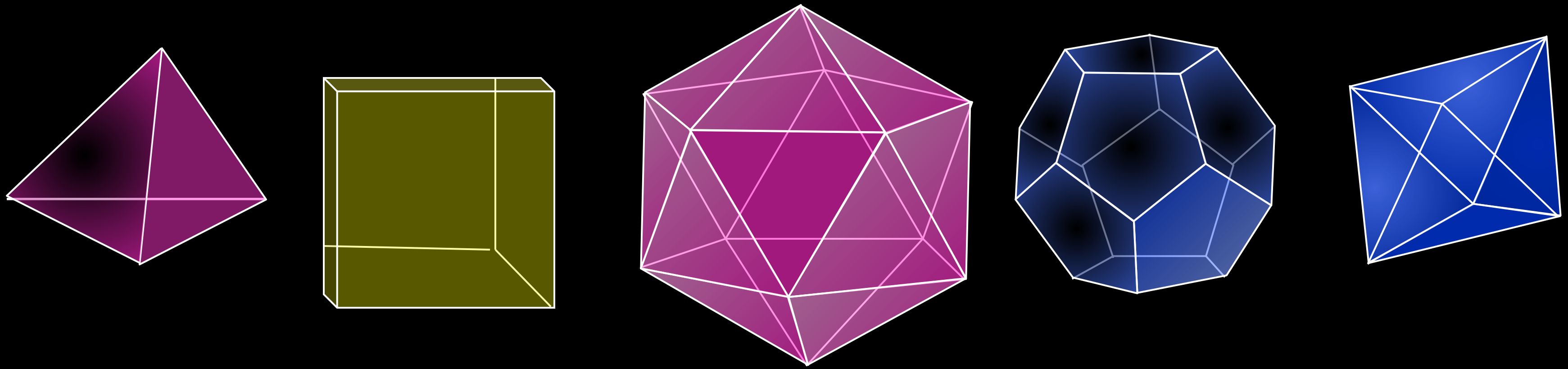
Понятие многогранника



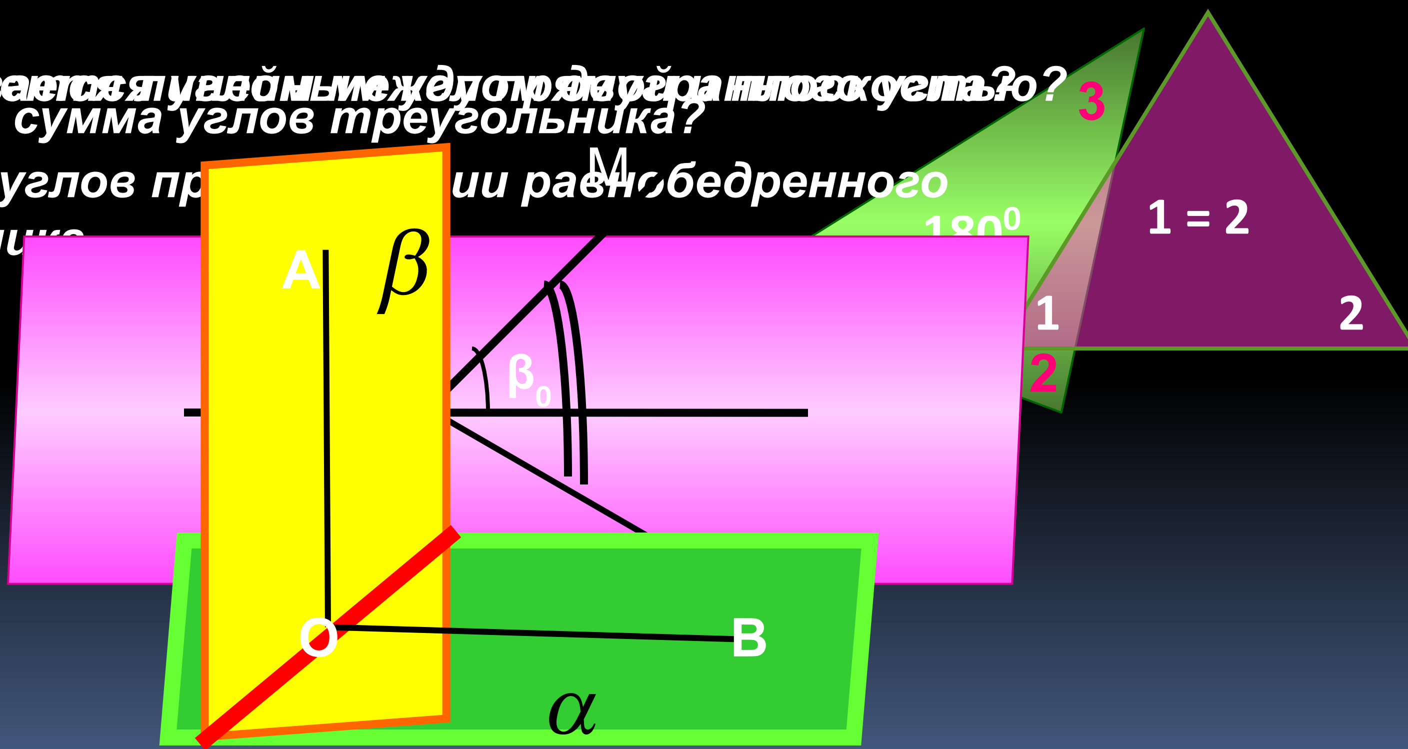
Призма

Цель: ввести понятие многогранника, призмы и их элементов

Задачи:

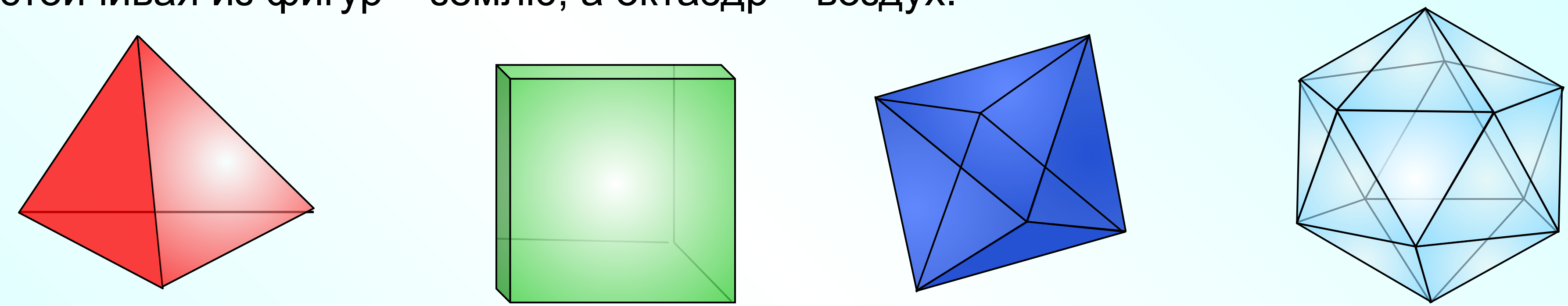
- **Учебно – познавательная:** формирование умений применять основные понятия многогранника, призмы и их элементов при решении задач на конструктивном уровне
- **Развивающая:** развитие визуального, наглядно-образного типов мышления.
- **Воспитательная:** способствовать развитию устойчивого интереса к математике через применение информационно – коммуникационных технологий.

- Что называется углом между плоскостями?
- Что называется линейным углом двугранного угла?
- Чему равна сумма углов треугольника?
- Свойства углов при основании равнобедренного треугольника.

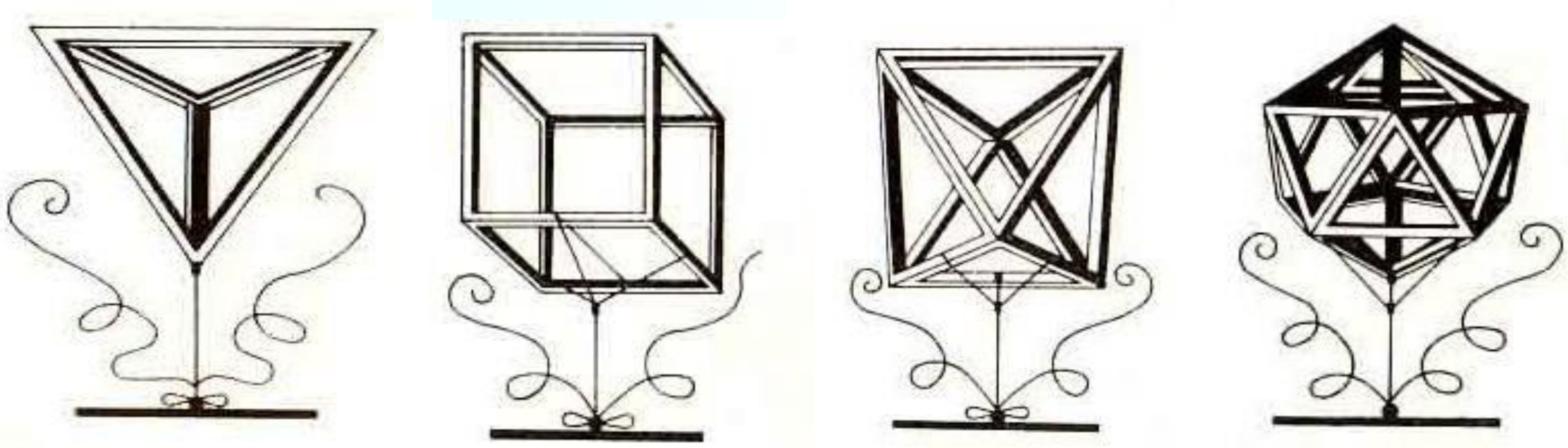


Правильные многогранники в философской картине мира Платона.

Тетраэдр олицетворял огонь, поскольку его вершина устремлена вверх, как у разгоревшегося пламени; икосаэдр – как самый обтекаемый – воду; куб – самая устойчивая из фигур – землю, а октаэдр – воздух.

