

Пример

- Вычислить определитель, разложив его по элементам первой строки:

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

Решение

- **Теорема Лапласа.**

Пусть дана квадратная матрица A и некоторое число k , где $1 \leq k \leq n$. Определитель матрицы A равен сумме произведений всевозможных миноров, расположенных в произвольных фиксированных k строках на их алгебраические дополнения.

- **Следствие.** Определитель равен сумме произведений элементов какой-либо строки или столбца на их алгебраические дополнения.

Решение

- Разложим определитель по элементам первой строки:

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

Решение

- Определитель равен сумме произведений выделенных элементов на их алгебраические дополнения:

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -2 & \mathbf{1} \\ -2 & \mathbf{1} & \mathbf{3} \\ 2 & \mathbf{0} & \mathbf{-2} \end{vmatrix} =$$
$$= \mathbf{3} \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{3} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} \end{vmatrix} +$$

Решение

- Определитель равен сумме произведений выделенных элементов на их алгебраические дополнения:

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ \mathbf{-2} & \mathbf{1} & \mathbf{3} \\ \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{-2} \end{vmatrix} =$$
$$= 3 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} +$$

Решение

- Определитель равен сумме произведений выделенных элементов на их алгебраические дополнения:

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{3} & -\mathbf{2} & \mathbf{1} \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -\mathbf{2} & \mathbf{1} & 3 \\ \mathbf{2} & \mathbf{0} & -2 \end{vmatrix} =$$
$$= 3 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} + \mathbf{1} \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} -2 & \mathbf{1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{0} \end{vmatrix}$$

Решение

■ Итак:

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} +$$
$$+ (-2) \cdot (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} =$$
$$= 3 \cdot (-2 - 0) + 2 \cdot (4 - 6) + 1 \cdot (0 - 2) = -6 - 4 - 2 = -12$$