



Кафедра физики, математики и  
информационных технологий

Раздел 5. «Физика колебаний и волн»

Тема 5.1.1 Лекция

« Кинематика Гармонических



## КОЛЕБАНИЯ в ПОЖАРНОМ ДЕЛЕ:

- 1 Гидроударные явления в пожарной струе, элементах НРС и трубах ППВ
- 2 Движение элементов двигателей (электро и внутр. сгорания) Пожарных Автомобилей
- 3 Колебания земной коры при землетрясениях
- 4 Цунами и морские волны, молнии, грозы, смерчи, торнадо....
- 5 Оглушительный рев двигателей и турбин
- 6 Колебательные процессы в пож-насосах , мотопомпах, электродвигателях
- 7 Инфракрасное излучение от горящих объектов и процессы при лучистом теплообмене
- 8 Использование теории э/м колебаний (спектральный анализ) в пожарной криминалистике.





## Учебные вопросы:

1. Гармонические колебания и их характеристики.
2. Примеры гармонических колебаний.
3. Сложение гармонических колебаний.

# 1. Гармонические колебания и их характеристики

*Колебаниями* называют движения или процессы, обладающие повторяемостью во времени.

Колебания называют свободными (или *собственными*), если они совершаются за счет первоначально сообщенной энергии при отсутствии последующих внешних воздействий.

Колебания, возникающие за счет внешней, периодически меняющейся силы, называют *вынужденными*.

Колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем по закону синуса или косинуса, называют *гармоническими*.

# Уравнение гармонического колебания

$$x = A \sin(\omega t + \phi),$$

$A$  – амплитуда колебания;

$\omega$  - циклическая частота;

$(\omega t + \phi)$  - фаза колебания;

$\phi$  - начальная фаза колебания.

Время одного полного колебания называется *периодом*:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

число полных колебаний в единицу времени, называется *частотой*:

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

Скорость и ускорение при гармонических колебаниях:

$$v = x' = A\omega \cos(\omega t + \varphi),$$

$$a = x'' = v' =$$

$$= -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$$



Сила, действующая на колеблющуюся материальную точку массой  $m$ :

$$F = ma = -m\omega^2 x.$$

Эта сила, независимо от физической природы, носит название *упругой силы*.

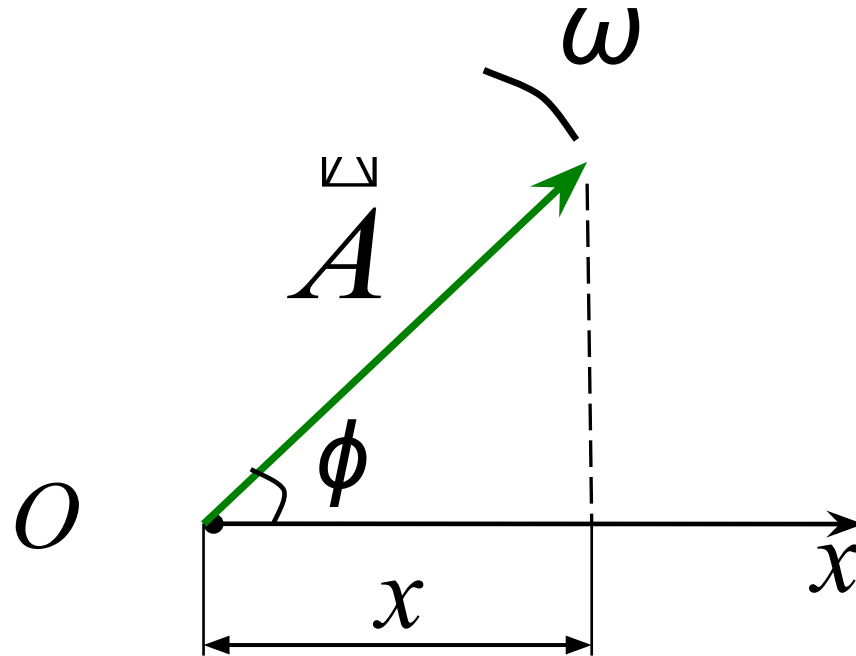
Уравнение движения для гармонических колебаний:

$$ma = -m\omega^2 x,$$

$$x'' + \omega^2 x = 0 \quad (1)$$

Система, совершающая колебания, описываемые таким уравнением, называется *гармоническим осциллятором*.

Гармонические колебания изображают  
графически  
методом векторных диаграмм.



