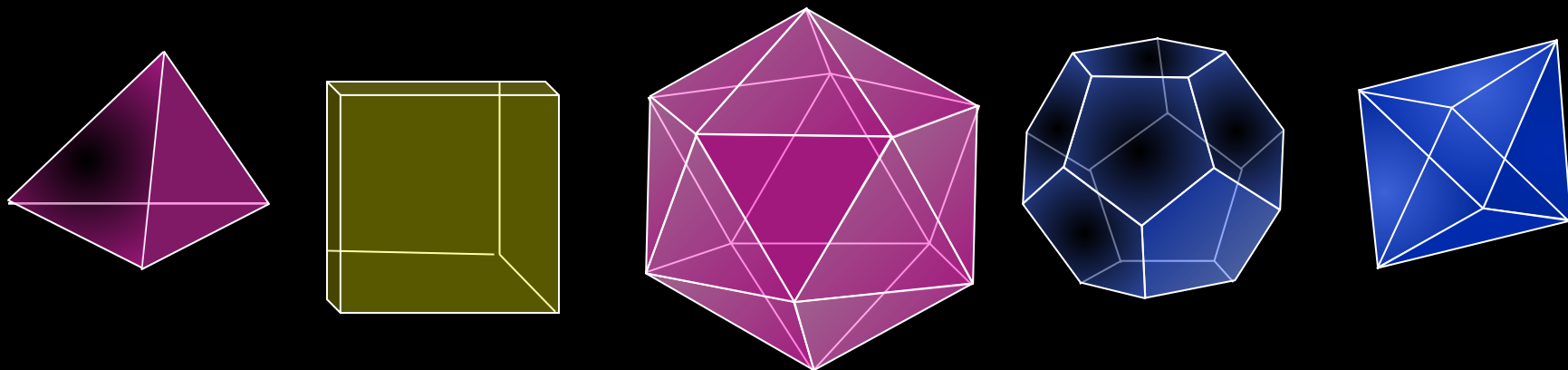


Понятие многогранника



Призма

Цель: ввести понятие многогранника, призмы и их элементов

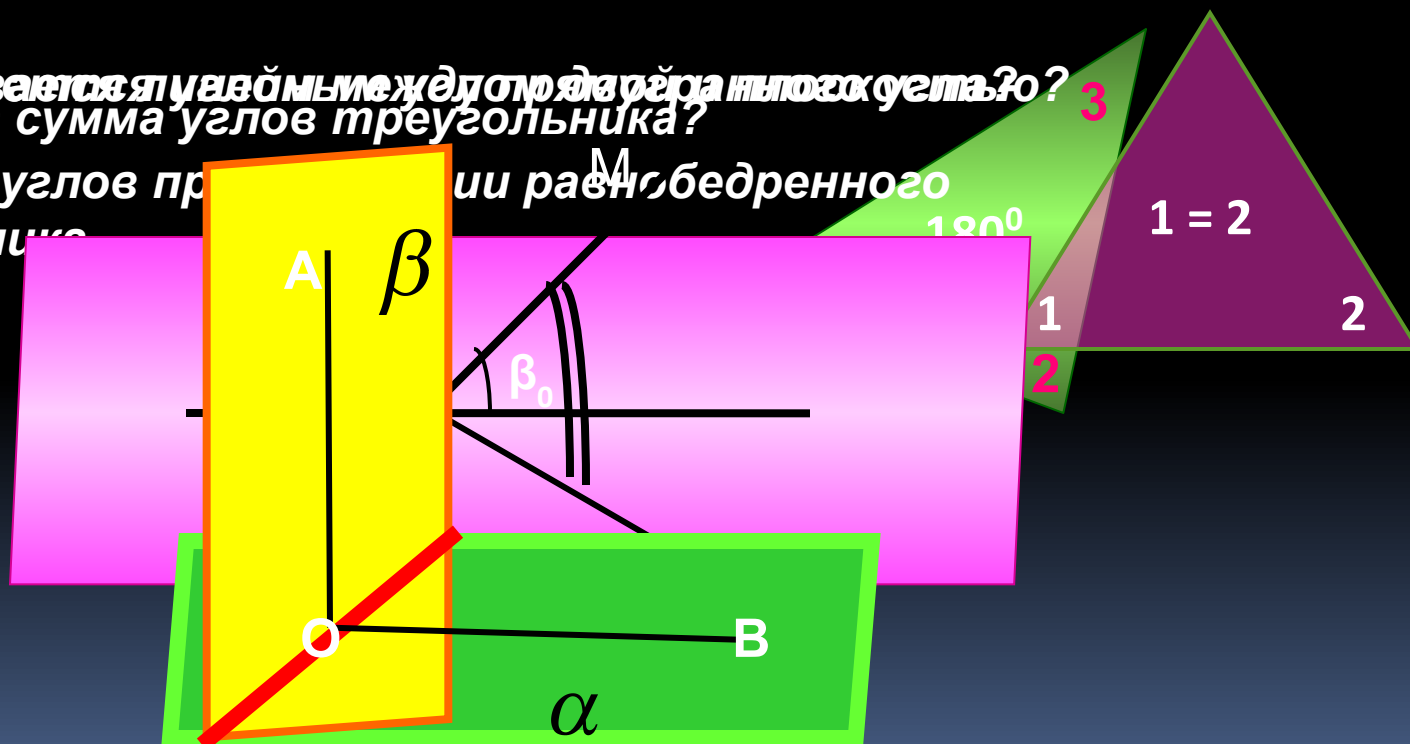
Задачи:

Учебно – познавательная: формирование умений применять основные понятия многогранника, призмы и их элементов при решении задач на конструктивном уровне

Развивающая: развитие визуального, наглядно-образного типов мышления.

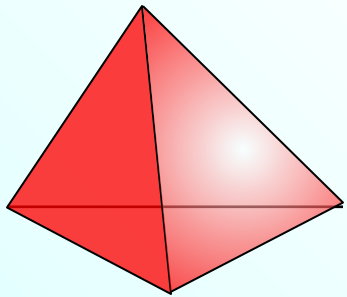
Воспитательная: способствовать развитию устойчивого интереса к математике через применение информационно – коммуникационных технологий.

- Что называется углом между двумя гранями окрестности?
- Чему равна сумма углов треугольника?
- Свойства углов при вершине и равнобедренного треугольника

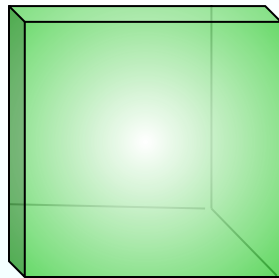


Правильные многогранники в философской картине мира Платона.

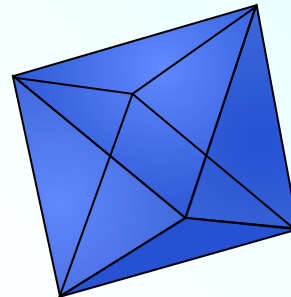
Тетраэдр олицетворял огонь, поскольку его вершина устремлена вверх, как у разгоревшегося пламени; икосаэдр – как самый обтекаемый – воду; куб – самая устойчивая из фигур – землю, а октаэдр – воздух.



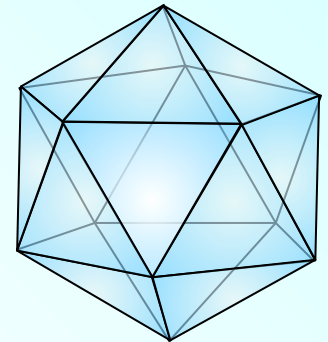
ОГОНЬ



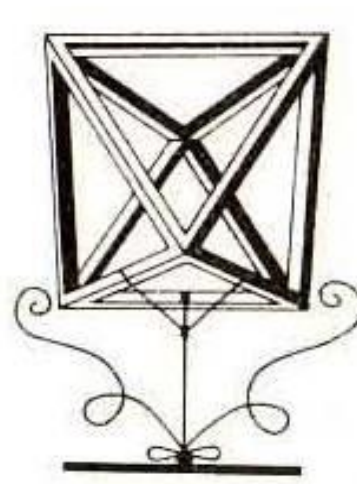
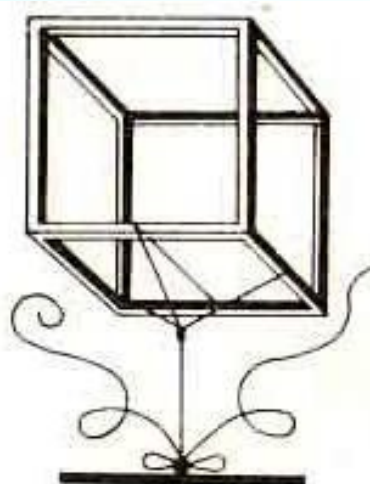
ЗЕМЛЯ



