Множества и операции над ними

Понятия теории множеств

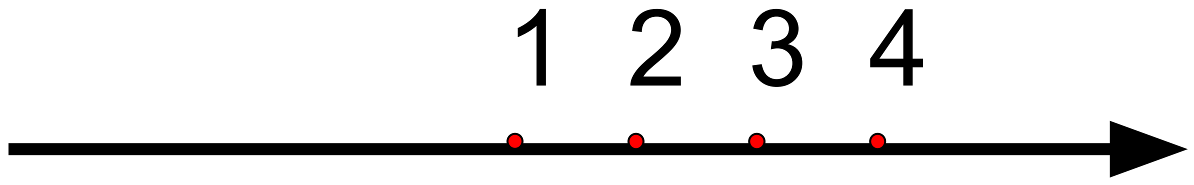
Понятие множества является одним из наиболее общих и наиболее важных математических понятий. Оно было введено в математику немецким ученым Георгом Кантором (1845-1918).Следуя Кантору, понятие "множество" можно определить так:

- ***Множество- совокупность объектов, обладающих определенным свойством, объединенных в единое целое.***

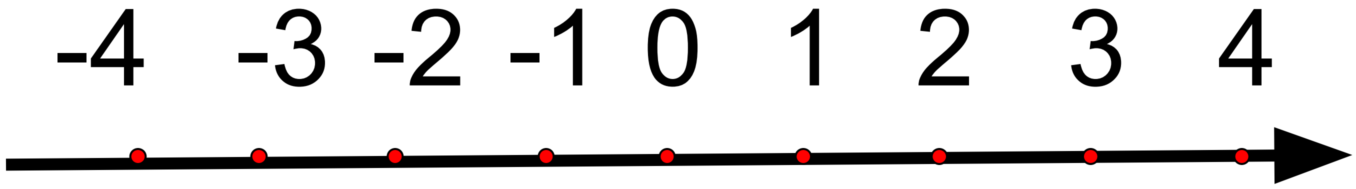
« Числа в математике»

Множество натуральных чисел N

(числа, которые используют для счета предметов)



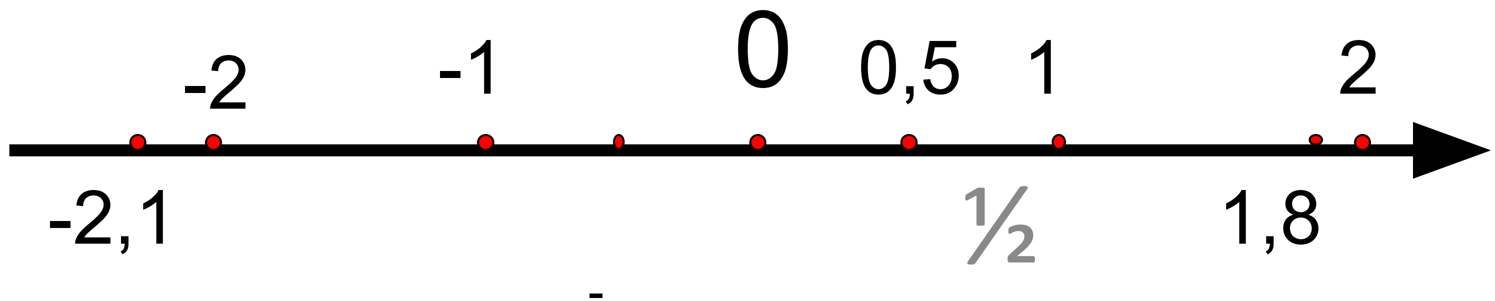
Добавив к ним число 0 и противоположные числа, получили **множество целых чисел** Z



