Пример

- Вычислить определитель, разложив его по элементам первой строки:

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

Решение

- ***Теорема Лапласа.***
  Пусть дана квадратная матрица и некоторое число k, где 1≤k≤n. Определитель матрицы A равен сумме произведений всевозможных миноров, расположенных в произвольных фиксированных k строках на их алгебраические дополнения.

- **Следствие.** Определитель равен сумме произведений элементов какой-либо строки или столбца на их алгебраические дополнения.

Решение

- Разложим определитель по элементам первой строки:

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

Решение

- Определитель равен сумме произведений выделенных элементов на их алгебраические дополнения:

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & \mathbf{1} & \mathbf{3} \\ 2 & \mathbf{0} & \mathbf{-2} \end{vmatrix} =$$

$$= \mathbf{3}\cdot(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{3} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} \end{vmatrix} +$$

Решение

- Определитель равен сумме произведений выделенных элементов на их алгебраические дополнения:

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ \mathbf{-2} & 1 & \mathbf{3} \\ \mathbf{2} & 0 & \mathbf{-2} \end{vmatrix} =$$

$$= 3\cdot(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} + (-2)\cdot(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} \mathbf{-2} & \mathbf{3} \\ \mathbf{2} & \mathbf{-2} \end{vmatrix} +$$

Решение

- Определитель равен сумме произведений выделенных элементов на их алгебраические дополнения:

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ \mathbf{-2} & \mathbf{1} & 3 \\ \mathbf{2} & \mathbf{0} & -2 \end{vmatrix} =$$

$$= 3\cdot(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} + (-2)\cdot(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} + \mathbf{1}\cdot(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} \mathbf{-2} & \mathbf{1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{0} \end{vmatrix}$$

Решение

- Итак:

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 3\cdot(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} +$$

$$+ (-2)\cdot(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} + 1\cdot(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= 3\cdot(-2-0)+2\cdot(4-6)+1\cdot(0-2) = -6-4-2 = -12$$