ВОЗДУХ

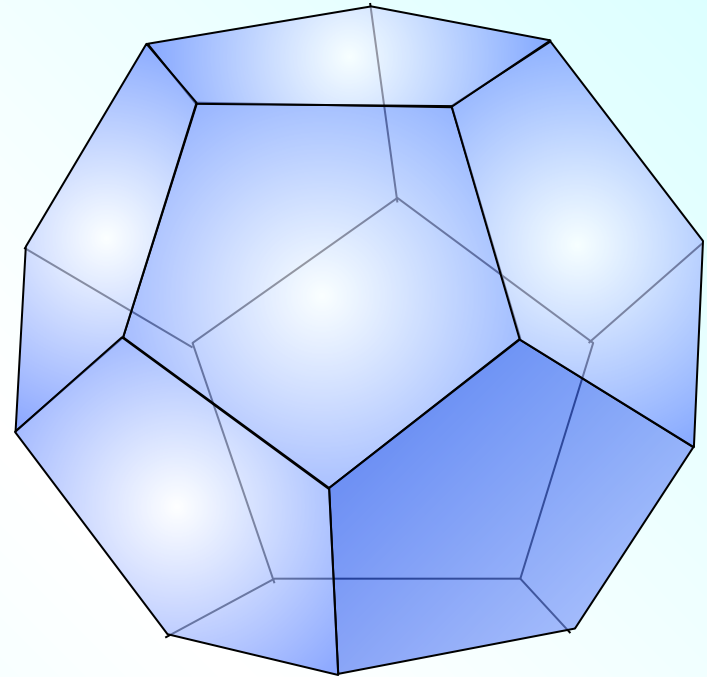
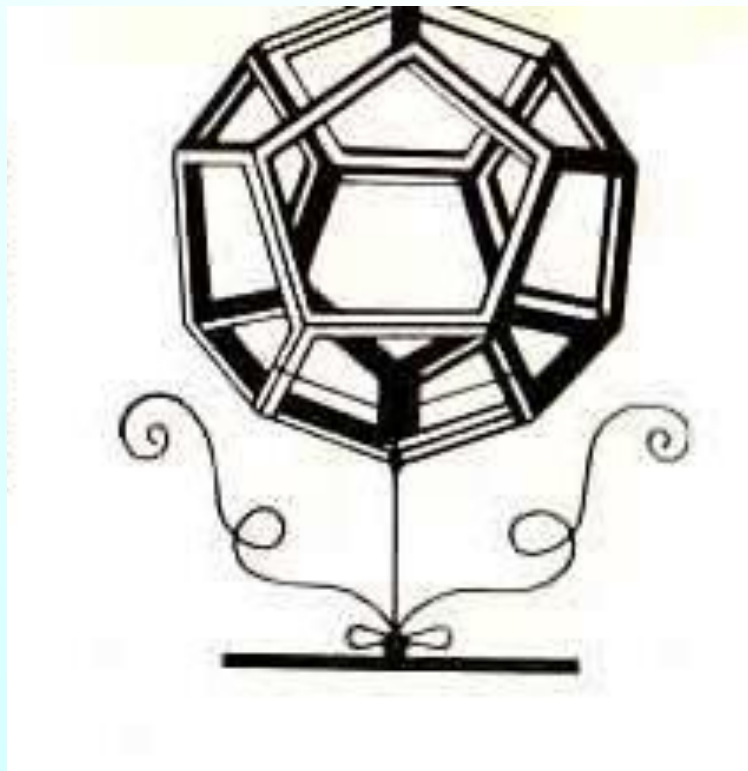


ВОДА



Пятый многогранник – додекаэдр символизировал
весь мир и почитался главнейшим.

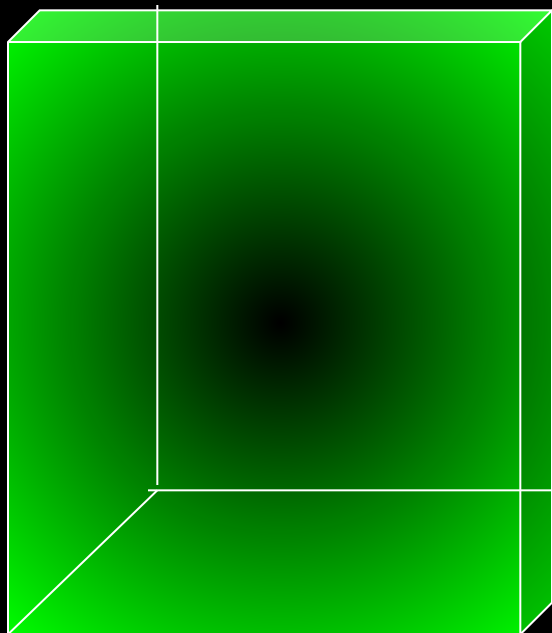
вселенная



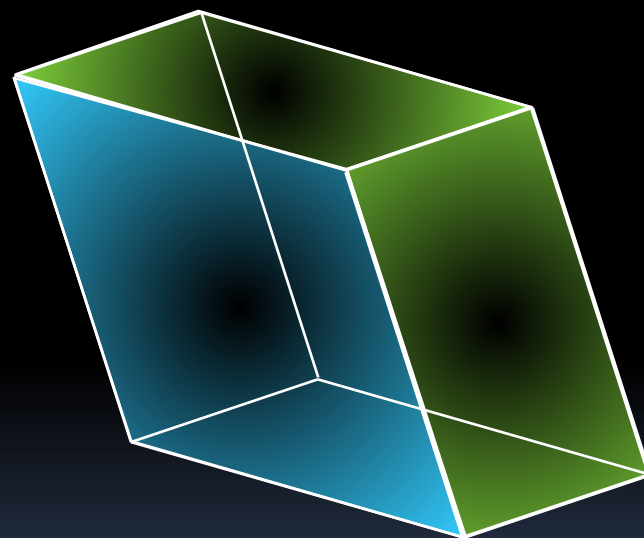
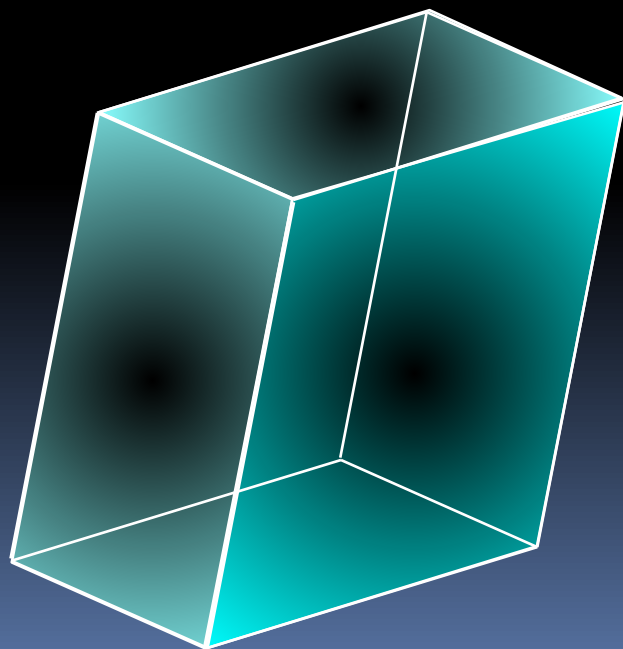
Что такое многогранник?

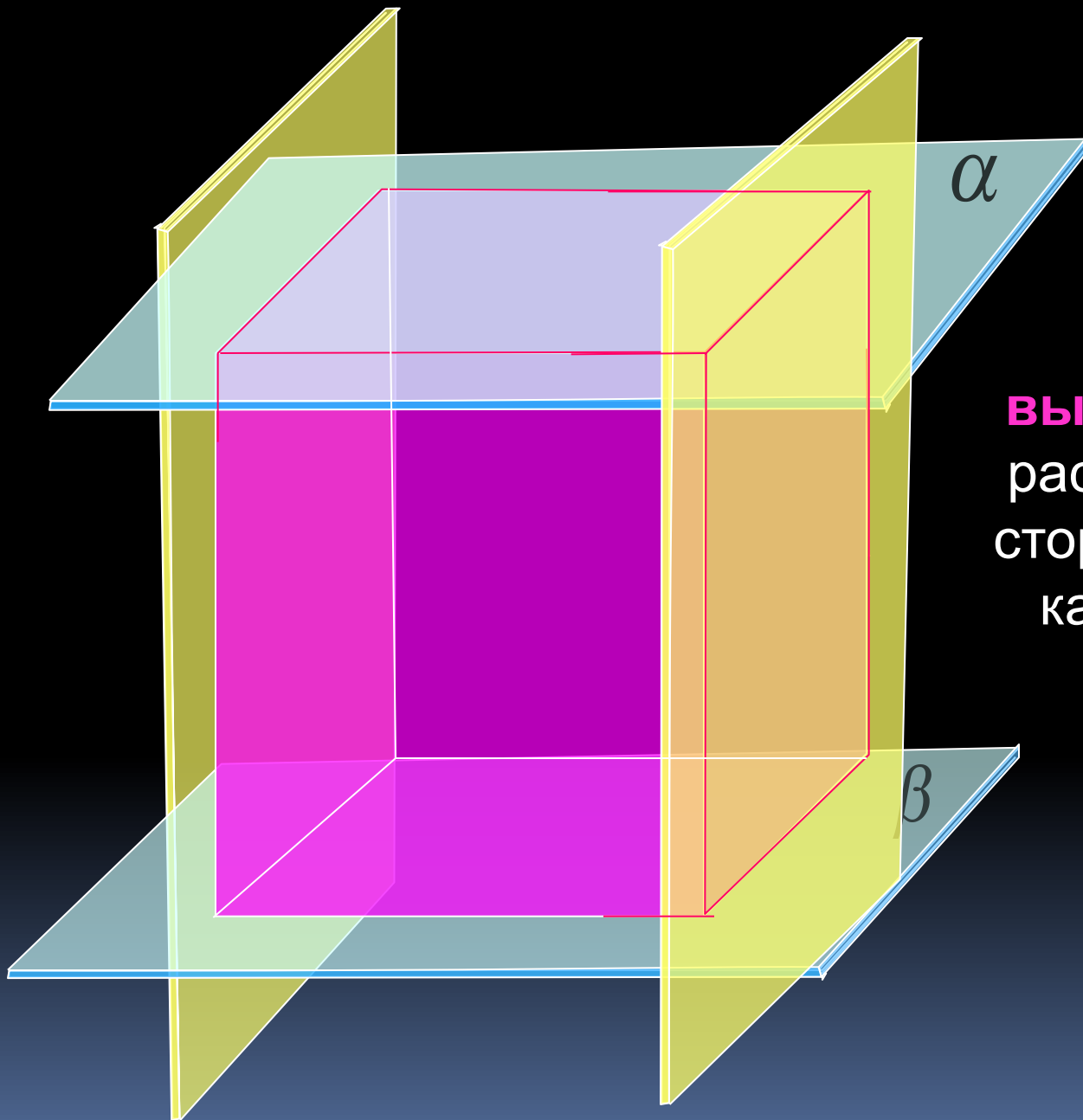
Поверхность, составленную из многоугольников и ограничивающую некоторое геометрическое тело называют многогранником.