Добавив к ним все дробные числа, получили

множество рациональных чисел

Q



Целые и дробные числа образуют множество рациональных чисел Q

Число, которое можно записать в виде отношения, a/n

где *a* є *Z*, *а n* є *N*, называют рациональным числом

1, 4142135623730950488… -

бесконечная непериодическая десятичная дробь. Такие числа называются

иррациональными

примеры: $\pi \approx 3,14$

Вывод: все числа, с которыми мы знакомы, можно показать в виде диаграммы Эйлера

Действительные числа (обозначение-R)

- **Множество цифр:**

  0;1;2;3;4;5;6;7;8;9

- **Множество букв русского алфавита**

Предметы, из которых состоит множество, называются его ЭЛЕМЕНТАМИ

Например:

- **1). Цифра 6 – элемент множества цифр.**
- **2). Буква Л – элемент множества букв русского алфавита**

Для обозначения множеств используют большие буквы латинского алфавита или фигурные скобки,
внутри которых записывают элементы множества(при этом порядок элементов не имеет значения).

- **Например:**
- **1). A— множество цифр: A={0;1;2;3;4;5;6;7;8;9}.**
- **2). W— множество букв русского алфавита:**

W={А;Б;В;Г;Д;Е;Ж;З;И;Й;К;Л;М;Н;О;П;Р;С;Т;У;Ф;Х;Ц;Ч;Ш;Щ; Ь;Ы;Ъ;Э;Ю;Я }

- **Для обозначения элементов множества используют малые буквы латинского алфавита**

Например:

- 1). f = 6 – элемент множества цифр
- 2). a = Р – элемент множества букв русского алфавита

- **Принадлежность предмета данному множеству обозначается** $\in$
- **Непринадлежность – символом** $\notin$

Например:

- 1). f = 6 ; 6 є А, где А— множество цифр.
- 2). К є W, где W— множество букв русского алфавита

Множество может быть:

- 1). Конечное :

Например: A— множество цифр

- 2). Бесконечное:

Например: N – множество натуральных чисел

- 3). Пустое:

∅- множество, в котором нет ни одного элемента

Например: x – множество решений уравнения $x^2 = -25$

Если множество В состоит из некоторых элементов множества А

(и только из них),

то множество В называется *ПОДМНОЖЕСТВОМ множества А*

$$B \subset A$$

Подмножеством данного множества А является и само множество А

Например:

1). В= {5;9;0 }, А= { 0;1;2;3;4;5;6;7;8;9 }, то

$B \subset A$ **(читается В содержится в А)**

Пустое множество, по определению, считают подмножеством всякого множества

2). С= { Л;Е;Т;О },

W= {А;Б;В;Г;Д;Е;Ж;З;И;Й;К;Л;М;Н;О;П;Р;С;Т;У;Ф;Х;Ц;Ч;Ш;Щ;Ь;Ы;Ъ;Э;Ю;Я },

$C \subset W$ **(читается С содержится в W)**

Способы задания множеств

- ***Перечислением элементов множества;***
- ***Описанием общего (характеристического) свойства, объединяющего элементы.***

Например:

1). К = $\{x: -5 \le x \le 6\}$-описанием характеристического свойства элементов

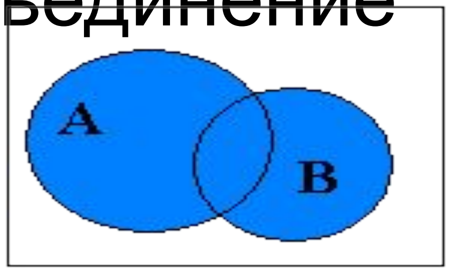
2). Т = $\{x: 0 \le x \le 9,\ x \in N\}$ –описанием характеристического свойства элементов

3). Множество учеников данного класса определяется их списком в классном журнале - перечислением элементов

4). Множество цифр: А = $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ - перечислением элементов