# Кинетическая энергия гармонических колебаний:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

Максимальное значение кинетической энергии:

$$E_{k \max} = \frac{mA^2\omega^2}{2}$$

Потенциальная энергия гармонических колебаний равна работе упругой силы:

$$E_p = -\int F dx = \frac{m\omega^2 x^2}{2}$$

$$E_p = \frac{m}{2} A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

$$E_{p \max} = E_{k \max} = \frac{mA^2\omega^2}{2}$$

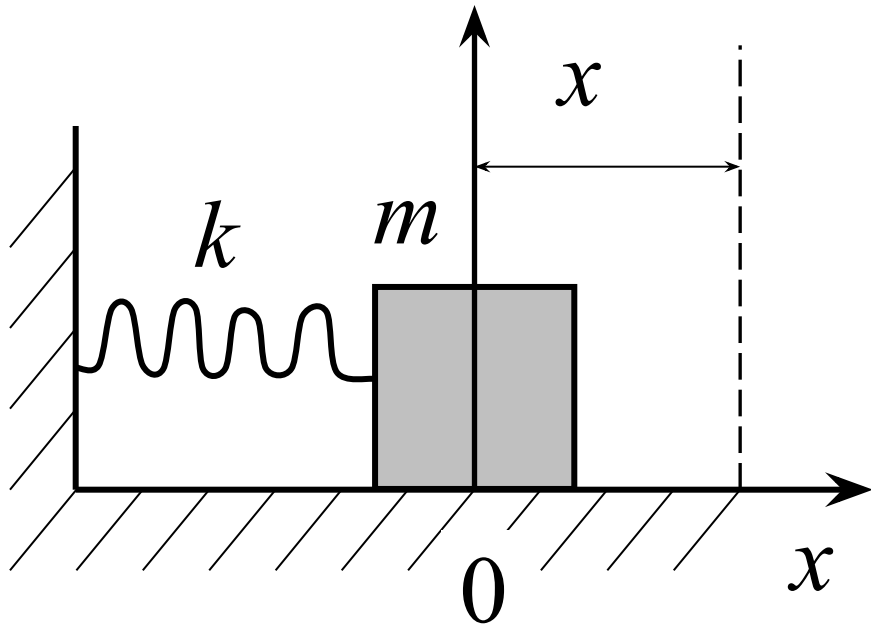
Полная энергия колебаний равна:

$$E = E_k + E_p = \frac{mA^2\omega^2}{2}$$

**Полная энергия**  
при гармонических колебаниях остается  
**постоянной** величиной.

## 2. Примеры гармонических колебаний

### Пружинный маятник



$$F = -kx,$$

где  $k$  – жесткость пружины.

$$mx'' = -kx$$

$$x'' + \frac{k}{m} x = 0$$

Сопоставляя с уравнением (1), находим циклическую частоту и период колебаний пружинного маятника:

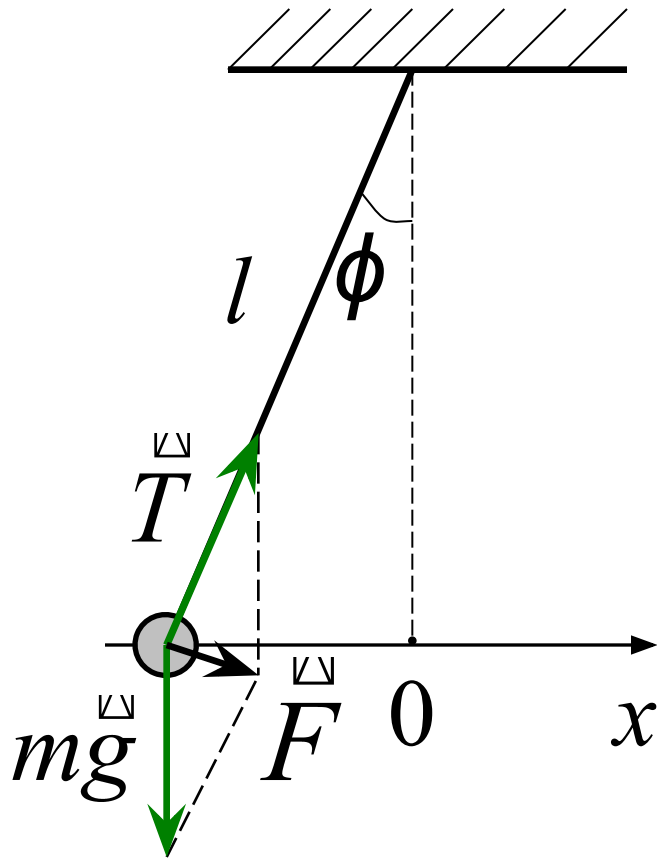
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$