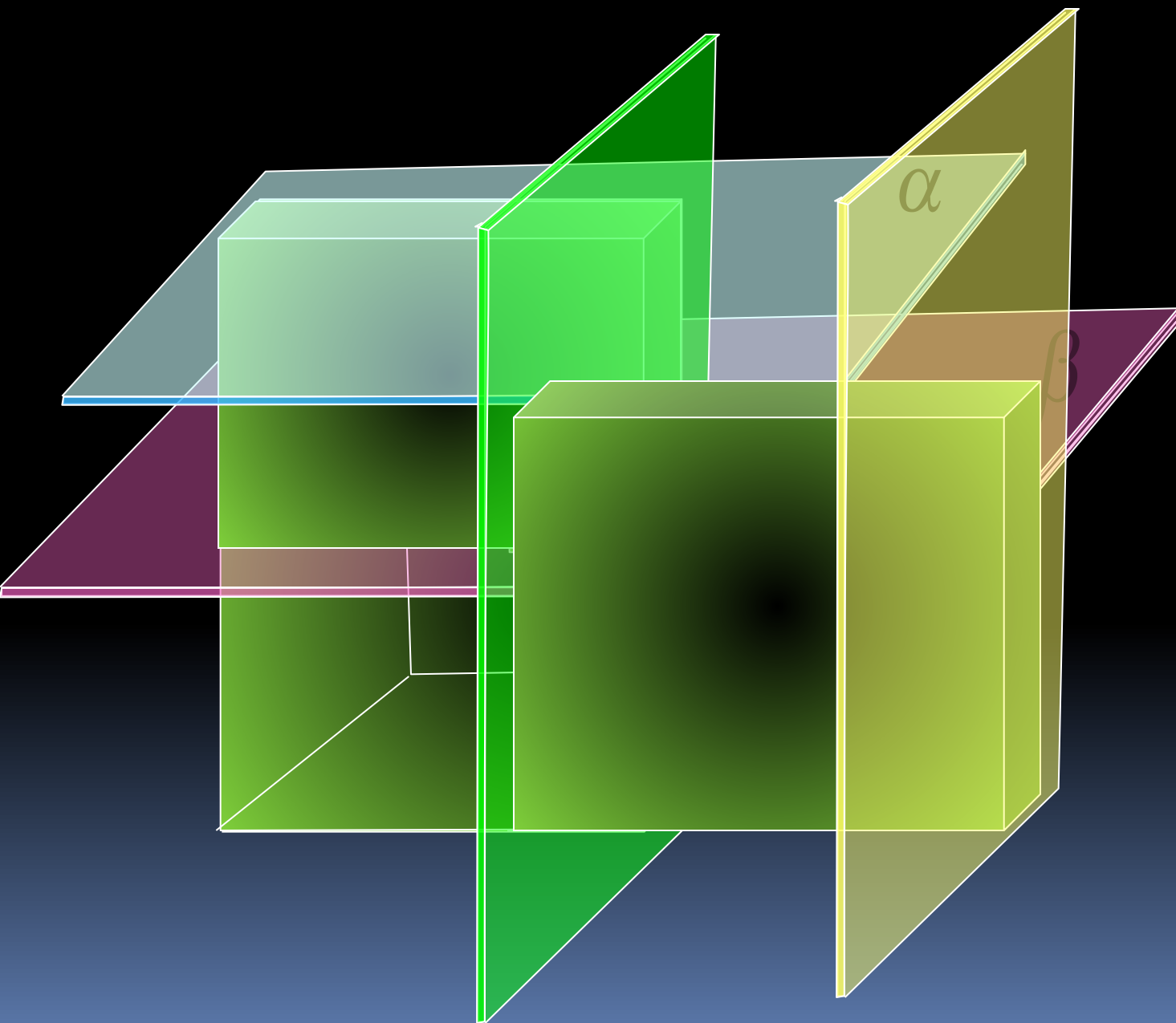
Прямые и наклонные многогранники





Многогранник называется **выпуклым**, если он расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани.

Невыпуклый многогранник



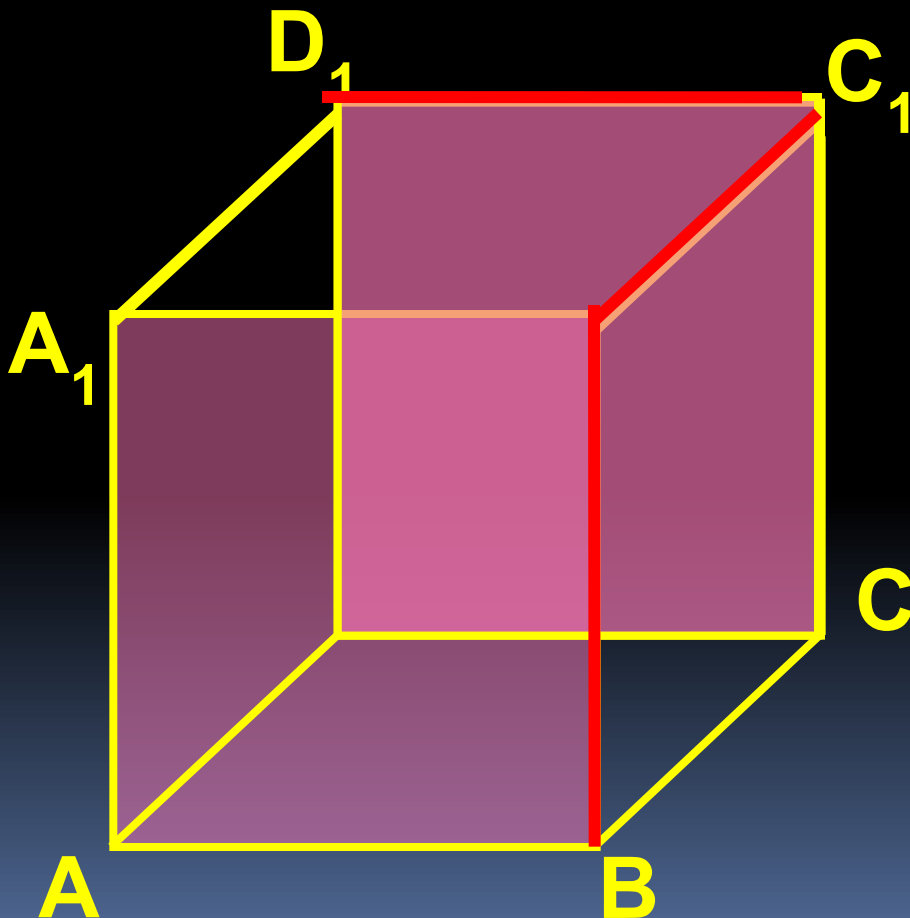
Элементы многогранника

□ Из чего состоит поверхность многогранника?

Вывод: многоугольники – это грани.

□ Стороны граней называются ребрами.

□ Концы ребер – вершинами многогранника



Свойства плоских углов многогранника

При одной вершине сходится n плоских углов, но чтобы образовался многогранный угол сумма их градусных мер должна быть меньше 360° , т.е.

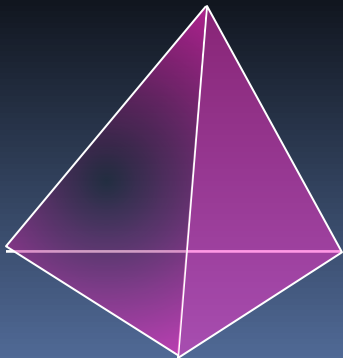
$$n\alpha < 360^\circ$$

Существуют многогранники, гранями которых
являются правильные треугольники
Существуют многогранники, гранями которых
являются правильные четырёхугольники

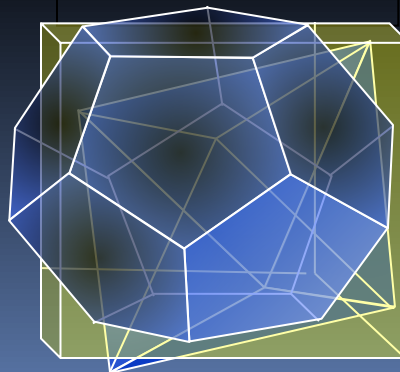
Угол правильного пятиугольника равен 108° , значит в одной вершине
Угол квадрата равен 90° , значит в одной вершине может сходиться только
может сходиться только 3 правильных
одной вершине может сходиться
пятиугольника

3, 4 или 5 правильных треугольников

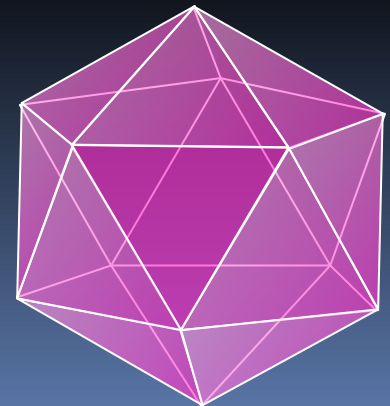
Тетраэдр



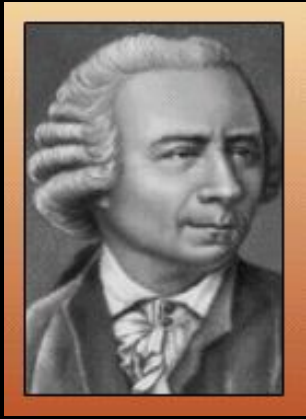
Гексаэдр



Икосаэдр



Эйлерова характеристика многогранника



Л. Эйлер

В каждом правильном многограннике сумма числа и вершин равна числу рёбер, увеличенному на 2.

границы

вершины

ребра

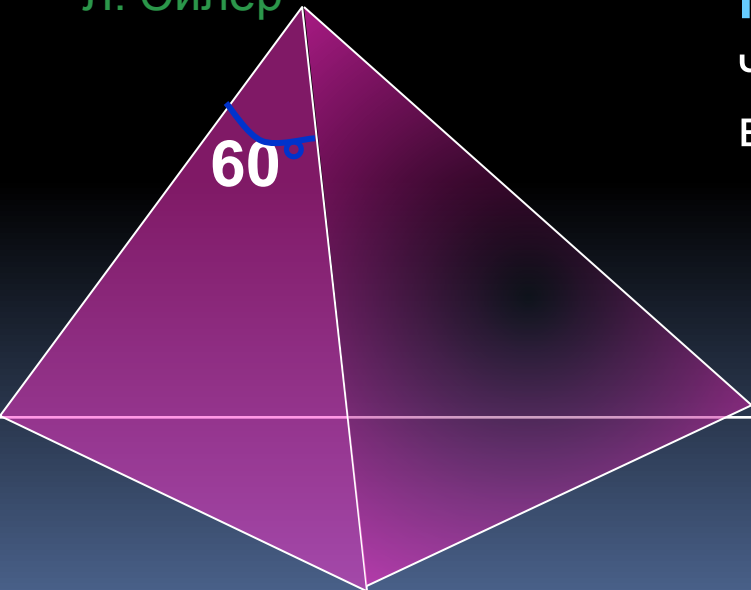
$$G + V = R + 2$$

Правильный тетраэдр составлен из четырех равносторонних треугольников и в каждой вершине сходятся 3 ребра.