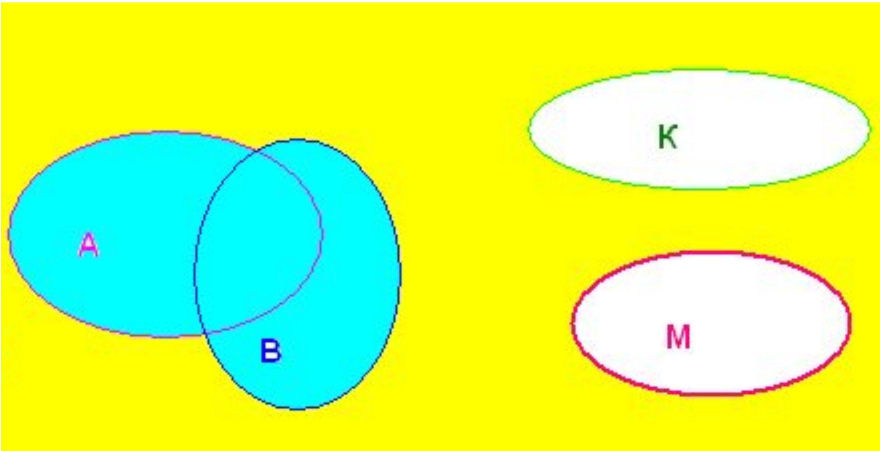
Операции над множествами

- **Суммой, или объединением** произвольного конечного или бесконечного множества множеств называется множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств А,В.
- Объединение множеств обозначается $A \cup B$
- На диаграмме Эйлера-Венна объединение двух множеств выглядит так



П р и м е р : $\{1,2,3\} \cup \{2,3,4\} = \{1,2,3,4\}$.

ОБЪЕДИНЕНИЕ МНОЖЕСТВ А и В



- **Например:**
- L= { 5;7;9;3;1},
- W= { 1;0;8;2;4;5;6 } =>
- LUW={0;1;2;3;4;5;6;7;8;9}

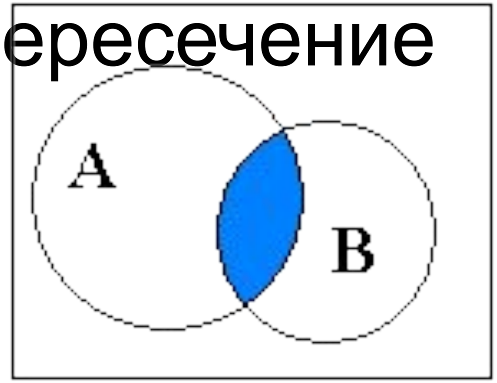
С =А U В **К U М**

Решение задач:

1.Дано: А={1;3;5;7}, В={1;5;7;9}, С={2;4}.

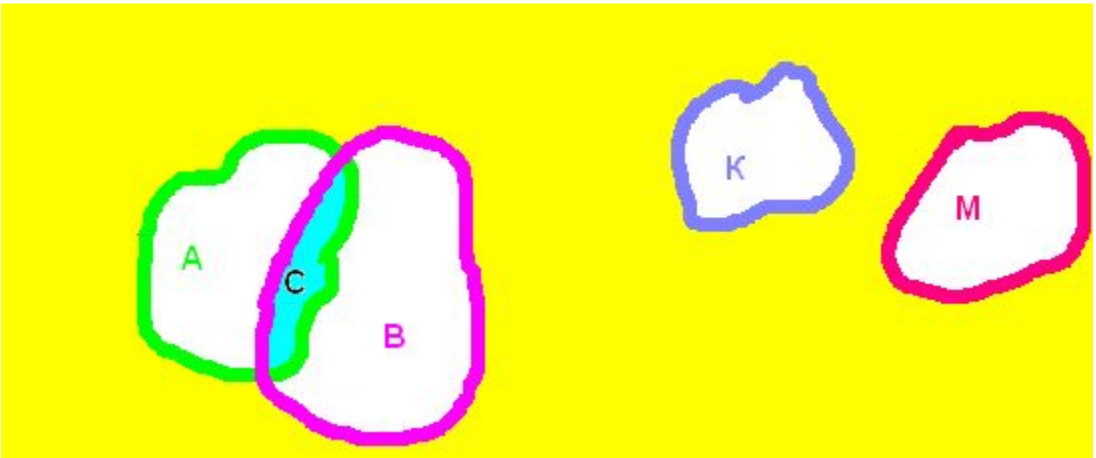
Найти: а) А U В; б) А U С; в) В U С; г) А U В U С.