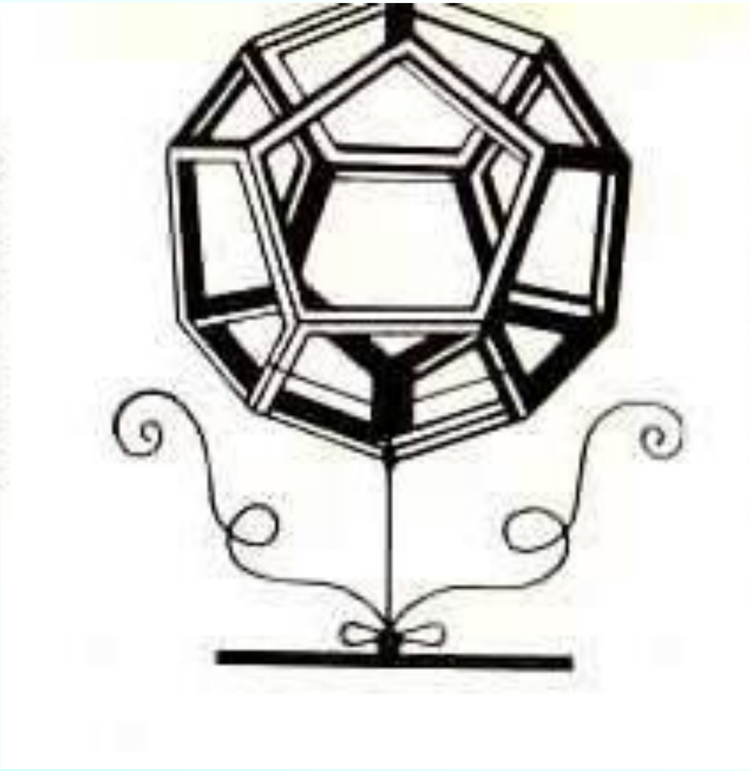


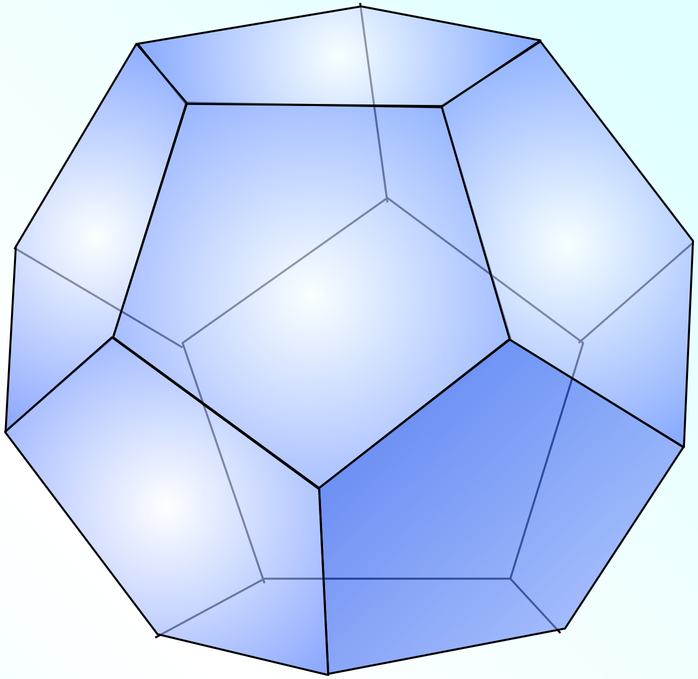
огонь земля воздух вода



Пятый многогранник – додекаэдр символизировал весь мир и почитался главнейшим.

вселенная



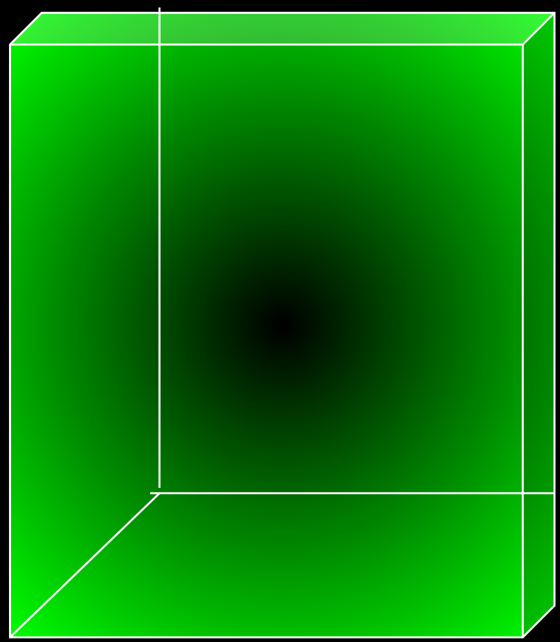


Что такое многогранник?

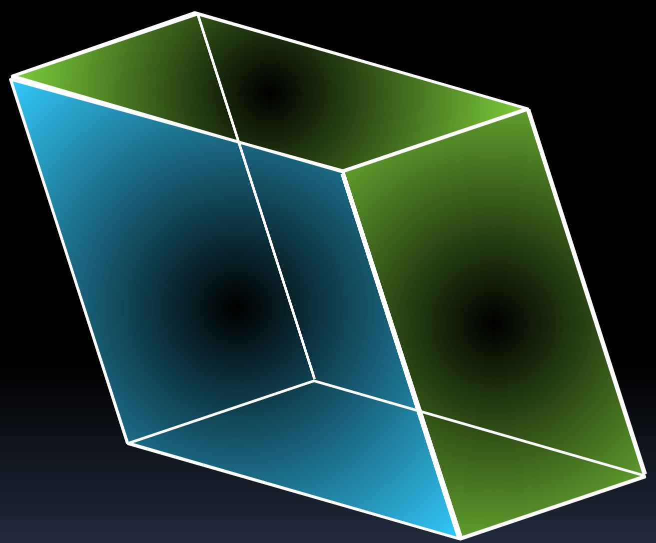
Поверхность, составленную из многоугольников и ограничивающую некоторое геометрическое тело называют многогранником.

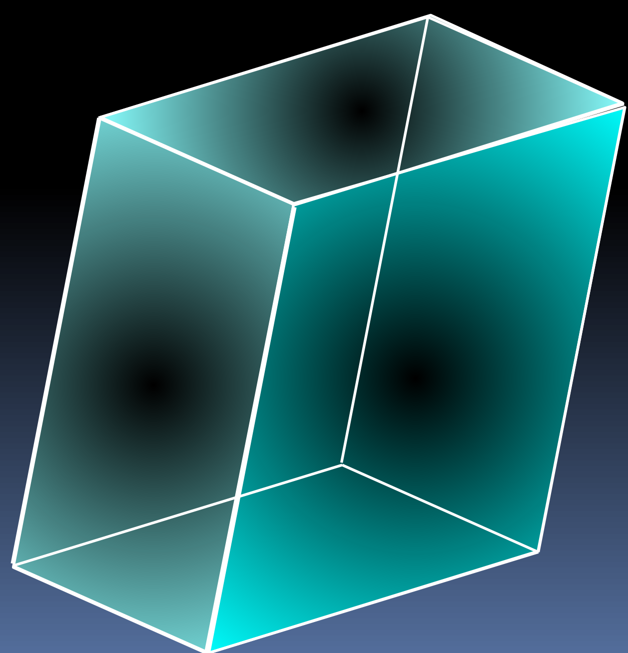
Многогранники бывают

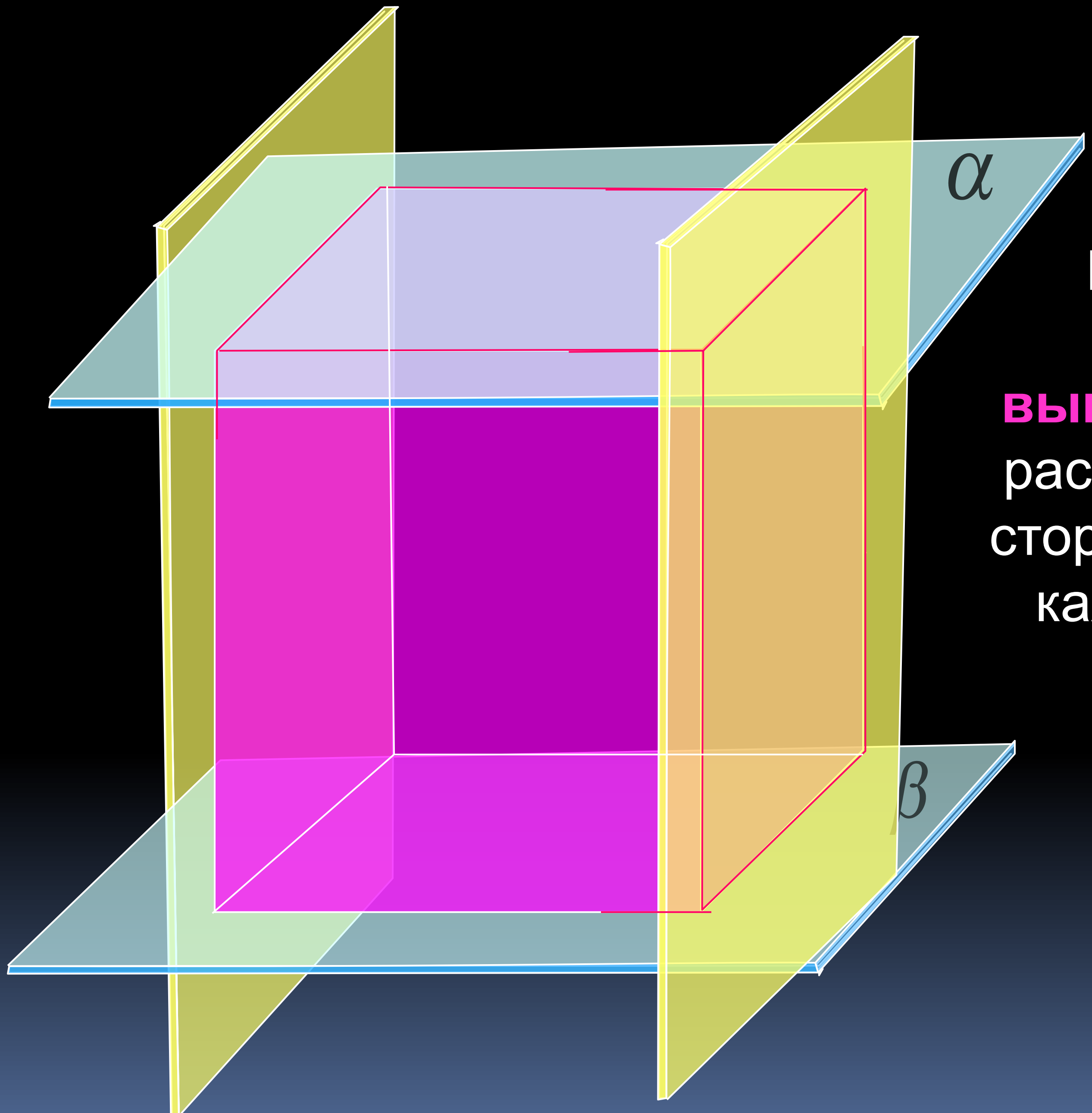
- Выпуклые
- Прямые
- Наклонные
- Невыпуклые