4 грани, 4 вершины и 6 ребер.

Сумма плоских углов при каждой вершине равна 180°

$$60^\circ + 60^\circ + 60^\circ < 360^\circ$$



грани

вершины

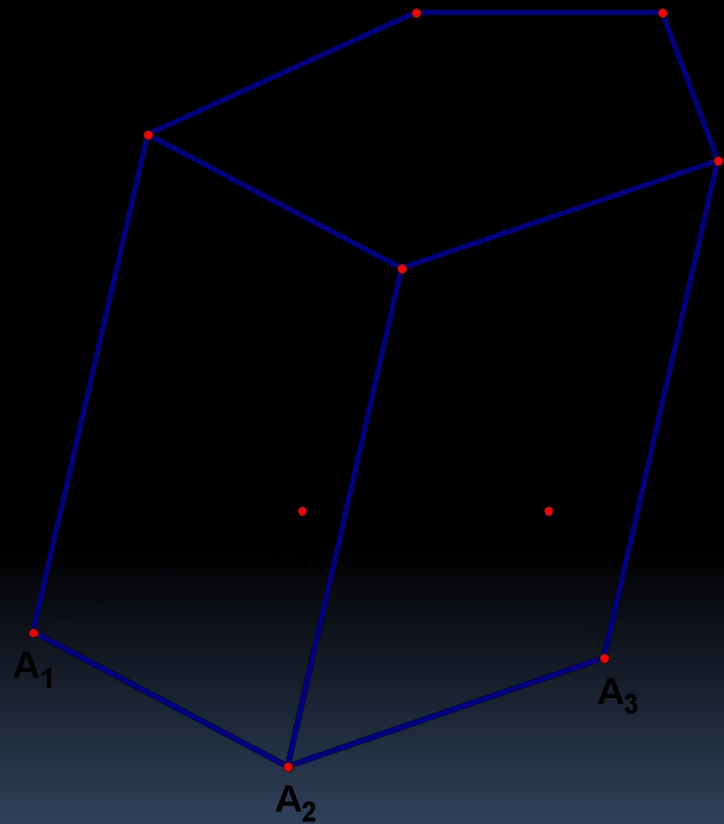
ребра

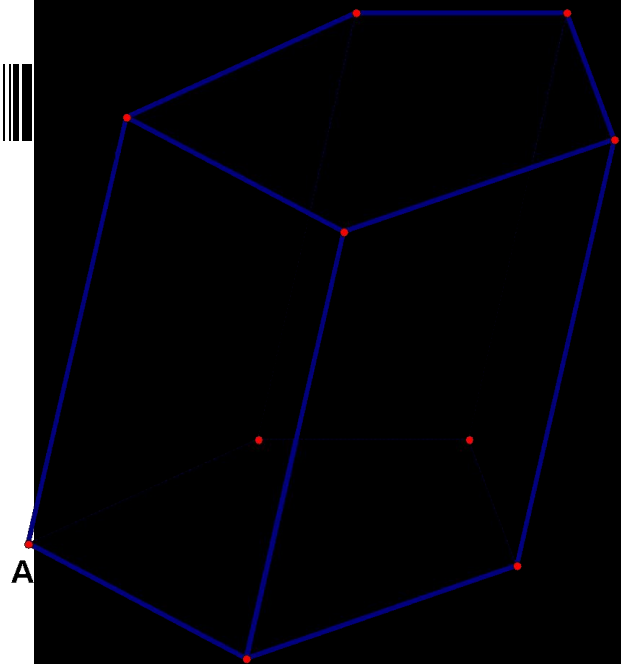
$$\Gamma + B = P + 2$$

					
Название	Тетраэдр	Октаэдр	Гексаэдр	Додекаэдр	Икосаэдр
Число граней	4	8	6	12	20
Число вершин	4	6	8	20	12
Число рёбер	6	12	12	30	30

Призма

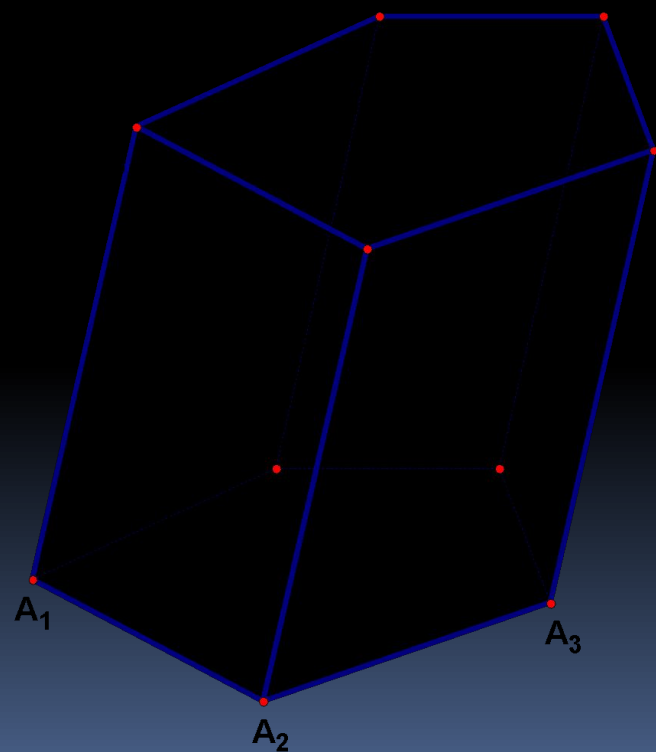
- Многогранник, составленный из двух равных многоугольников $A_1 A_2 \dots A_n$ и $B_1 B_2 \dots B_n$, расположенных в параллельных плоскостях, и n параллелограммов, называется **призмой**





- Многоугольники $A_1 A_2 \dots A_n$ и $B_1 B_2 \dots B_n$ называются **основаниями** призмы,

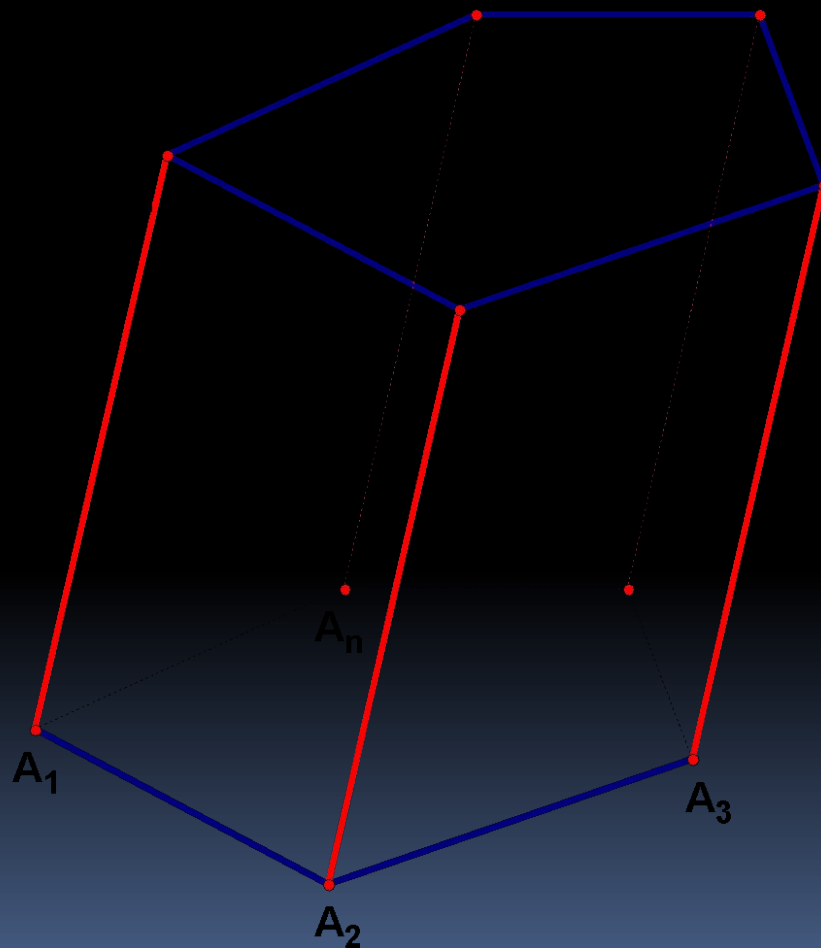
а параллелограммы –
боковыми гранями
призмы



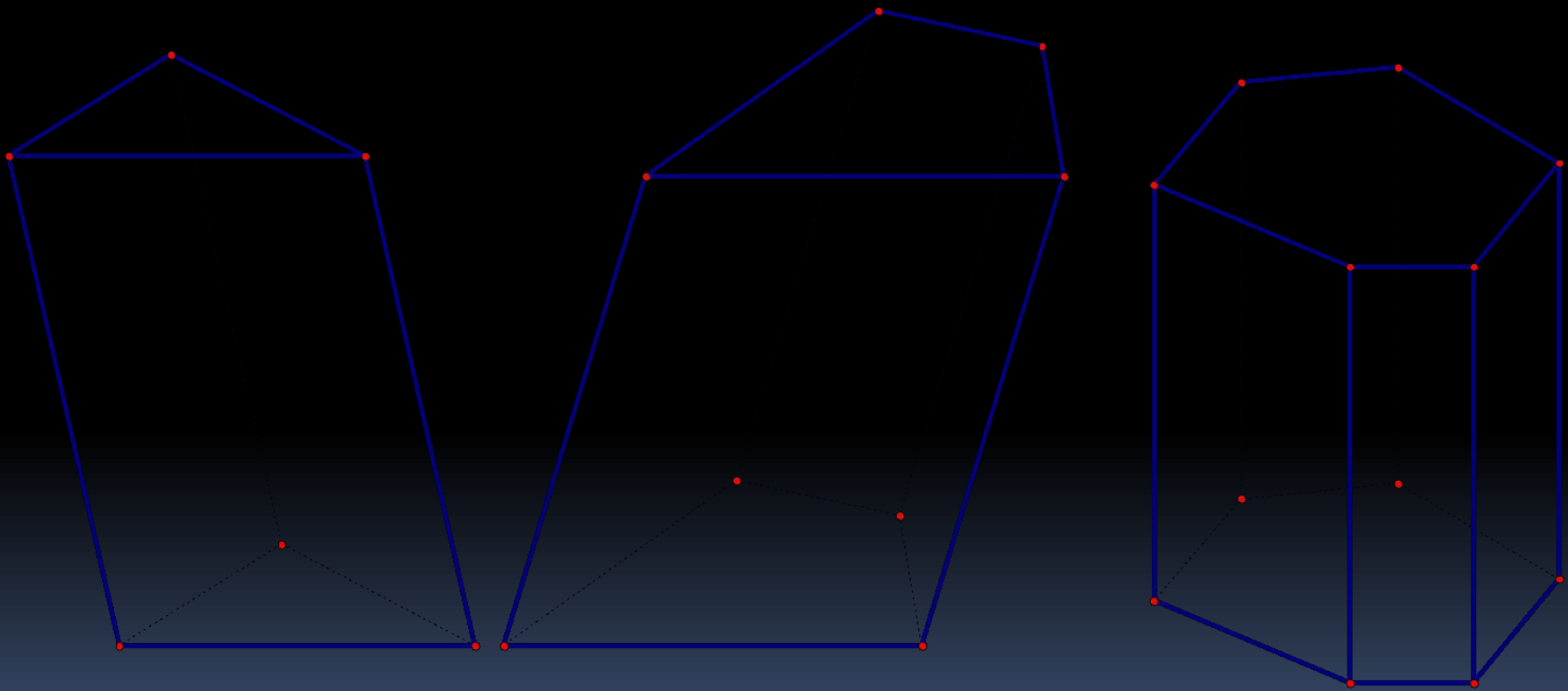
Боковые ребра призмы

- Отрезки $A_1B_{1'}$, $A_2B_{2'}$,
 \dots , A_nB_n
называются
боковыми ребрами
призмы

