проводника используется для устройства **электростатических генераторов,** предназначенных для накопления больших зарядов и достижения разности потенциалов в несколько миллионов вольт.

Конденсаторы
Электрическая емкость.

При сообщении проводнику заряда, на его поверхности появляется потенциал φ. Но если этот же заряд сообщить другому проводнику, то потенциал будет другой. Это зависит от геометрических параметров проводника. Но в любом случае, потенциал φ пропорционален заряду *q*.

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

$$q = C\,\varphi$$

- К пропорциональности называют ***электроемкостью*** – *физическая величина, численно равна заряду, который необходимо сообщить проводнику для того, чтобы изменить его потенциал на единицу*.

$$[C] = \frac{1\,Кулон}{1\,Вольт} = \frac{Кл}{В} = 1\,Фарад = 1\,Ф$$

Один фарад – это емкость такого проводника, потенциал которого изменяется на один вольт при сообщении ему заряда в один кулон.

Найдем емкость уединенного проводящего шара (сферы):

Имеем: $\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}}$ при $r \geq R$

$$\varphi = \int_{\infty}^{R} E dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{R}$$

$C = q/\varphi$ Тогда:

$\boxed{C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}$ - емкость проводящего шара (сферы).

Электроемкость уединенного проводника зависит от его геометрических размеров, формы и диэлектрических свойств окружающей среды и не зависит от величины заряда проводника.

Система проводников, емкость которой не зависит от расположения окружающих тел, называется конденсатором, а сами проводники – обкладками конденсатора.

Конденсаторы

Конденсатор служит для накопления заряда, он состоит из двух обкладок, разделенных диэлектриком. Конденсаторы разделяют на плоские, цилиндрические и сферические.

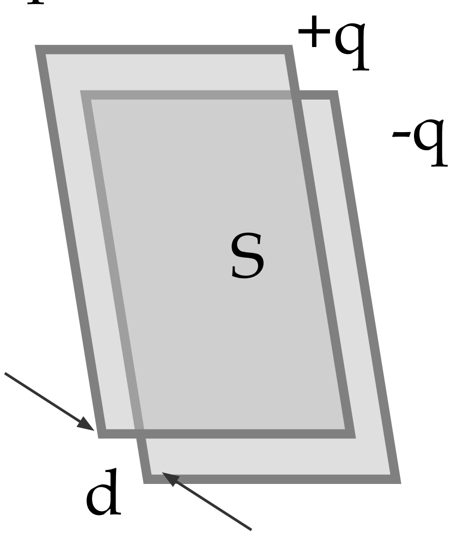
Так как поле сосредоточено внутри конденсатора, то линии напряженности начинаются на одной обкладке и кончаются на другой, поэтому свободные заряды, возникающие на разных обкладках, являются равными по модулю разноименными зарядами.

Под **емкостью конденсатора** понимается физическая величина, равная отношению заряда *q* , накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов между его обкладками:

$$C = \frac{q}{(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

Плоский конденсатор

Плоский конденсатор состоит из двух параллельных пластин, площадью S каждая и находящихся на расстоянии d.



Напряженность внутри конденсатора:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$$ При $(0 \le x \le d)$

С другой стороны: $E = -\dfrac{d\varphi}{dx}$ Тогда:

$$-\frac{d\varphi}{dx} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$$ Либо: $$d\varphi = -\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}dx$$

Проинтегрируем левую и правую часть последнего выражения:

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}x\Big|_0^d = -\frac{\sigma d}{\varepsilon\varepsilon_0} = \left\{\sigma = \frac{q}{S}\right\} = -\frac{qd}{\varepsilon\varepsilon_0 S}$$

Из предыдущего слайда (путем замены знаков) имеем:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{qd}{\varepsilon\varepsilon_0 S}$$

Тогда:

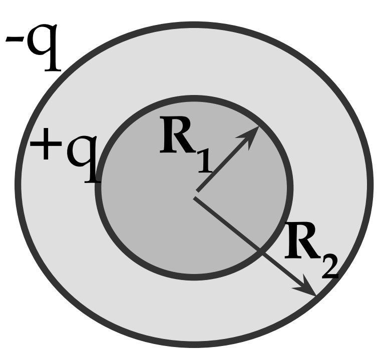
$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$$

$$\boxed{C = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{S}{d}}$$

- емкость плоского конденсатора.

Сферический конденсатор

Сферический конденсатор состоит из двух концентрических металлических сфер, радиусов R_1 и R_2 ($R_1 > R_2$).