- **Пересечением** любого конечного или бесконечного множества множеств называется множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат множествам А и В одновременно.
- Пересечение множеств обозначается $A \cap B$
- На диаграмме Эйлера-Венна пересечение двух множеств выглядит так



П р и м е р : $\{1,2,3\} \cap \{2,3,4\} = \{2,3\}$

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОЖЕСТВ А и В



$C = A \cap B$ $K \cap M = \varnothing$

Например:

$L = \{ 5;7;9;3;1\}$,

$W = \{ 1;0;8;2;4;5;6 \}$

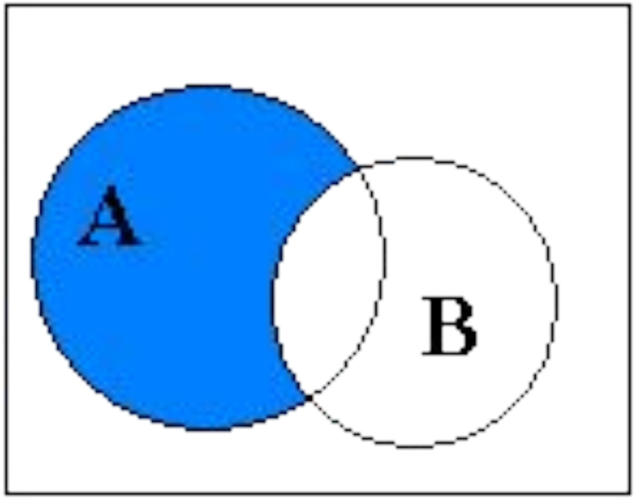
$\Rightarrow K = L \cap W = \{ 1;5 \}$

Решение задач:

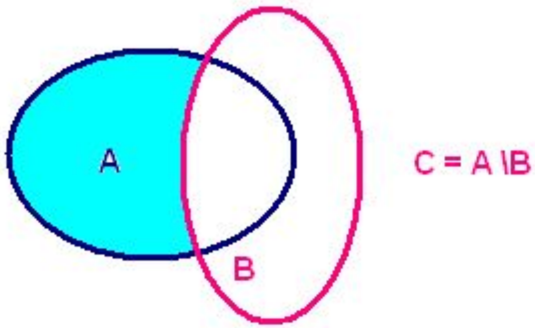
1. *Дано:* $A = \{a;c;к;1;3\}$, $B = \{c;e;6;3\}$, $C = \{c;1;6\}$.

***Найти:* а) $A \cap B$; б) $A \cap C$; в) $B \cap C$; г) $A \cap B \cap C$.**

- **Разностью** между множеством В и множеством А называется множество всех элементов из В , не являющихся элементами из А .
- Разность двух множеств обозначается $A \setminus B$
- На диаграмме Эйлера-Венна разность двух множеств выглядит так



РАЗНОСТЬ МНОЖЕСТВ А и В



1. Дано: M = { a;b;c;d } , N = { b;d } .
Найти: а) M \ N; б) N \ M; в) (M \ N) U (N \ M)

2. Найти разность множеств
К = {1;2;3;7;8;9;) } и М = {2;0;8 }.

• **Дополнением** множества А называется множество, состоящее из всех элементов, не принадлежащих множеству А

(но принадлежащих универсальному множеству U)

Дополнение множества А обозначается $\overline{A}$

(можно читать: «А с чертой»)