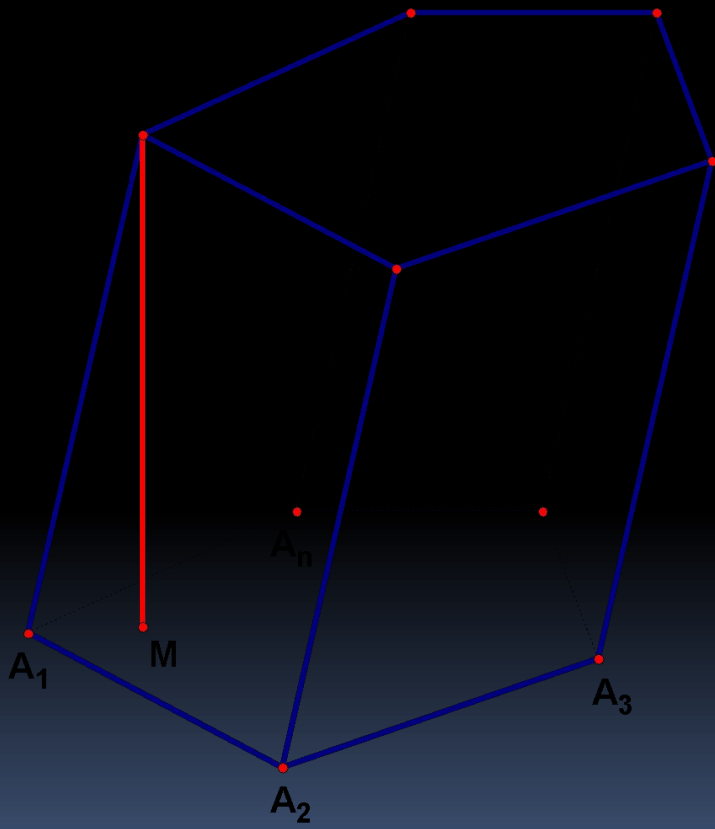
- Боковые ребра
призмы **равны и**
параллельны



- Призму с основаниями $A_1 A_2 \dots A_n$ и $B_1 B_2 \dots B_n$ обозначают $A_1 A_2 \dots A_n B_1 B_2 \dots B_n$ и называют ***n*-угольной призмой**



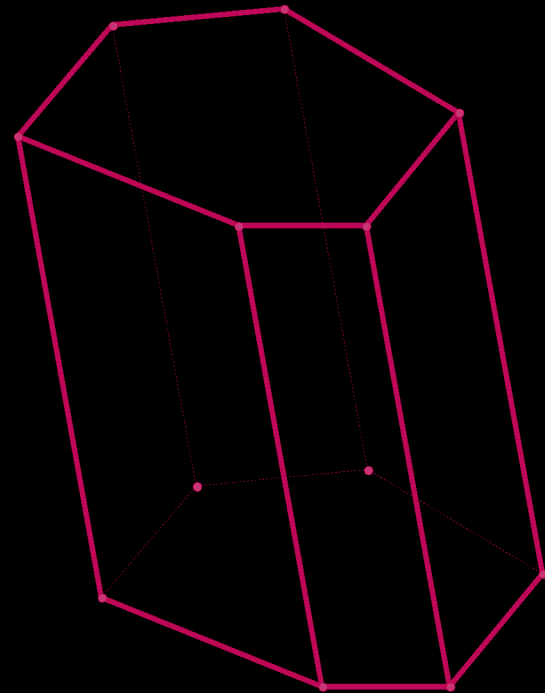
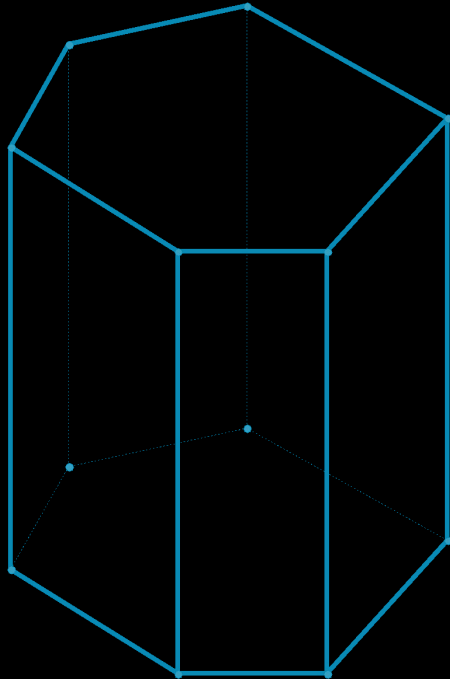
Высота призмы



- Перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания, называется **высотой** призмы

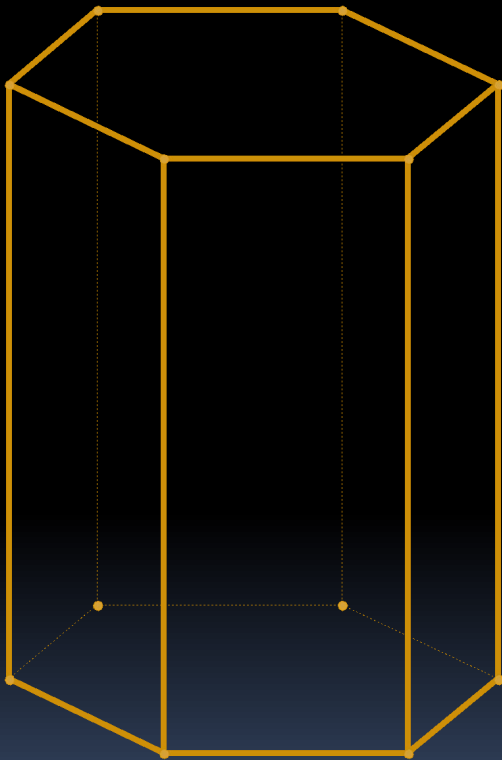
$$B_1M \perp (A_1A_2A_3)$$

Прямая и наклонная призмы



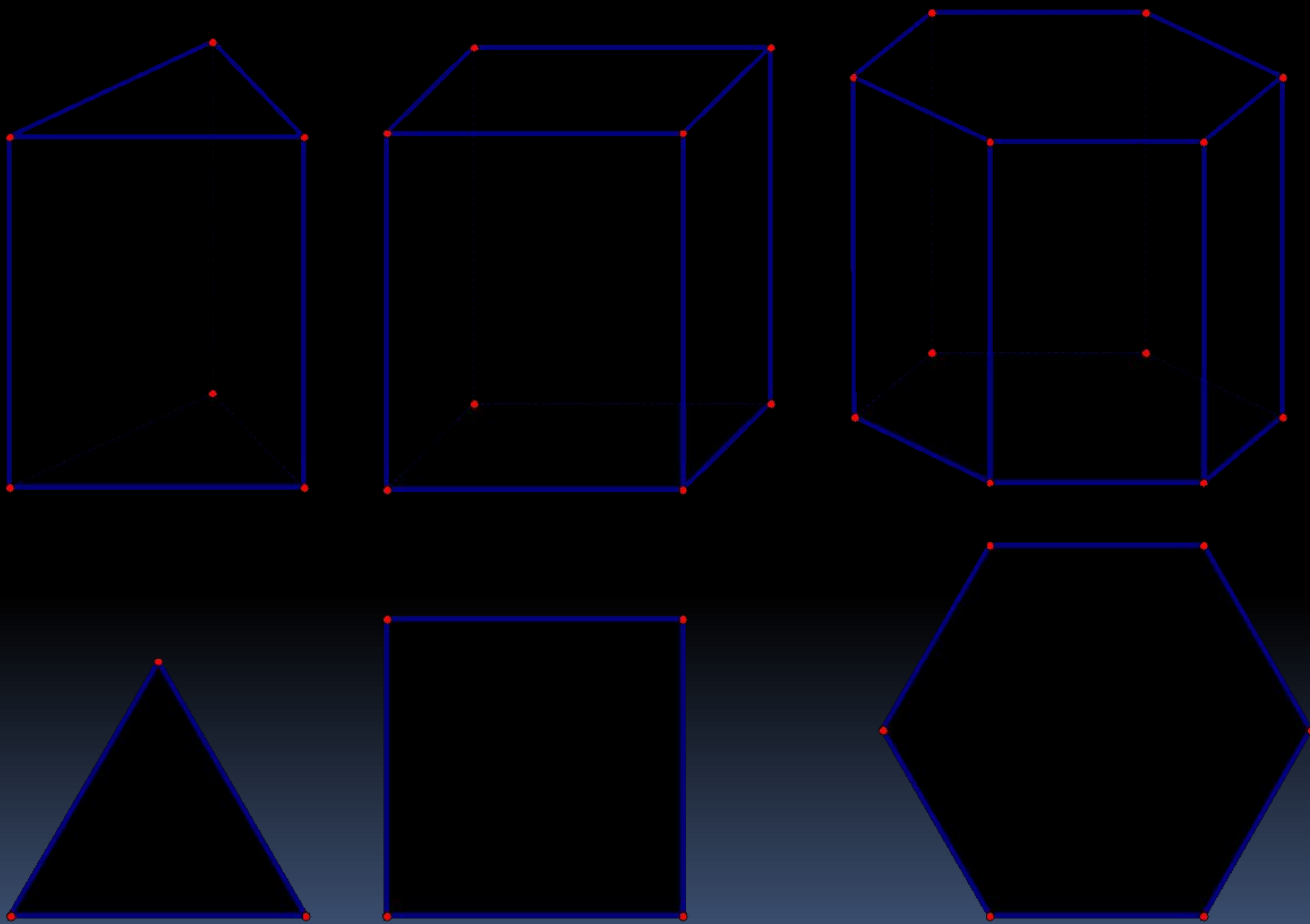
- Если боковые ребра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма называется **прямой**,
- в противном случае – **наклонной**
- Высота прямой призмы равна её боковому ребру