Прямые и наклонные многогранники

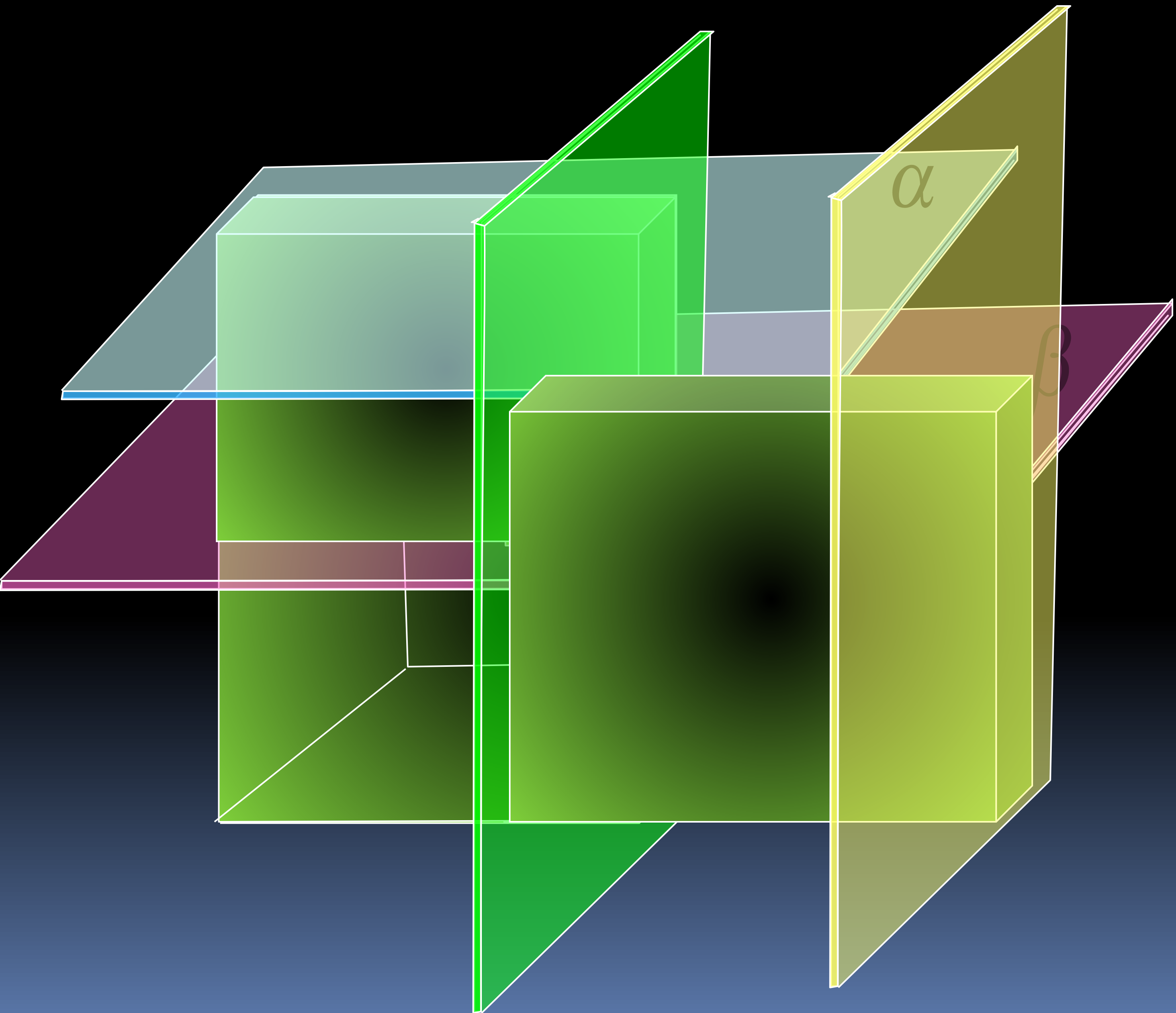






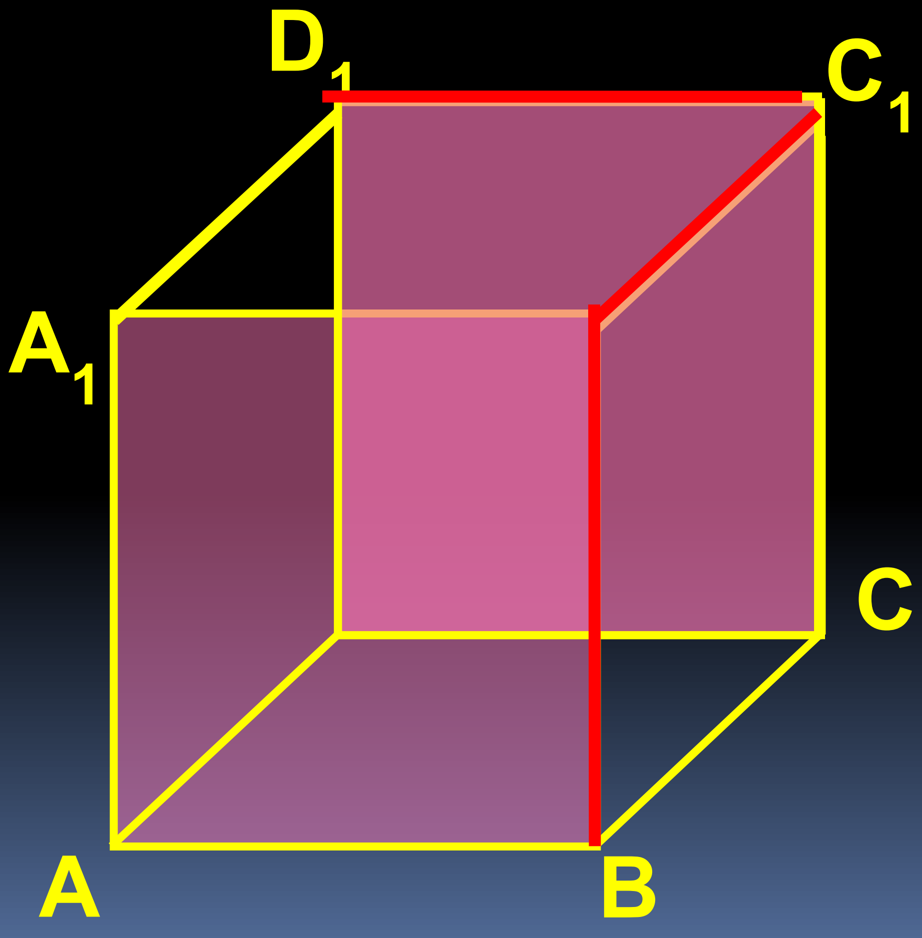
Многогранник называется **выпуклым**, если он расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани.

Невыпуклый многогранник



Элементы многогранника

- Из чего состоит поверхность многогранника?
  Вывод: многоугольники – это грани.
- Стороны граней называются ребрами.
- Концы ребер – вершинами многогранника



Свойства плоских углов многогранника

При одной вершине сходится n плоских углов, но чтобы образовался многогранный угол сумма их градусных мер должна быть меньше 360°, т.е.

$$n\alpha < 360°$$

Существуют многогранники, гранями которых являются правильные треугольники

Существуют многогранники, гранями которых являются правильные пятиугольники

Существуют многогранники, гранями которых являются правильные четырёхугольники

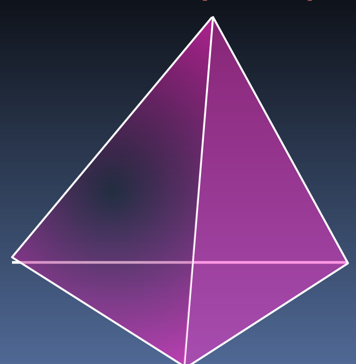
Угол правильного пятиугольника равен 108°, значит в одной вершине может сходиться только 3 правильных пятиугольника

Угол квадрата равен 90°, значит в одной вершине может сходиться только 3 квадрата

Угол правильного треугольника равен 60°, значит в одной вершине может сходиться 3, 4 или 5 правильных треугольников

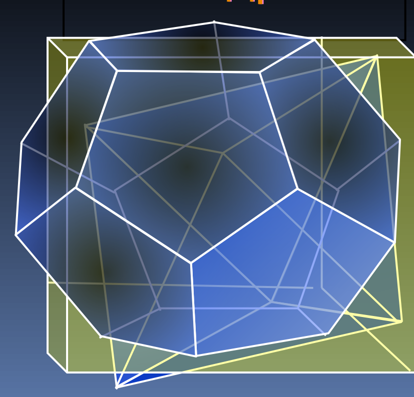
Додекаэдр

Тетраэдр

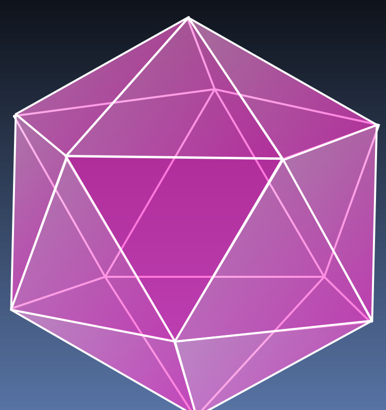


Гексаэдр

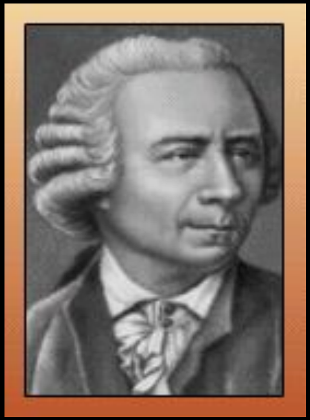
Октаэдр



Икосаэдр



Эйлерова характеристика многогранника



Л. Эйлер

В каждом правильном многограннике сумма числа и вершин равна числу рёбер, увеличенному на 2.

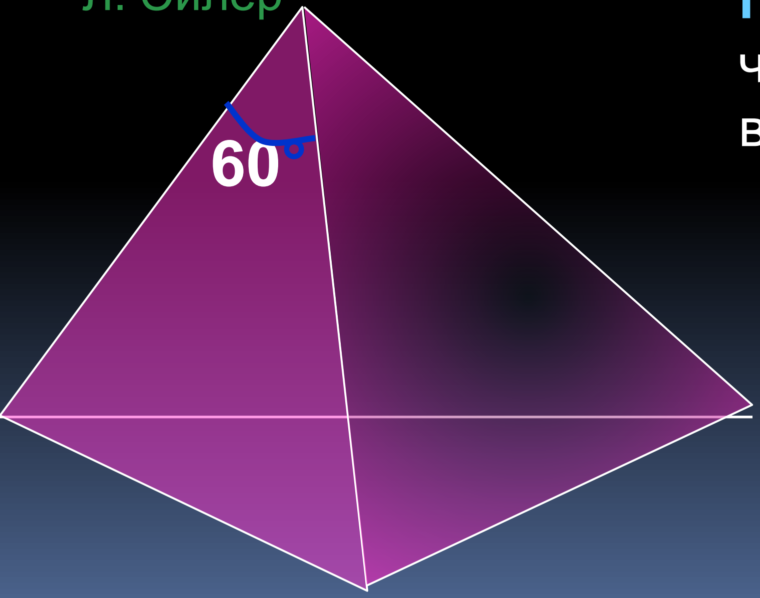
грани вершины ребра

$$Г + В = Р + 2$$

Правильный тетраэдр составлен их четырех равносторонних треугольников и в каждой вершине сходятся 3 ребра.