# Потенциальная энергия пружинного маятника:

$$E_p = \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \frac{kx^2}{2}$$

# Математический маятник



$$F = -mg \sin \phi,$$

$$\sin \phi = \frac{x}{l},$$

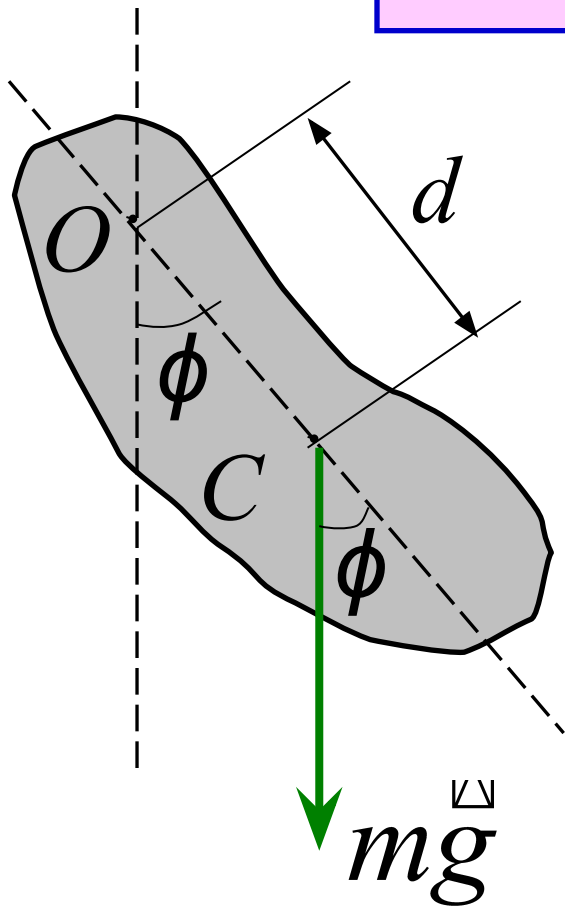
$$ma = -\frac{mg}{l} x.$$

$$x'' + \frac{g}{l}x = 0$$

Сопоставляя с уравнением (1), находим:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

## Физический маятник



$$M = J\varepsilon = J \cdot \varphi'' ,$$

$$M = -mgd \sin \varphi$$

$d$  – расстояние от оси до центра масс маятника,  
 $J$  – момент инерции.

При малых углах  $\sin\phi \approx \phi$

$$J\varphi'' = -mgd\varphi,$$

$$\varphi'' + \frac{mgd}{J}\varphi = 0.$$

Сравнивая с уравнением (1), находим:

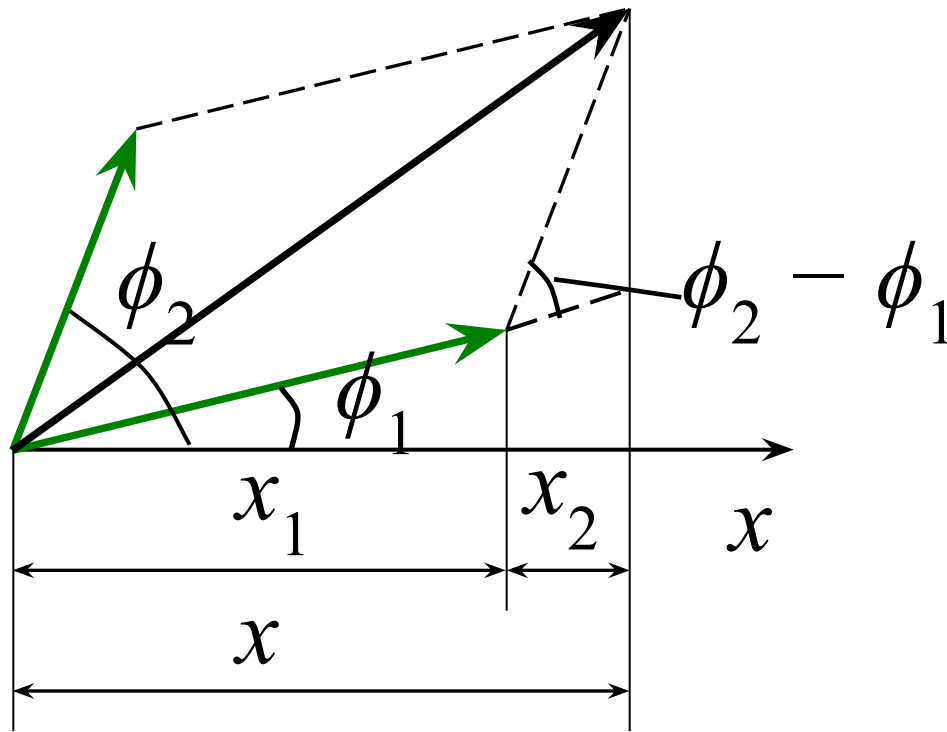
$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{J}},$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgd}}$$