Правильная призма



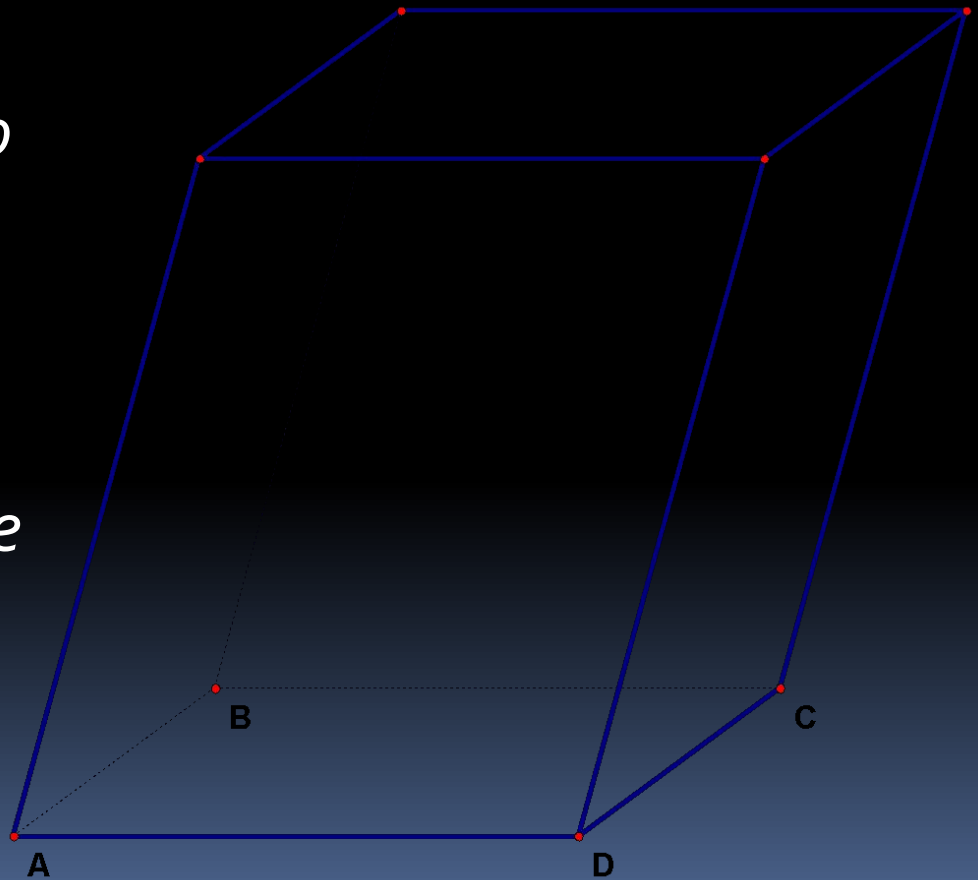
- Прямая призма называется **правильной**, если её основания – правильные многоугольники
- У правильной призмы все боковые грани – равные прямоугольники

Правильные призмы

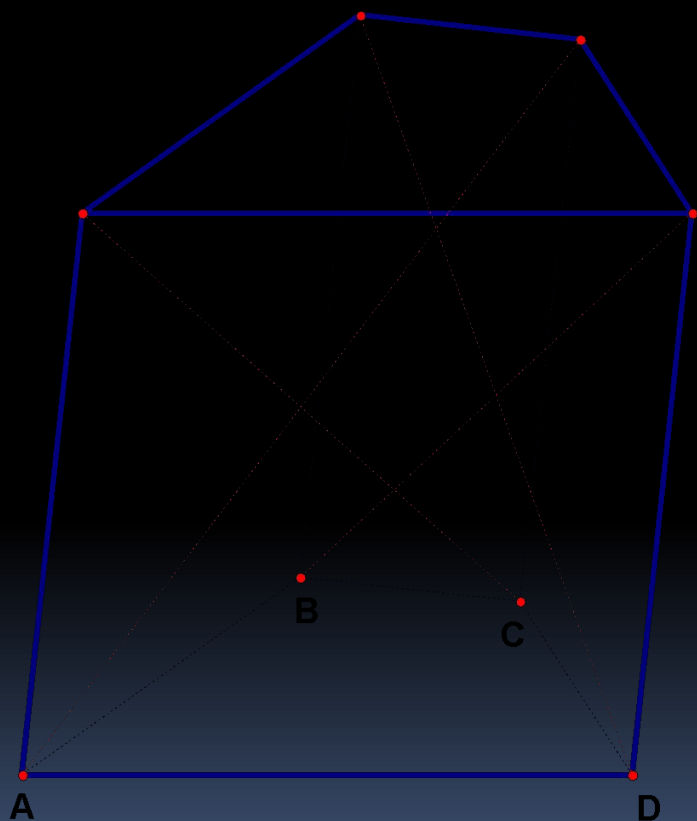


Параллелепипед

- Если основания призмы - параллелограммы, то призма является **параллелепипедом**
- В параллелепипеде все грани являются параллелограммами

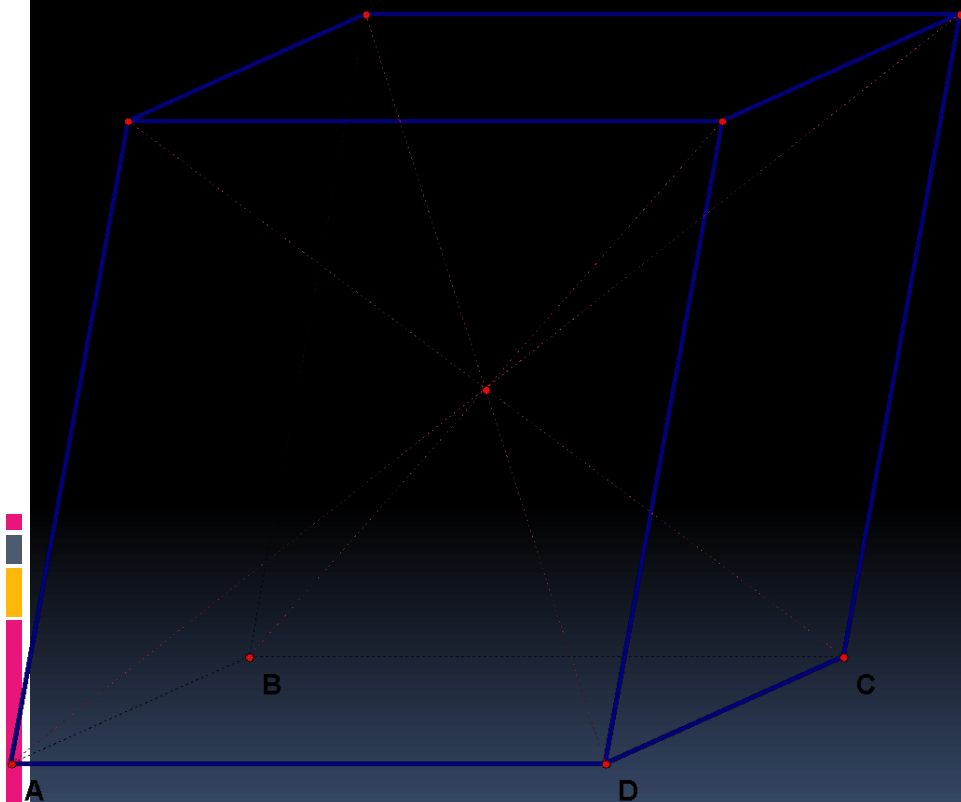


Диагонали призмы



- **Диагональю** призмы называется отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани

Диагонали параллелепипеда



- Диагонали параллелепипеда пересекаются в **одной точке** и делятся этой точкой **пополам**

$$AO = OC_1$$

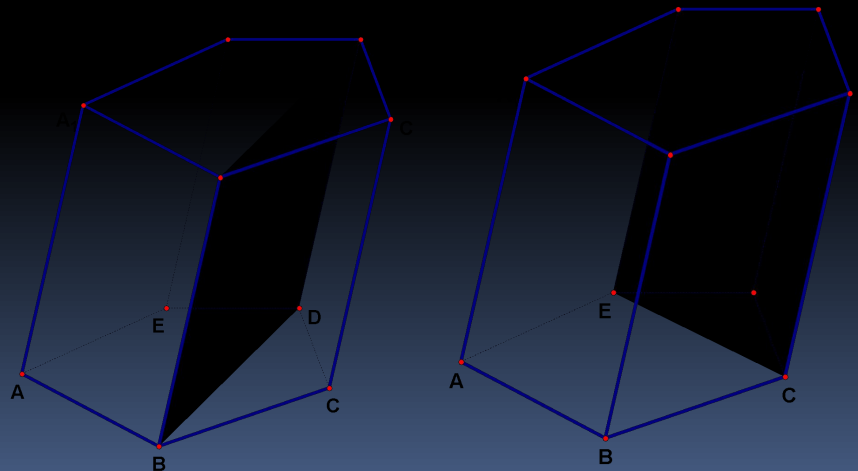
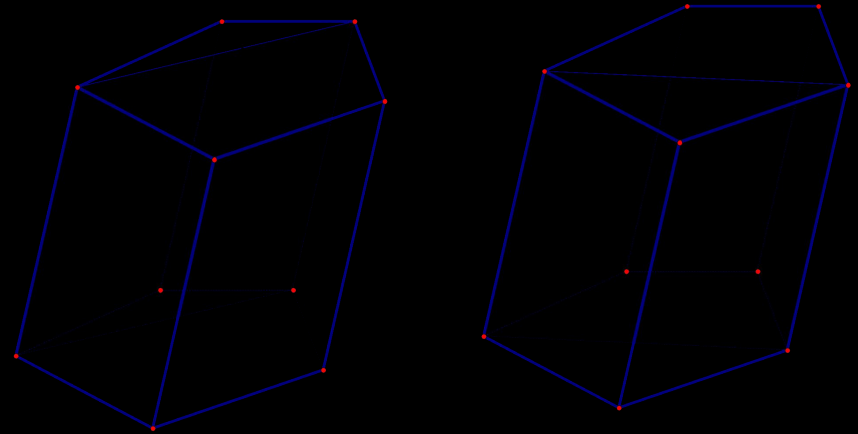
$$A_1O = OC$$