4 грани, 4 вершины и 6 ребер.

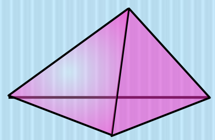
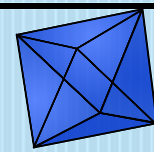
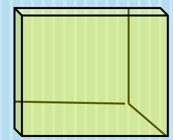
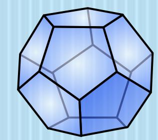
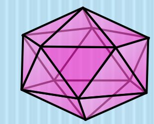
Сумма плоских углов при каждой вершине равна 180^0



$$60° + 60° + 60° < 360°$$

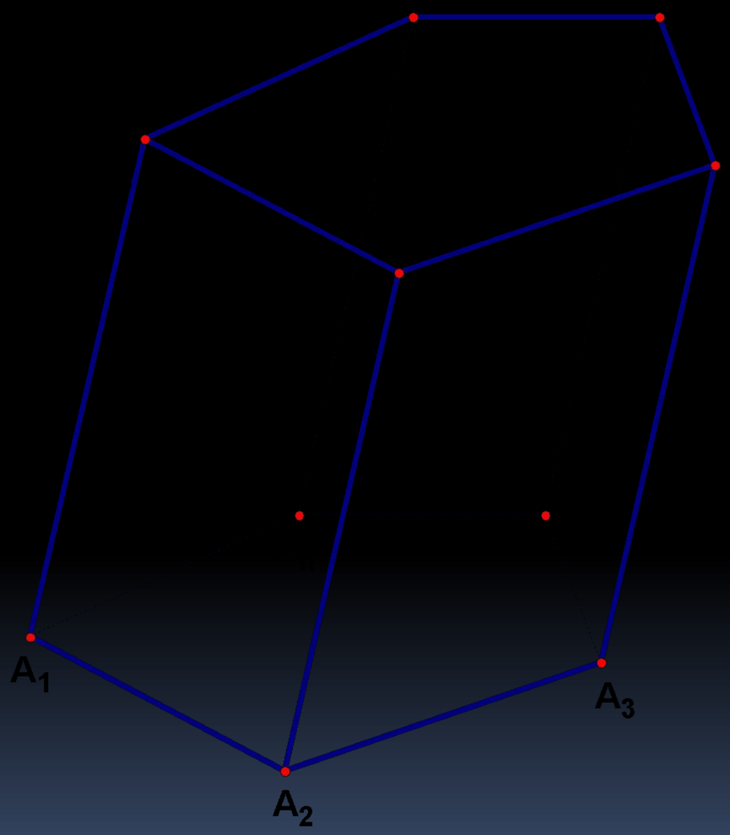
грани вершины ребра

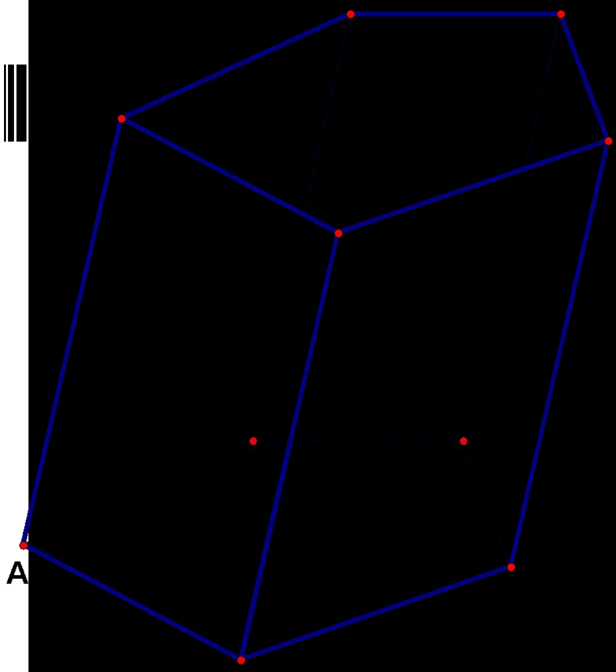
$Г + В = Р + 2$

					
Название	Тетраэдр	Октаэдр	Гексаэдр	Додекаэдр	Икосаэдр
Число граней	**4**	**8**	**6**	**12**	**20**
Число вершин	**4**	**6**	**8**	**20**	**12**
Число рёбер	**6**	**12**	**12**	**30**	**30**

Призма

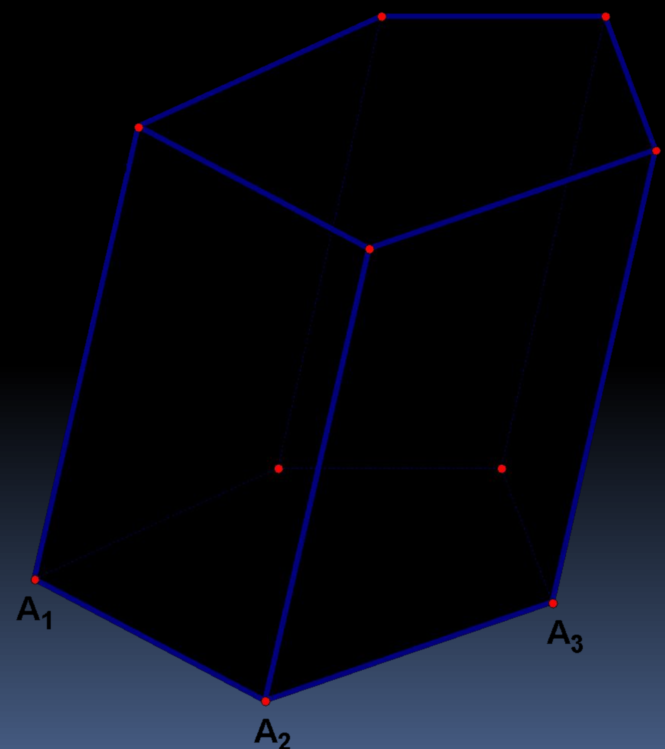
- *Многогранник, составленный из двух равных многоугольников $A_1A_2...A_n$ и $B_1B_2...B_n$, расположенных в параллельных плоскостях, и **n** параллелограммов, называется* ***призмой***





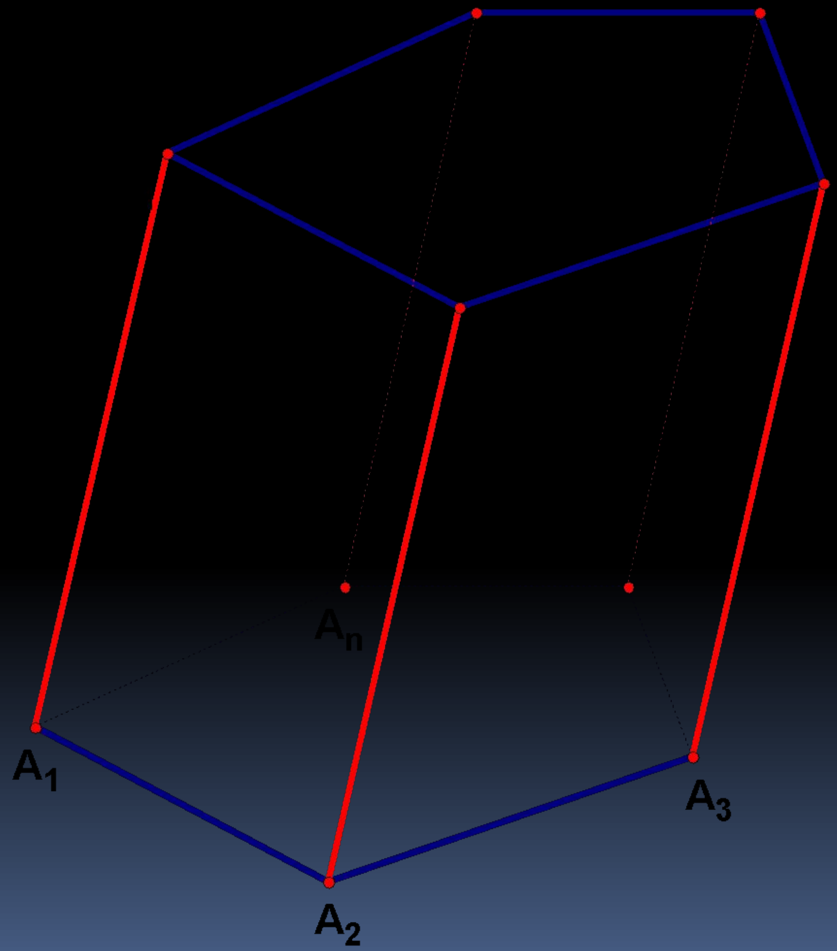
- *Многоугольники $A_1A_2...A_n$ и $B_1B_2...B_n$ называются* ***основаниями*** *призмы,*