### 3. Сложение гармонических колебаний

*Сложение колебаний  
одного направления и частоты*

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$



уравнение результирующего колебания:

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \varphi),$$



$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

Точка, участвуя в двух гармонических колебаниях одного направления и одинаковой частоты, совершает гармоническое колебание в том же направлении и с той же частотой, что и складываемые колебания.

# Сложение взаимно перпендикулярных колебаний

$$\begin{cases} x = A \cos \omega t \\ y = B \cos(\omega t + \alpha), \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{A} = \cos \omega t \\ \frac{y}{B} = \cos(\omega t + \alpha) = \cos \omega t \cos \alpha - \sin \omega t \sin \alpha \end{cases}$$

$$\sin \omega t = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{A}\right)^2}$$

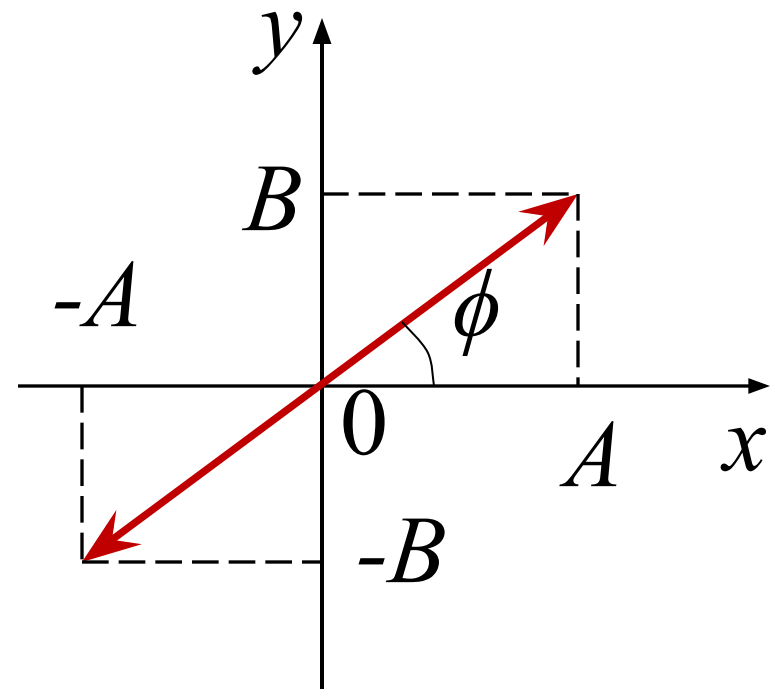
$$\frac{x^2}{A^2} - \frac{2xy}{AB} \cos \alpha + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2 \alpha$$

траектория результирующего колебания имеет форму эллипса.

a)  $\alpha = m\pi$  ( $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ).

Тогда  $\sin\alpha = 0$  и  $\cos\alpha = 1$ ,  
и эллипс вырождается  
в отрезок прямой:

$$y = \pm \frac{B}{A} x$$



Амплитуда результирующего колебания:

$$A_1 = \sqrt{A^2 + B^2}$$

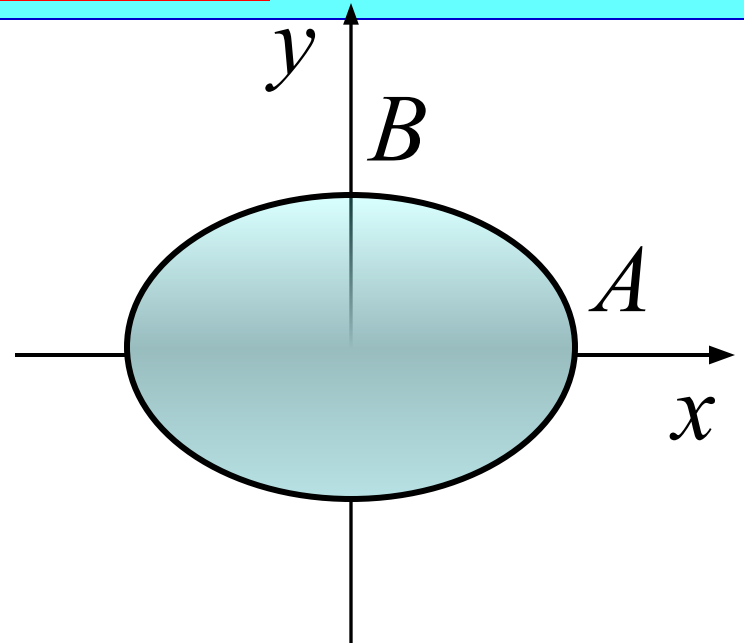
Прямая составляет с осью  $x$  угол:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{B}{A}$$

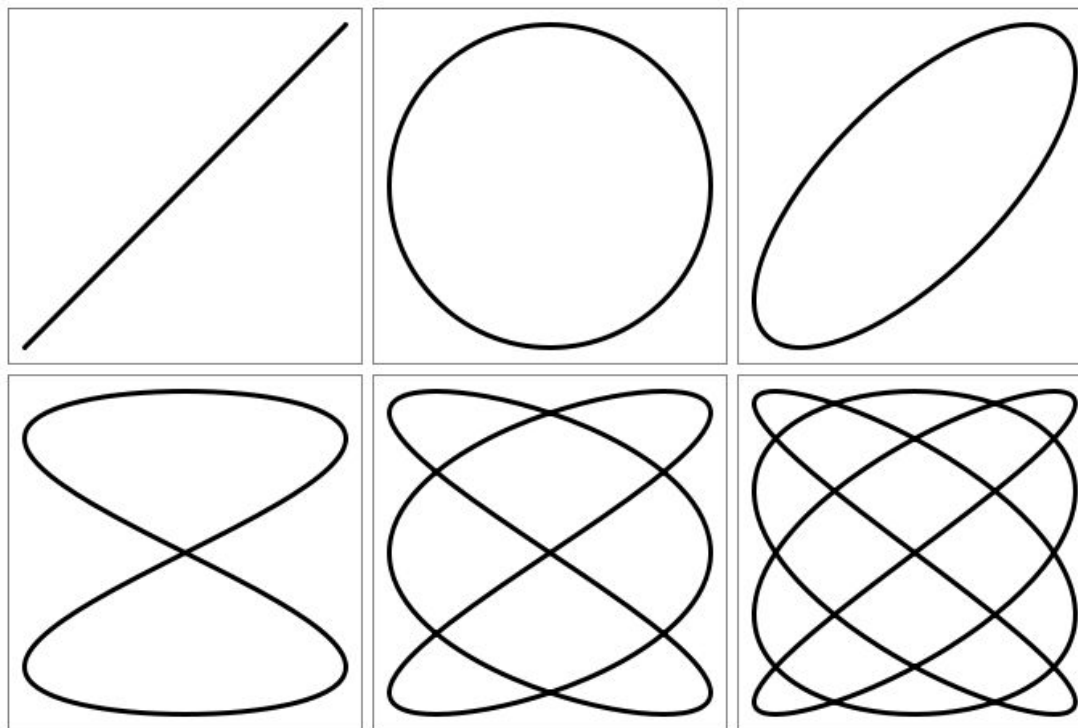
$$\text{б) } \alpha = (2m + 1)\frac{\pi}{2} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

В этом случае  $\sin\alpha = 1$  и  $\cos\alpha = 0$ , и траектория точки - **ЭЛЛИПС**

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$$



Замкнутые траектории, прочерчиваемые точкой, совершающей два взаимно перпендикулярных колебания, называют *фигурами Лиссажу*.



# ЗАКЛЮЧЕНИЕ:

Итак,  
мы изучили следующие учебные  
вопросы:

1. Гармонические колебания и их характеристики.
2. Примеры гармонических колебаний.
3. Сложение гармонических колебаний.



## Задание на самоподготовку:

1. Изучить рекомендуемую литературу  
§ § 140 – 145.

Рекомендуемая литература:

1. Трофимова Т.И. Курс физики.  
М.: изд-во «Академия», 2012