$$BO = OD_1$$

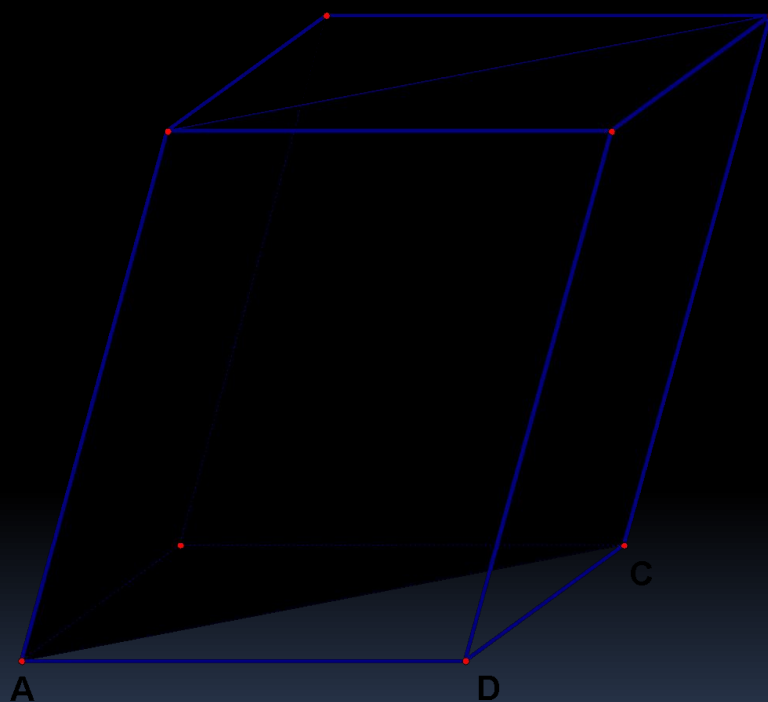
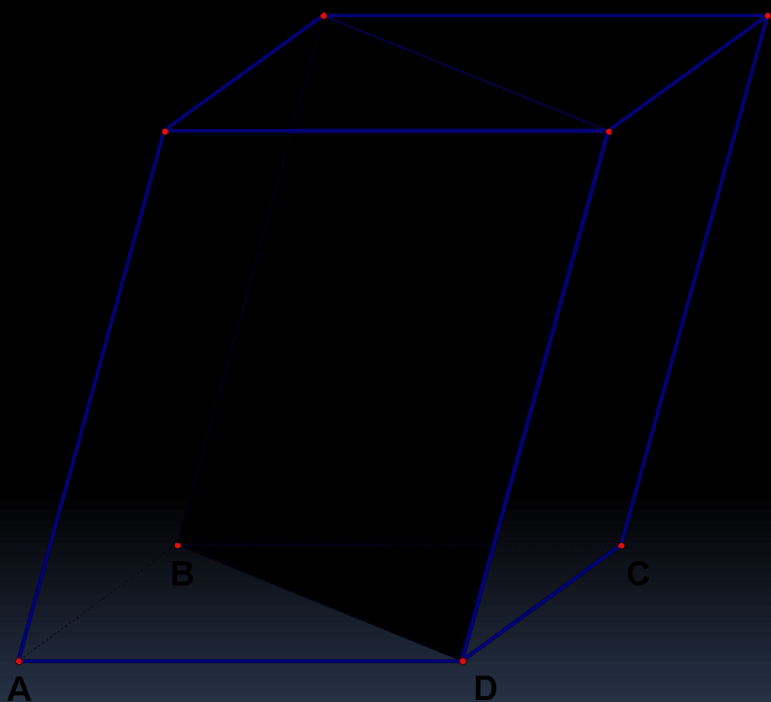
$$B_1O = OD$$

Диагональные сечения призмы

- Сечения призмы плоскостями, проходящими через два боковых ребра, не принадлежащих одной грани, называются **диагональными сечениями**
- Диагональные сечения призмы являются **параллелограммами**



Диагональные сечения параллелепипеда



Площадь поверхности призмы

- Площадь **полной поверхности** призмы называется сумма площадей всех её граней
- Площадь **боковой поверхности** призмы называется сумма площадей её боковых граней

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$$

Теорема о площади боковой поверхности прямой призмы

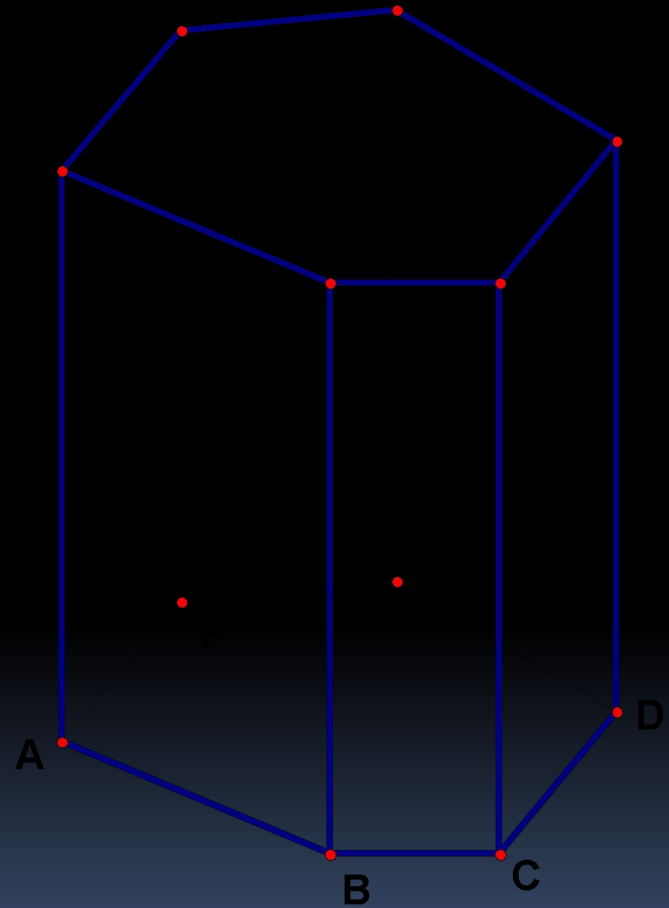
Теорема.

Площадь **боковой поверхности** прямой призмы равна произведению **периметра основания** на **высоту** призмы

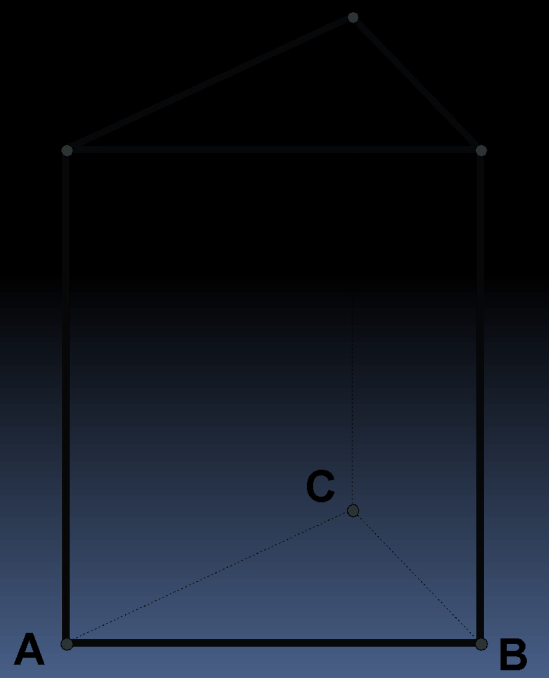
$$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot H$$

Доказательство теоремы

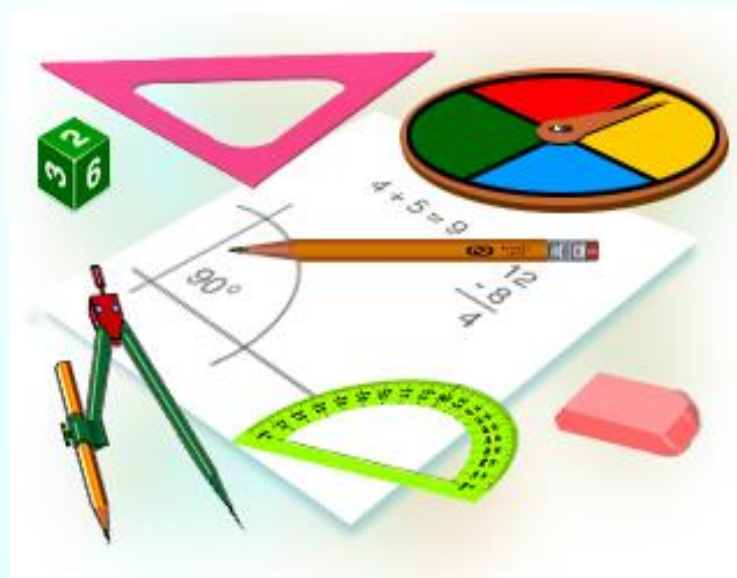
Боковые грани прямой призмы – прямоугольники, основания которых – стороны основания призмы, а высоты равны высоте H призмы. Площадь боковой поверхности призмы равна сумме площадей указанных прямоугольников, т.е. равна сумме произведений сторон основания на высоту H . Вынося множитель H за скобки, получим в скобках сумму сторон основания, т.е. периметр P .