а параллелограммы – ***боковыми гранями*** *призмы*

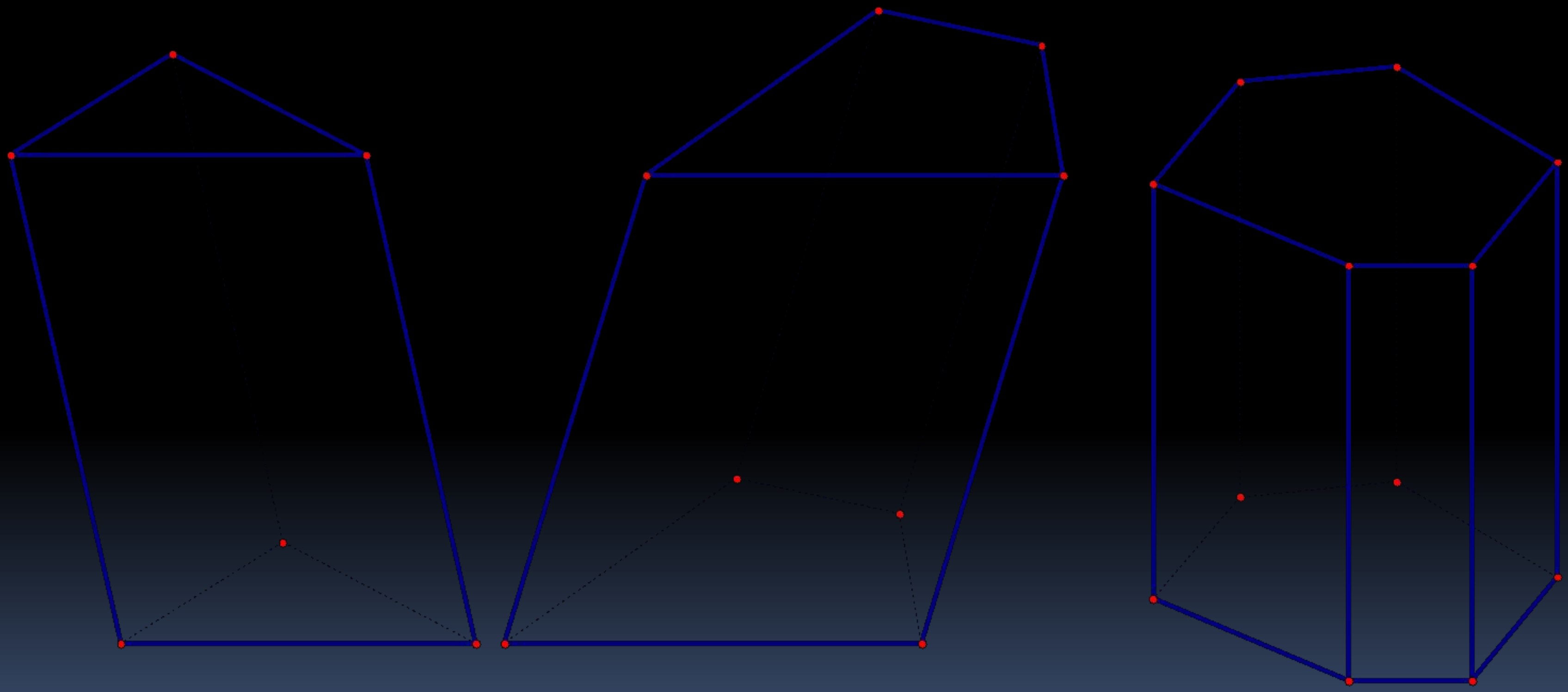


Боковые ребра призмы

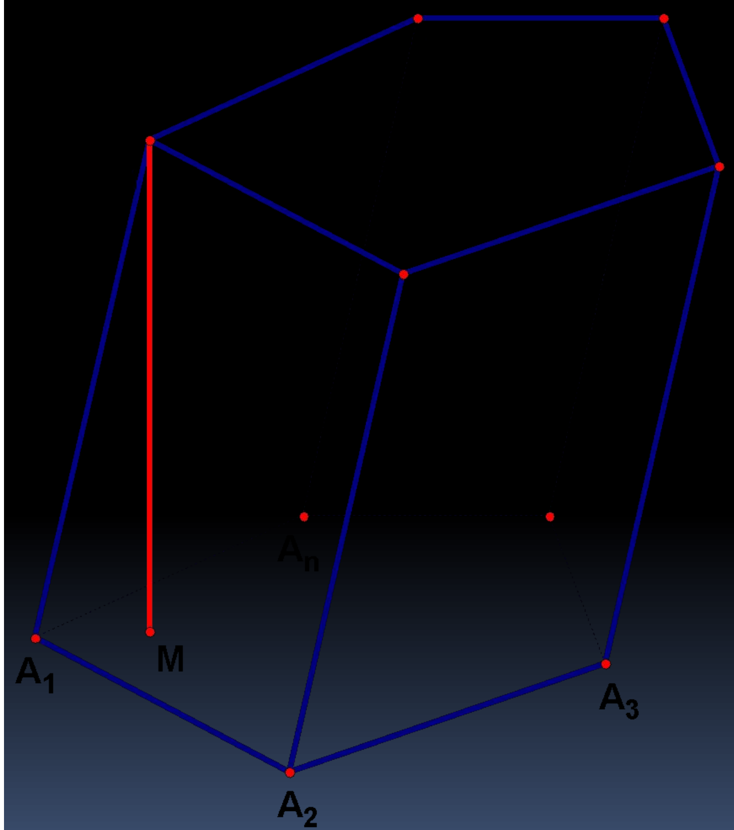
- *Отрезки A_1B_1, A_2B_2, … , A_nB_n называются* ***боковыми ребрами*** *призмы*
- *Боковые ребра призмы* ***равны и параллельны***



- *Призму с основаниями $A_1A_2 \ldots A_n$ и $B_1B_2 \ldots B_n$ обозначают $A_1A_2 \ldots A_nB_1B_2 \ldots B_n$ и называют* ***n-угольной призмой***



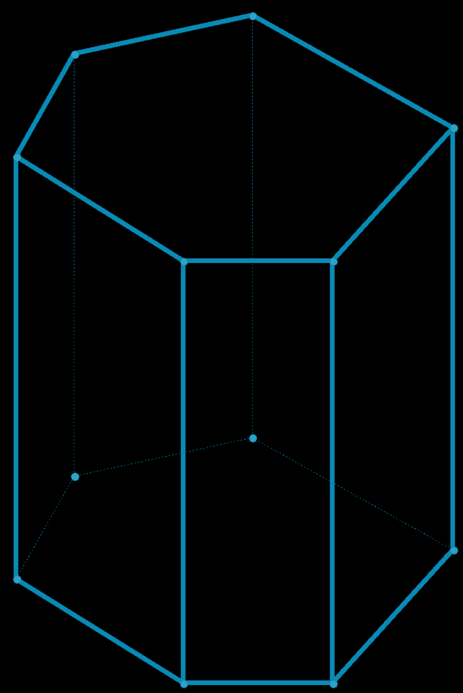
Высота призмы

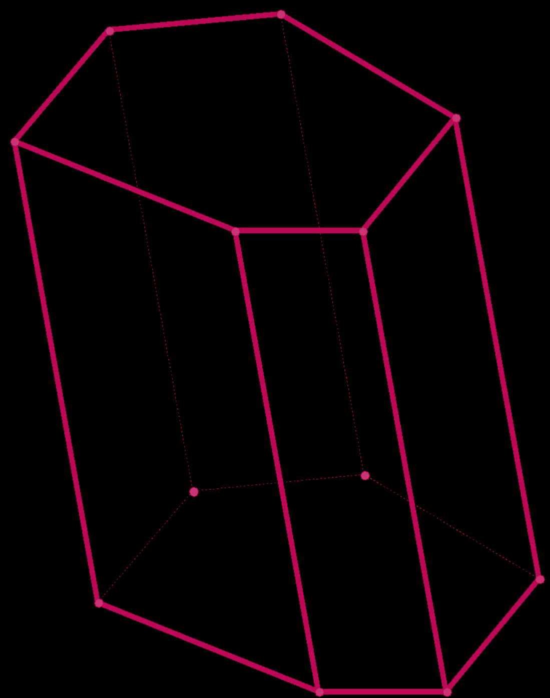


- *Перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания, называется* ***высотой*** *призмы*

$$B_1M \perp (A_1A_2A_3)$$

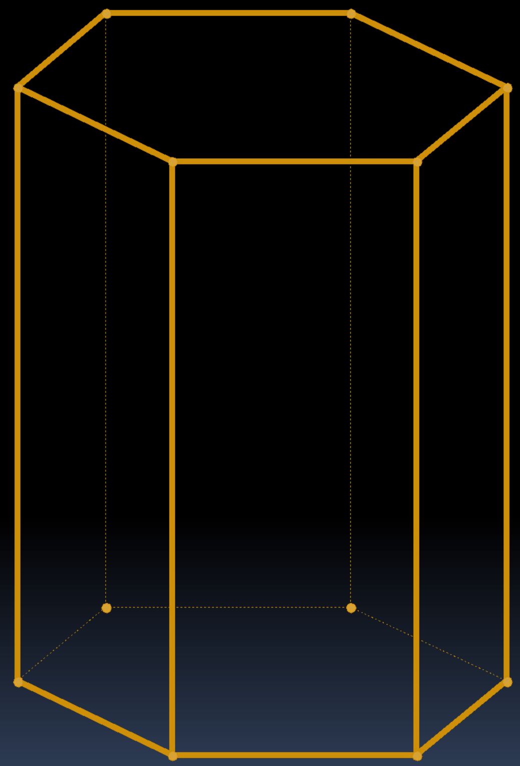
Прямая и наклонная призмы





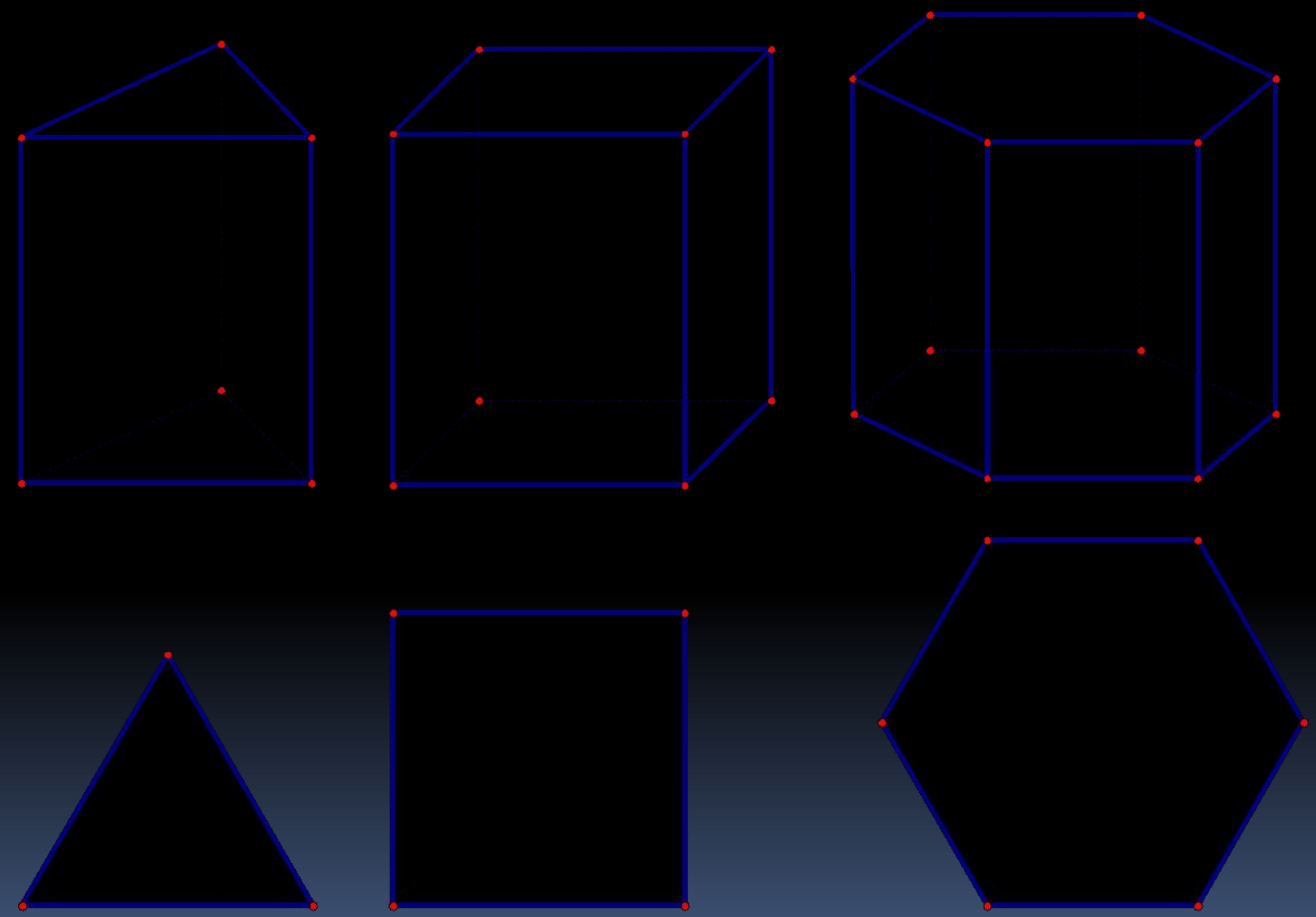
- *Если боковые ребра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма называется* ***прямой****,*
- *в противном случае –* ***наклонной***
- *Высота прямой призмы равна её боковому ребру*

