ТЛЭЦ Ч.1. ПЗ№3

Комплексная частотная характеристика

Определение

- **Комплексной частотной характеристикой (КЧХ)** называется отношение комплексной реакции $\dot{Y}_m$ к комплексному воздействию $\dot{X}_m$ в установившемся режиме.
- $$H(j\omega) = \frac{\dot{Y}_m}{\dot{X}_m}$$
- Размерность КЧХ зависит от того, какие величины (ток, напряжение)выбраны в качестве воздействия и реакции.

Различают следующие виды АЧХ:

вход выход		

- Комплексная амплитуда реакции:
- $\dot{Y}_m = H(j\omega) \times \dot{X}_m$
- Показательная форма КЧХ:
- $H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$
- Алгебраическая форма КЧХ:
- $H(j\omega) = \mathrm{Re}\{H(j\omega)\} + j\mathrm{Im}\{H(j\omega)\}$

$$H(j\omega) = \frac{\dot{Y}_m}{\dot{X}_m} = \frac{Y_m(\omega) e^{j\varphi_Y(\omega)}}{X_m(\omega) e^{j\varphi_X(\omega)}} =$$

$$\frac{Y_m(\omega)}{X_m(\omega)} e^{j[\varphi_Y(\omega) - \varphi_X(\omega)]} = |H(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$$

- Амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ) $A(\omega)$

называется частотная зависимость отношения амплитуды гармонической реакции к амплитуде гармонического воздействия в установившемся режиме.

$$\mathrm{A}(\omega) = \frac{Y_m(\omega)}{X_m(\omega)} = |H(j\omega)|$$

- Фазо-частотной характеристикой (ФЧХ) $\varphi(\omega)$

называется частотная зависимость разности начальных фаз гармонической реакции и гармонического воздействия в установившемся режиме:

$$\varphi(\omega) = \varphi_Y(\omega)\text{-}\varphi_X(\omega)$$

- $H(j\omega) = \text{Re}\{H(j\omega)\} + j\text{Im}\{H(j\omega)\} = |H(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)}$

Тогда АЧХ:

$$A(\omega) = \frac{Y_m(\omega)}{X_m(\omega)} = |H(j\omega)| = \sqrt{Re^2\{H(j\omega)\} + Im^2\{H(j\omega)\}}$$

- ФЧХ
- $\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{Im\{H(j\omega)\}}{Re\{H(j\omega)\}}$

- Среди комплексных частотных характеристик выделяют комплексные входные функции:
- -функцию входного сопротивления:
- $Z(j\omega) = \frac{\dot{U}_{m1}}{\dot{I}_{m1}}$
- Функцию входной проводимости:
- $\mathrm{G}(j\omega) = \frac{\dot{I}_{m1}}{\dot{U}_{m1}}$

ВЫВОДЫ

1. Комплексная частотная характеристика содержит в себе *амплитудно-частотную характеристику* и *фазо-частотную характеристику.*

2. Комплексная частотная характеристика цепи численно равна комплексной амплитуде реакции цепи на воздействие, описываемое единичной гармонической функцией $x(t) = cos\omega t$.

3. Частотные характеристики цепи зависят только от параметров самой цепи и не зависят от воздействия.

известном воздействии $\dot{X}_m$

1. Рассчитывается комплексная амплитуда реакции $\dot{Y}_m$.

2. Определяется комплексная частотная характеристика (КЧХ) заданной цепи согласно выражению $H(j\omega) = \frac{\dot{Y}_m}{\dot{X}_m}$

3. Записывается выражение для АЧХ как модуль КЧХ согласно выражению:

$$A(\omega) = \sqrt{Re^2\{H(j\omega)\} + Im^2\{H(j\omega)\}}$$

и строится график АЧХ.

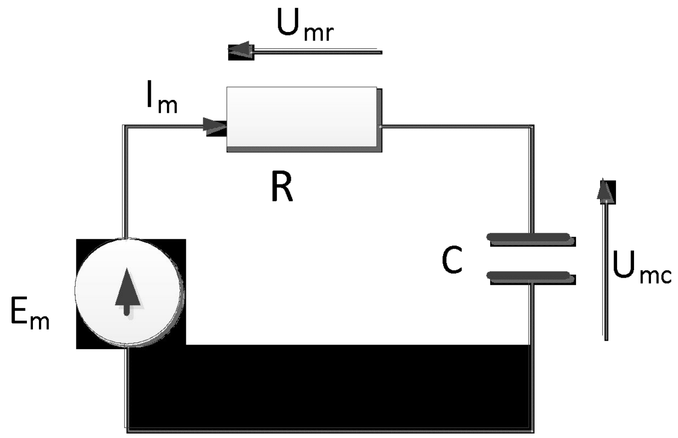
4. Записывается выражение для ФЧХ как аргумент КЧХ согласно выражению: $\varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\frac{Im\{H(j\omega)\}}{Re\{H(j\omega)\}}$ и строится график ФЧХ.

ЗАДАЧА

- Воздействием на последовательную RC-цепь является напряжение $\dot{E}_m$.
- Найти выражения и построить графики для КЧХ, АЧХ и ФЧХ для случаев:

- реакцией является ток в цепи $\dot{I}_m$;

- реакцией является напряжение на ёмкости $\dot{U}_{mC}$.



Решение (реакцией является ток в цепи $\dot{I}_m$)

1. Рассчитаем комплексную амплитуду тока

- $\dot{I}_m = \frac{\dot{E}_m}{R+\frac{1}{j\omega C}} = \frac{\dot{E}_m j\omega C}{1+j\omega RC}$

2. Определим КЧХ

$$H_i(j\omega) = \frac{\dot{I}_m}{\dot{E}_m} = \frac{\dot{E}_m j\omega C}{\dot{E}_m(1+j\omega RC)} = \frac{j\omega C}{1+j\omega RC} = Y(j\omega)$$

- КЧХ имеет размерность проводимости.

3. Запишем выражение для АЧХ

$$\mathrm{A}(\omega) = |H(j\omega)| = \left|\frac{j\omega C}{1+j\omega RC}\right| = \frac{\omega \mathrm{C}}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$$

Это полная частотно-зависимая входная проводимость.

4. Запишем выражение для ФЧХ

$$\varphi_i(\omega) = argH_i(j\omega) = arg\frac{j\omega C}{1 + j\omega RC} =$$

$$= arg(j\omega C) - arg(1 + j\omega RC)$$

Аргумент числителя:

$$arg(j\omega C) = arg(0 + j\omega C) = arctg\frac{\omega C}{0} = arctg(\infty) = \frac{\pi}{2}$$

Аргумент знаменателя:

$$arg(1 + j\omega RC) = arctg\frac{\omega RC}{1} = arctg(\omega RC)$$

ФЧХ будет иметь вид:

$$\varphi_i(\omega) = \frac{\pi}{2} - arctg(\omega RC)$$

Графики АЧХ и ФЧХ