Сфера создает электростатическое поле только вне этой сферы. При $R > R_2$ поля взаимно уничтожаются, а поле внутри создается только зарядом +q внутренней обкладки.

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}}$$

$$\frac{d\varphi}{dr} = -E_r = \left\{ \text{так как} \quad E = -grad\ \varphi \right\} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

$$d\varphi = -\frac{q \cdot dr}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$$

Интегрируем:

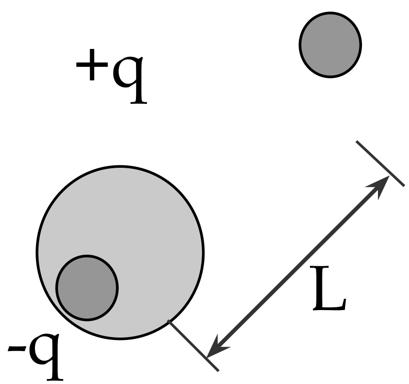
$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = +\frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}\Bigg|_{R_1}^{R_2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right]$$

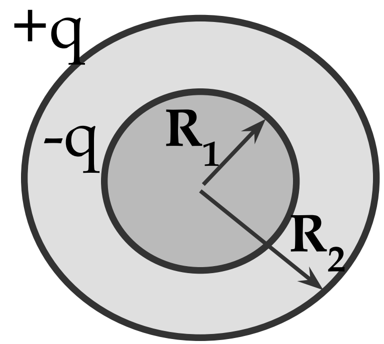
$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

$$\boxed{C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}}$$

Емкость сферического конденсатора

Цилиндрический конденсатор





Вид с торца

R_2-R_1=d – толщина прослойки диэлектрика.

L>>d, $R_1 < \boldsymbol{r} < R_2$

r – текущий радиус

По т. Гауса-Остроградского: $\oint_S E \cdot dS = \dfrac{q}{\varepsilon_0}$ $\quad S = 2\pi r \cdot L$

$$\oint_S E \cdot dS = E \cdot 2\pi r \cdot L = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{q}{2\pi r L \varepsilon_0}$$

$d\varphi = -E \cdot dr$ Интегрируем: $\varphi_2 - \varphi_1 = -\int E \cdot dr =$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int E \cdot dr = -\frac{q}{2\pi L\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r} = -\frac{q}{2\pi L\varepsilon_0}\cdot\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{2\pi L\varepsilon\varepsilon_0}{\ln\left[R_2 / R_1\right]}$$

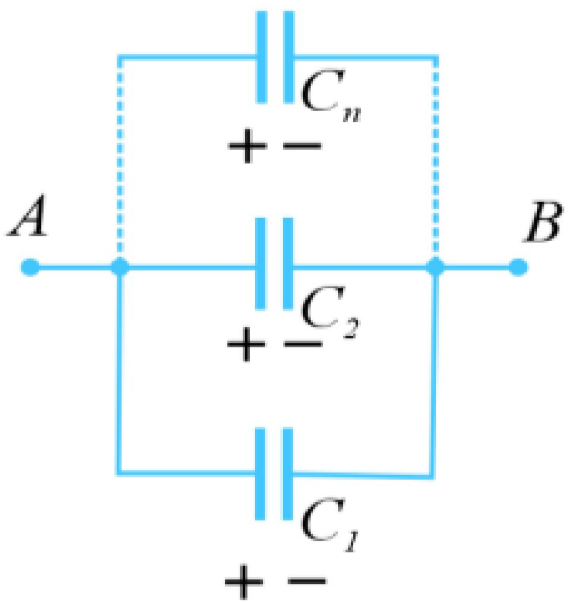
$$\boxed{C = \frac{2\pi L\varepsilon\varepsilon_0}{\ln\left[R_2 / R_1\right]}}$$ Емкость цилиндрического конденсатора.

Конденсатор (общая формула)	$\varphi_1-\varphi_2=\int_1^2 E dx$	$C=\dfrac{q}{(\varphi_1-\varphi_2)}$
Плоский конденсатор	$\varphi_1-\varphi_2=\dfrac{\sigma d}{(\varepsilon_0\varepsilon)}$	$C=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$
Цилиндрический конденсатор	$\varphi_1-\varphi_2=\dfrac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln\dfrac{r_2}{r_1}=\dfrac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln\dfrac{r_2}{r_1}$	$C=\dfrac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln\left(\dfrac{r_2}{r_1}\right)}$
Сферический конденсатор	$\varphi_1-\varphi_2=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_2}\right)$	$C=4\pi\varepsilon_0\varepsilon\dfrac{r_1 r_2}{r_2-r_1}$

Последовательное и параллельное соединение конденсаторов

Параллельное соединение:

Для получения большей емкости конденсаторы соединяют параллельно.