Правильная призма



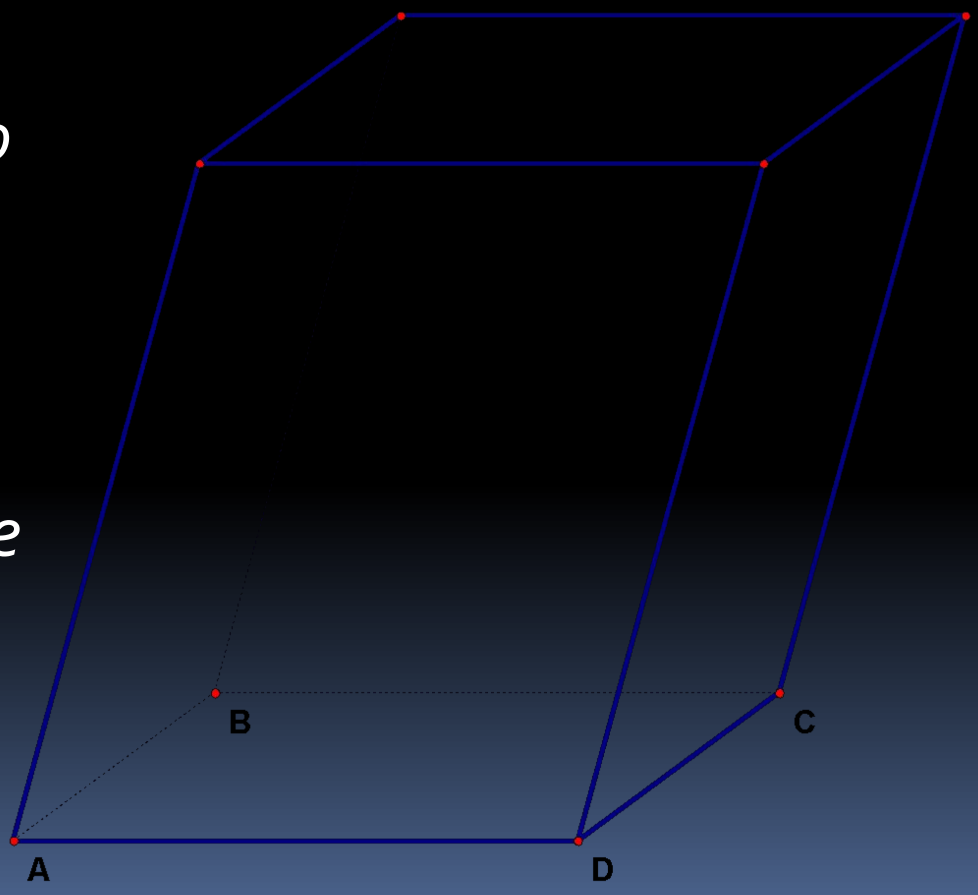
- Прямая призма называется **правильной**, если её основания – правильные многоугольники
- У правильной призмы все боковые грани – равные прямоугольники

Правильные призмы

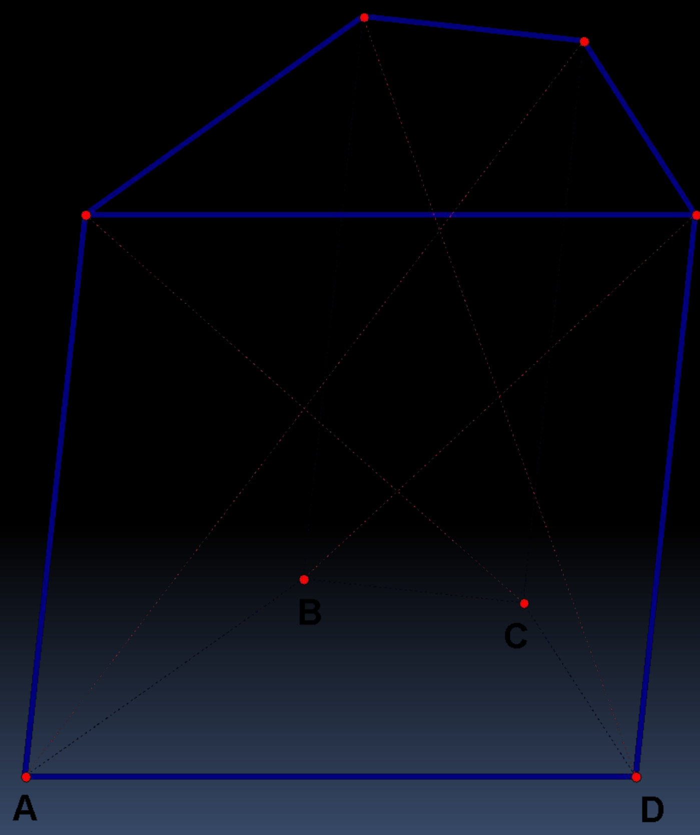


Параллелепипед

- Если основания призмы - параллелограммы, то призма является **параллелепипедом**
- В параллелепипеде все грани являются параллелограммами

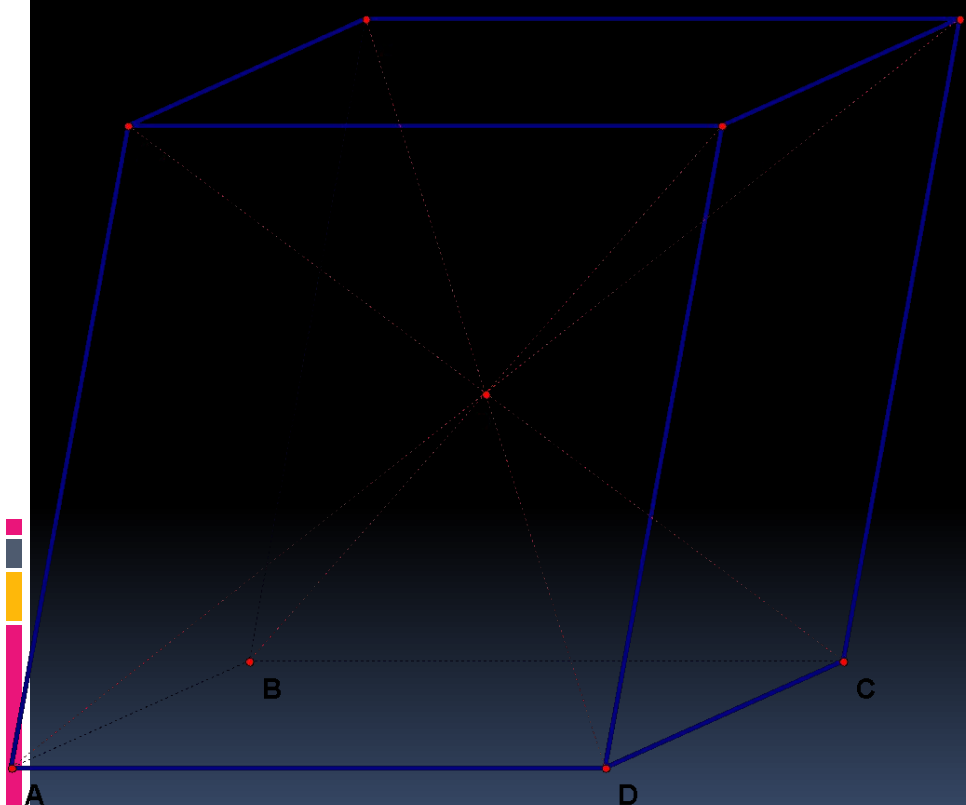


Диагонали призмы



- **Диагональю** призмы называется отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани

Диагонали параллелепипеда

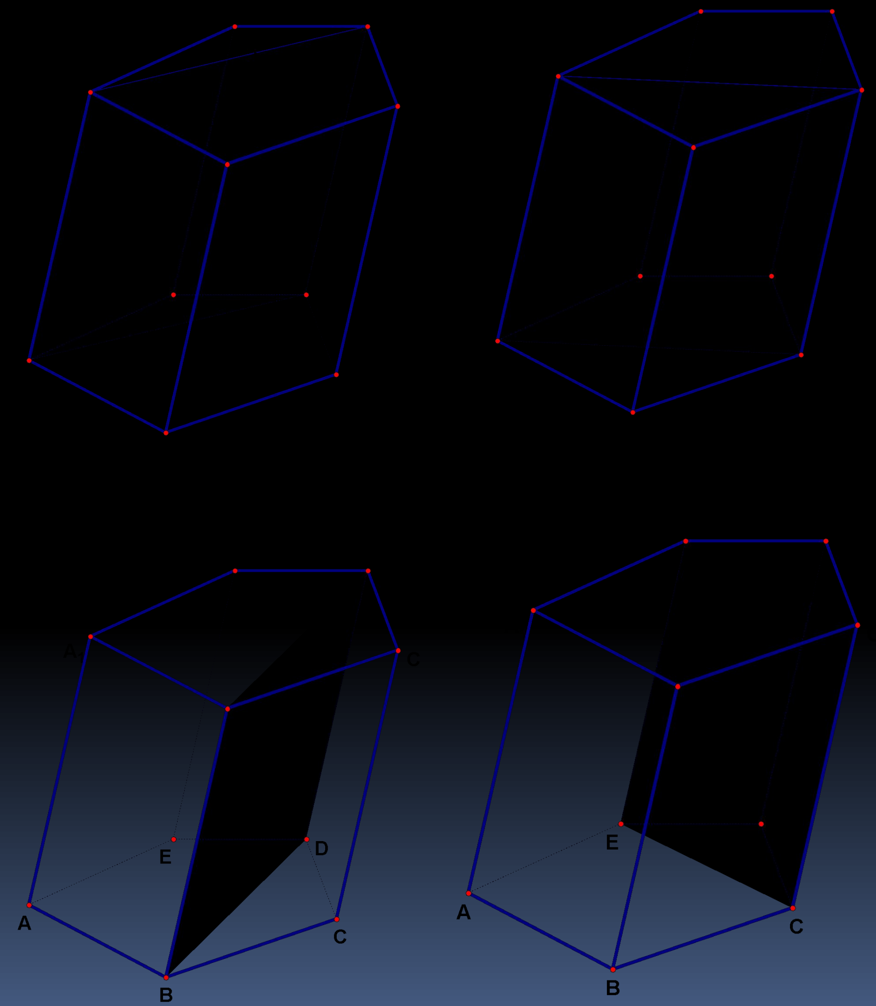


- Диагонали параллелепипеда пересекаются в **одной точке** и делятся этой точкой **пополам**