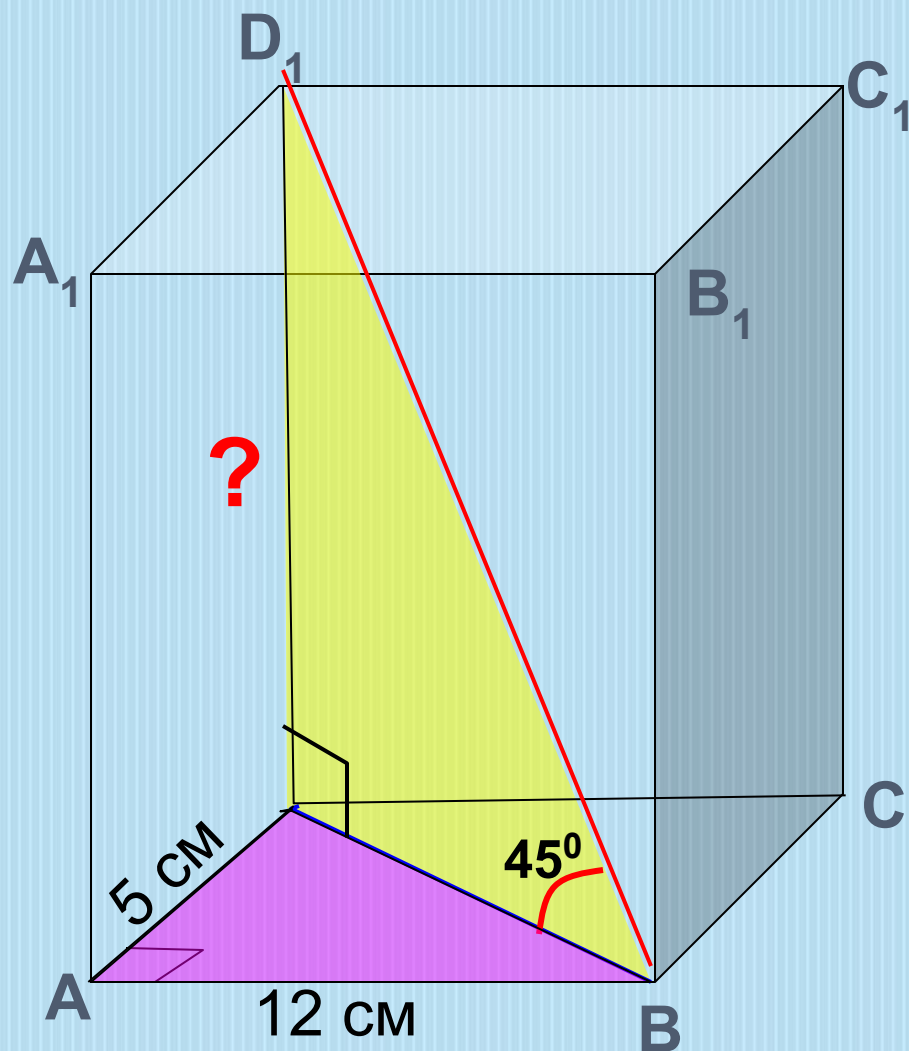
□ ABC



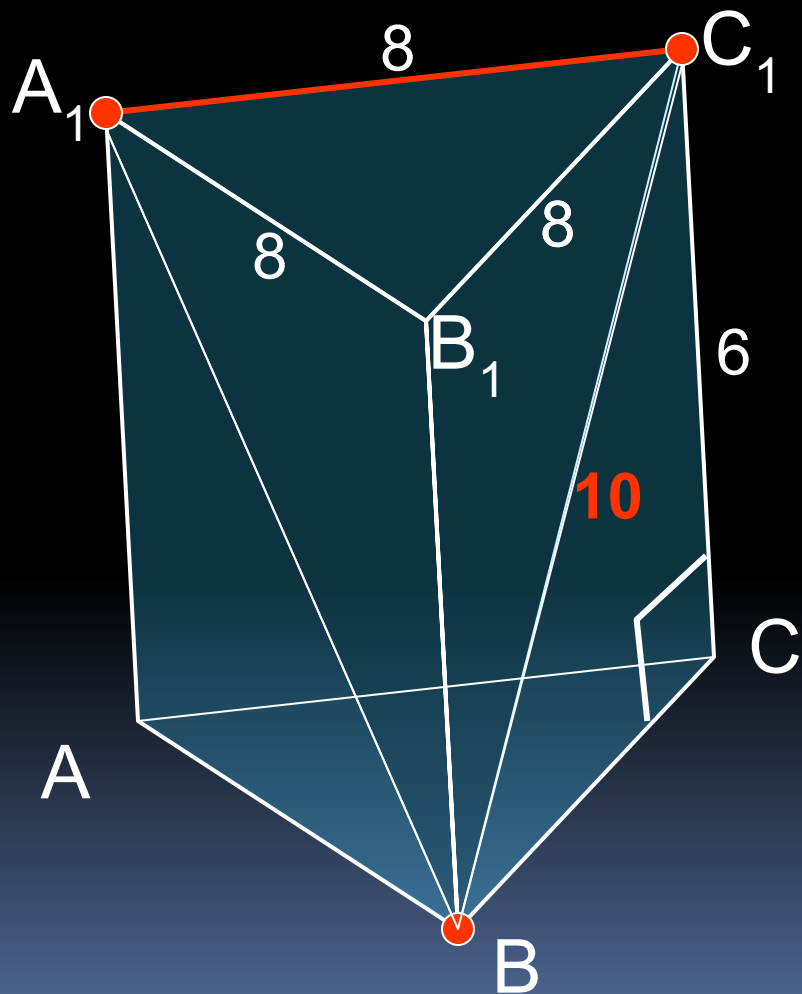
Умение решать задачи – практическое искусство, подобное плаванию, или катанию на лыжах ... : научиться этому можно лишь подражая избранным образцам и постоянно тренируясь..
Д. Пойа



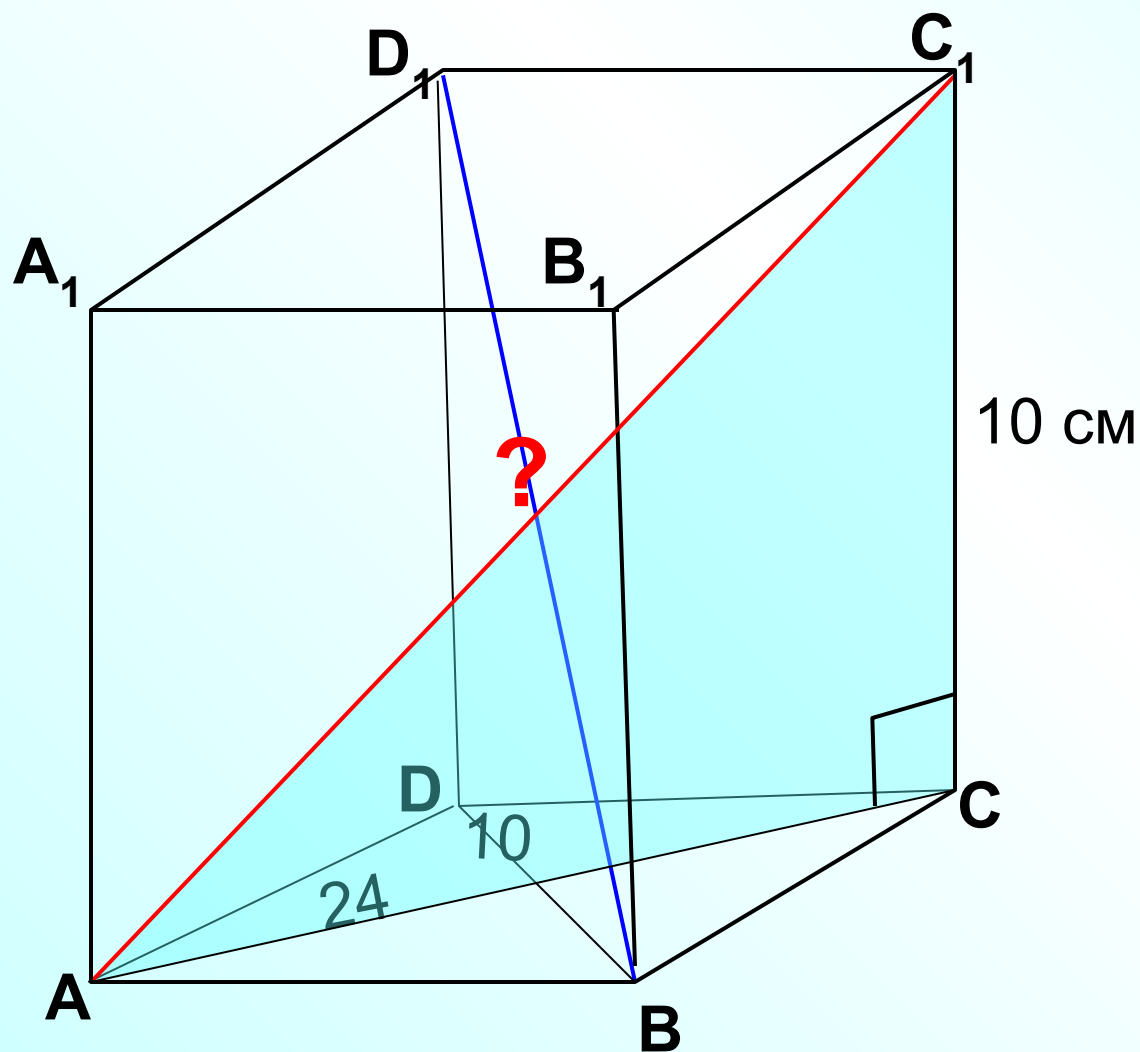
В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 12 см и 5 см. Диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол в 45° . Найдите боковое ребро параллелепипеда.



Сторона основания правильной треугольной призмы равна 8 см, боковое ребро равно 6 см. Найдите площадь сечения, проходящего через сторону верхнего основания и противоположную вершину нижнего основания.



Основанием прямого параллелепипеда является ромб с диагоналями 10 см и 24 см, а высота параллелепипеда 10 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда.



Контрольные вопросы:

- Что такое многогранник?
- Какой многогранник называется выпуклым?
- Дан куб – выпуклый многогранник. Как, имея пилу, получить из деревянного куба модель невыпуклого многогранника?
- Какими фигурами являются боковые грани призмы?
- Какими фигурами являются все грани параллелепипеда?
- Сколько измерений у прямоугольного параллелепипеда?
- Назовите элементы многогранника.
- О каких видах многогранников вы слышали сегодня на уроке?