Все конденсаторы батареи заряжаются до одной и той же разности потенциалов Δφ

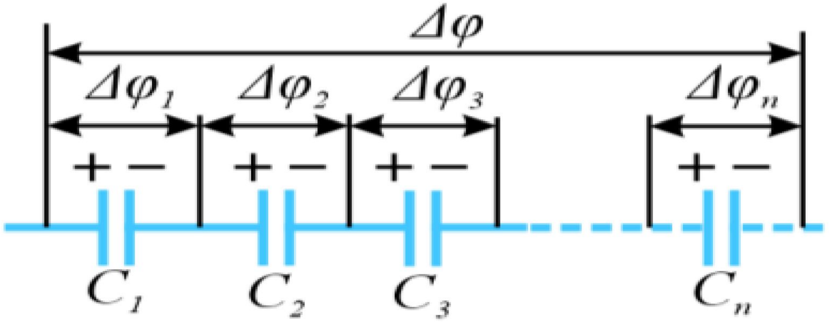
Тогда: $q_i = C_i \cdot \Delta\varphi$

$$q_{ОБЩ.} = \underline{\underline{C_{ОБЩ.} \cdot \Delta\varphi}} = \sum_i q_i = \underline{\underline{\sum_i C_i \Delta\varphi}} =$$

Сокращая на Δφ получаем: $\boxed{C_{ОБЩ.} = \sum_i C_i}$ Т.е.

Для нашей схемы: $C_{ОБЩ.} = C_1 + C_2 + C_3$

Последовательное соединение:



$$\Delta\varphi_{ОБЩ.} = \sum_i \Delta\varphi_i = \sum_i \frac{q}{C_i} = q\cdot\sum_i \frac{1}{C_i}$$

С другой стороны:

$$\Delta\varphi_{ОБЩ.} = \frac{q}{C_{ОБЩ.}} = q\cdot\sum_i \frac{1}{C_i}$$

Сокращаем на заряд q:

$$\boxed{\frac{1}{C_{ОБЩ.}} = \sum_i \frac{1}{C_i}}$$

В нашем случае:

$$\frac{1}{C_{ОБЩ.}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Емкость такой батареи меньше наименьшей емкости из составляющих батарею конденсаторов.

Энергия электрического поля

Сообщение проводнику электрического заряда связано с совершением работы по преодолению кулоновских сил отталкивания . Эта работа идет на увеличение энергии заряженного проводника.

$$dA = \varphi \cdot dq = \left\{ dq = C \cdot d\varphi \right\} = C\varphi \cdot d\varphi$$

Полная работа, необходимая для увеличения потенциала проводника от 0 до ϕ, равна:

$$A = \int_0^{\varphi} C\varphi \cdot d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2}$$

Следовательно, энергия уединенного проводника:

$$\boxed{W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2}}$$

Для заряженного конденсатора : $dA = (\varphi_1 - \varphi_2)\cdot dq = \frac{q\cdot dq}{C}$

$$A = \int_0^q \frac{q\cdot dq}{C} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q(\varphi_1 - \varphi_2)}{2}$$

Учитывая, что конденсатор - это система из двух проводников, у которых q_1=+q, q_2=-q, тогда:

$$W = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2)$$

Вычислим энергию плоского конденсатора:

$$C = \varepsilon\varepsilon_0\frac{S}{d} \qquad \varphi_1 - \varphi_2 = E\cdot d$$

$$W = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2} = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0\cdot Sd\cdot E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E\cdot E\cdot V =$$

$$\boxed{W = \frac{1}{2}E\cdot D\cdot V} \qquad \boxed{\omega = \frac{W}{V} = \frac{1}{2}E\cdot D}$$

Объемная плотность энергии.

***Пондермоторные силы** – это силы электрического взаимодействия.*

- Разноименные пластины конденсатора будут притягиваться. Силу их притяжения называют **пондермоторной**.
- При незначительном перемещении одной пластины в поле другой совершается работа

$$dA = -dW = Fdx,\; F = \frac{dW}{dx}$$

Тогда, можно записать, что $$dW = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2 dx}{2\varepsilon_0 \varepsilon S}.$$

- Отсюда можно получить формулу для расчета пондермоторной силы

$$F = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon S}.$$