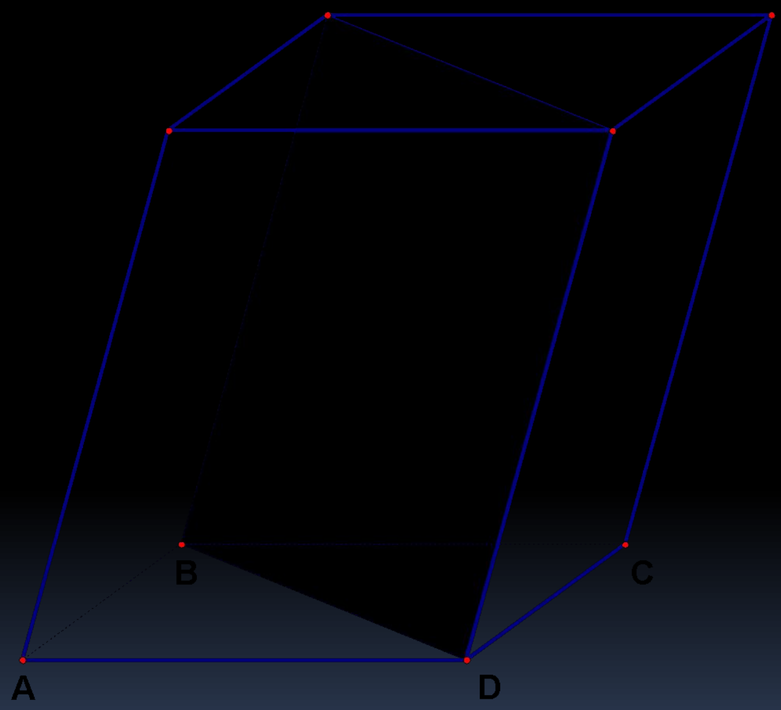
$$AO = OC_1$$
$$A_1O = OC$$
$$BO = OD_1$$
$$B_1O = OD$$

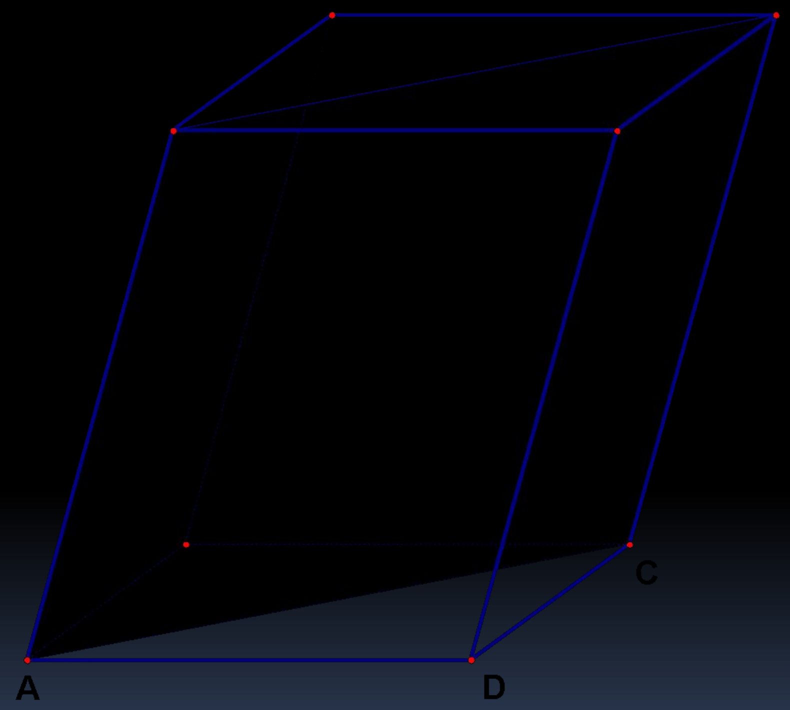
Диагональные сечения призмы

- *Сечения призмы плоскостями, проходящими через два боковых ребра, не принадлежащих одной грани, называются* ***диагональными сечениями***
- *Диагональные сечения призмы являются* ***параллелограммами***



Диагональные сечения параллелепипеда





Площадь поверхности призмы

- *Площадью* ***полной поверхности*** *призмы называется сумма площадей всех её граней*
- *Площадью* ***боковой поверхности*** *призмы называется сумма площадей её боковых граней*

$$S_{полн} = S_{бок} + 2S_{осн}$$

Теорема о площади боковой поверхности прямой призмы

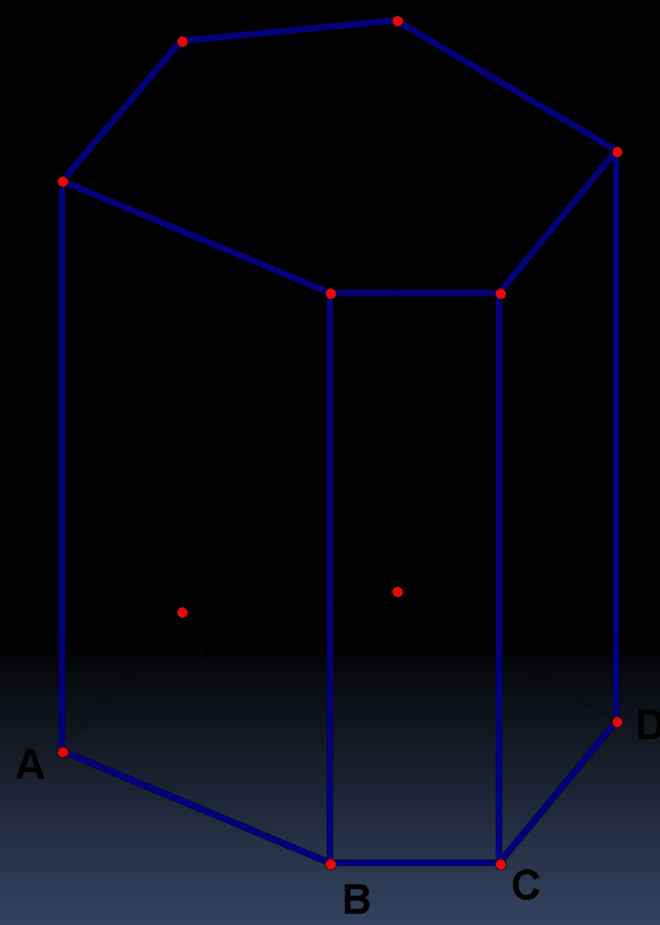
Теорема.

*Площадь **боковой поверхности** прямой призмы равна произведению **периметра основания** на **высоту** призмы*

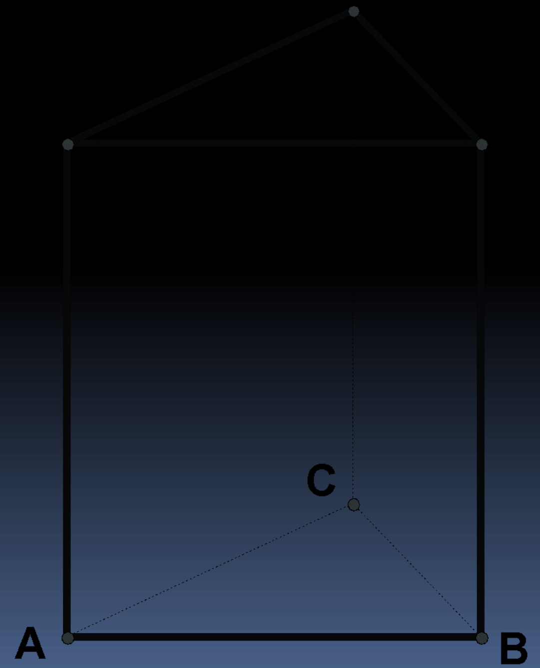
$$S_{бок} = P_{осн} \cdot H$$

Доказательство теоремы

- *Боковые грани прямой призмы – прямоугольники, основания которых – стороны основания призмы, а высоты равны высоте* **H** *призмы. Площадь боковой поверхности призмы равна сумме площадей указанных прямоугольников, т.е. равна сумме произведений сторон основания на высоту* **H***. Вынося множитель* **H** *за скобки, получим в скобках сумму сторон основания, т.е. периметр* ***P****.*

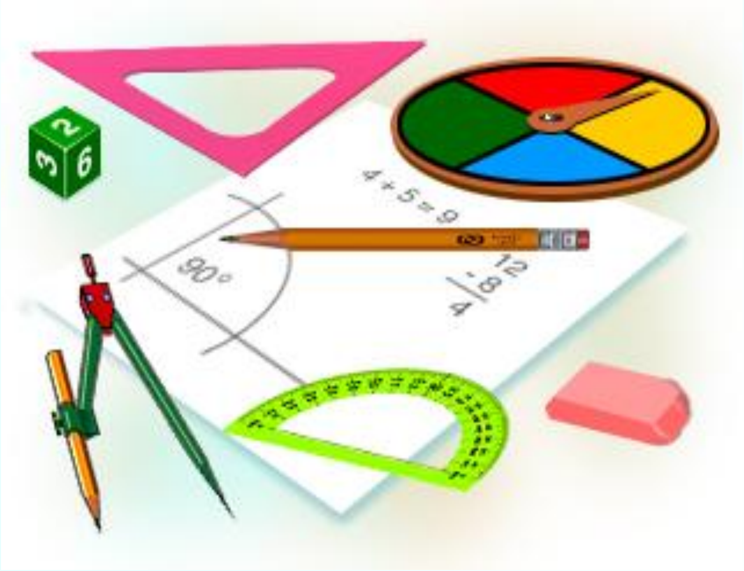


ABC

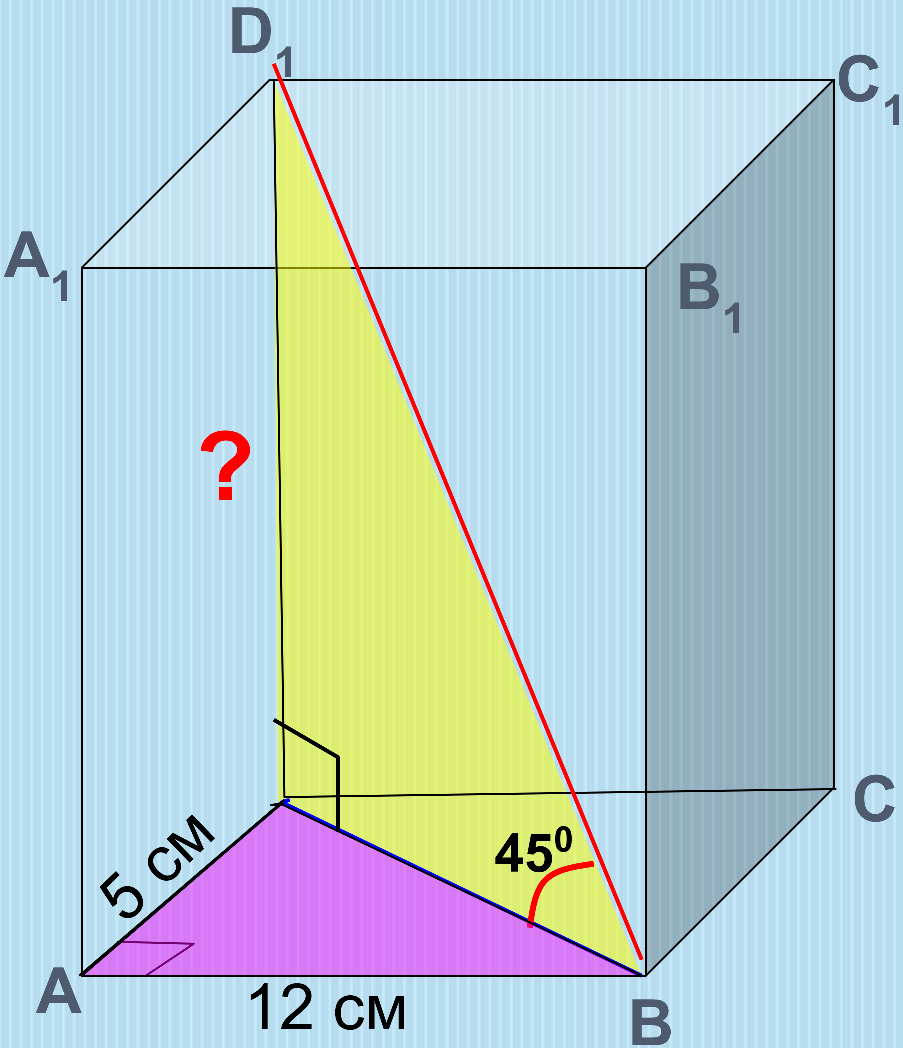


Умение решать задачи – практическое искусство, подобное плаванию, или катанию на лыжах … : научиться этому можно лишь подражая избранным образцам и постоянно тренируясь..

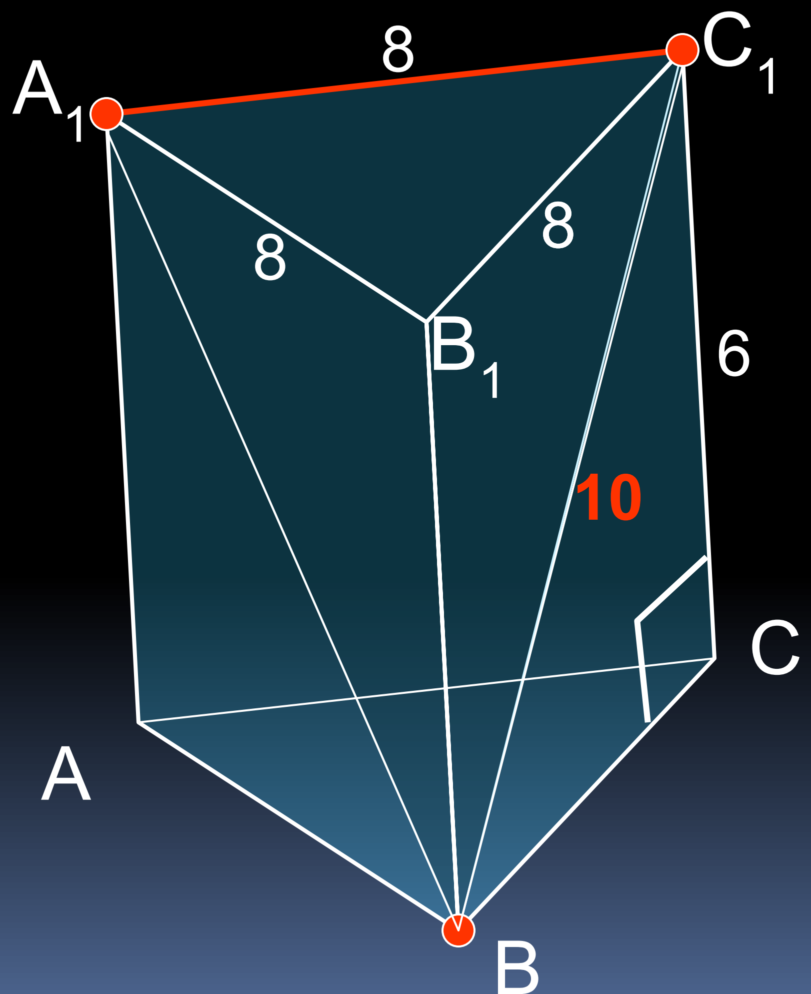
Д. Пойа



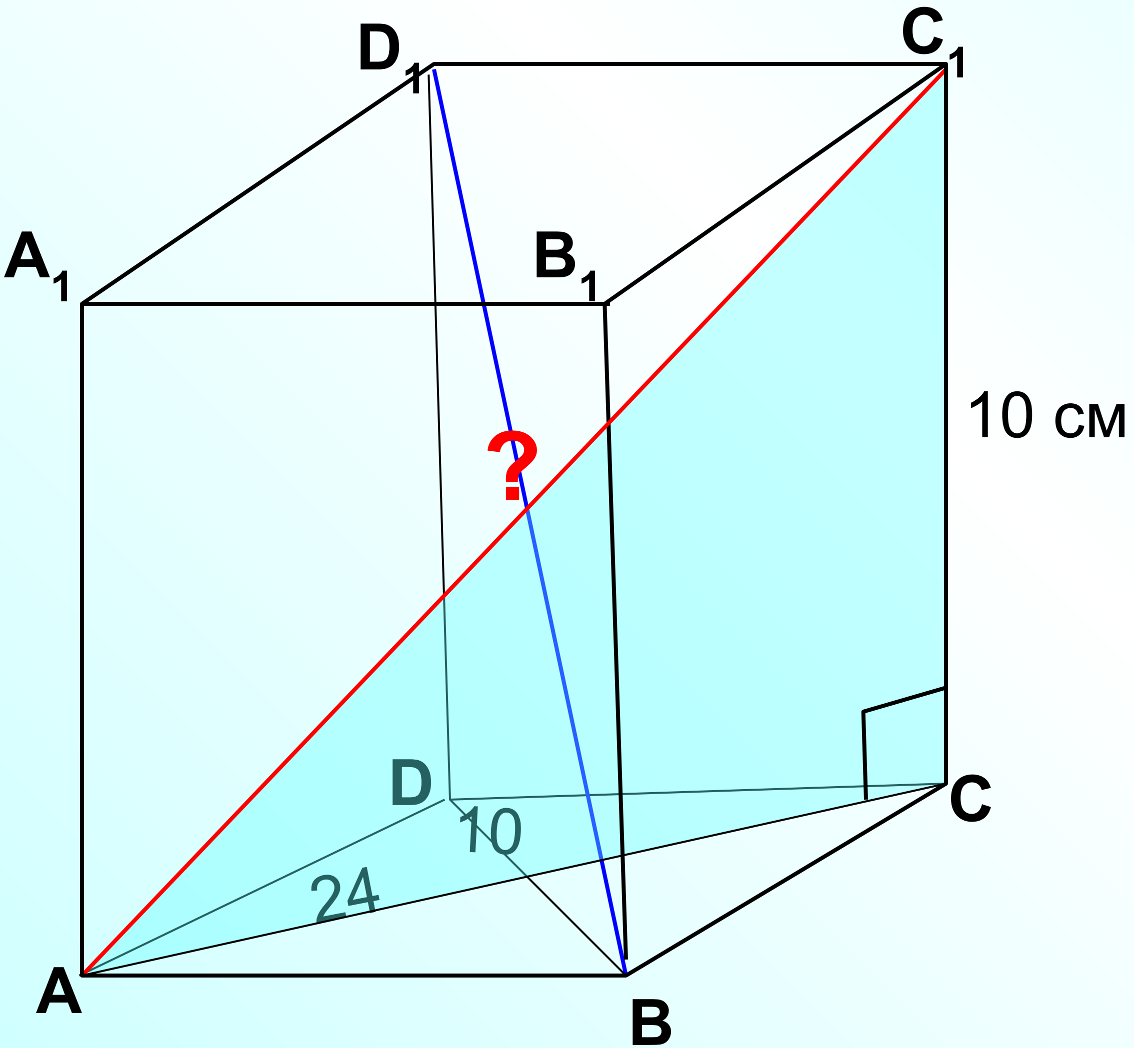
В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 12 см и 5 см. Диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол в 45^0. Найдите боковое ребро параллелепипеда.



Сторона основания правильной треугольной призмы равна 8 см, боковое ребро равно 6 см. Найдите площадь сечения, проходящего через сторону верхнего основания и противолежащую вершину нижнего основания.



Основанием прямого параллелепипеда является ромб с диагоналями 10 см и 24 см, а высота параллелепипеда 10 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда.



Контрольные вопросы:

- Что такое многогранник?
- Какой многогранник называется выпуклым?
- Дан куб – выпуклый многогранник. Как, имея пилу, получить из деревянного куба модель невыпуклого многогранника?
- Какими фигурами являются боковые грани призмы?
- Какими фигурами являются все грани параллелепипеда?
- Сколько измерений у прямоугольного параллелепипеда?
- Назовите элементы многогранника.
- О каких видах многогранников вы услышали сегодня на уроке?