

Арифметические операции над матрицами

тема 1.1

практика

Задание 1.

ДАНО $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix};$
:

НАЙТИ: а) $3 \cdot A + 2 \cdot B;$

б) $2 \cdot A - 3 \cdot B;$

Решение задания 1 а).

ДАНО

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

:

а) $3 \cdot A + 2 \cdot B$; Проверим согласование размерностей матриц $3 \cdot A$ и $2 \cdot B$:

$A_{2 \times 3}$ и $B_{2 \times 3} \Rightarrow 3 \cdot A_{2 \times 3}$ и $2 \cdot B_{2 \times 3} \Rightarrow$ для сложения согласованы.

$$3 \cdot A = 3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 & -3 \\ 0 & 3 & -12 \end{pmatrix};$$

$$2 \cdot B = 2 \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ -6 & 4 & 4 \end{pmatrix};$$

$$\begin{aligned} 3 \cdot A + 2 \cdot B &= \begin{pmatrix} 6 & 3 & -3 \\ 0 & 3 & -12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ -6 & 4 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 + (-4) & 3 + 2 & -3 + 0 \\ 0 + (-6) & 3 + 4 & -12 + 4 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 2 & 5 & -3 \\ -6 & 7 & -8 \end{pmatrix}; \text{ ОТВ} \\ &\text{ЕТ} \end{aligned}$$

Решение задания 1 б).

ДАНО

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

:

$$б) 2 \cdot A - 3 \cdot B = 2 \cdot A + (-3 \cdot B)$$

Проверим согласование размерностей матриц $2 \cdot A$ и $(-3 \cdot B)$:

для сложения
согласованы.

$$2 \cdot A = 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & -8 \end{pmatrix};$$

$$-3 \cdot B = -3 \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -3 & 0 \\ 9 & -6 & -6 \end{pmatrix};$$

$$2 \cdot A + (-3 \cdot B) = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & -3 & 0 \\ 9 & -6 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+6 & 2+(-3) & -2+0 \\ 0+9 & 2+(-6) & -8+(-6) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 10 & -1 & -2 \\ 9 & -4 & -14 \end{pmatrix} \quad \text{ОТВЕ} \\ \text{Т}$$

Задание 2.

ДАНО $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix};$

:

Вычислит $A \cdot B$

ь:

РЕШЕНИ Проверим, согласованы ли для умножения размерности

Е: матриц:

размерность A 2×2 ; размерность B 2×2 ;

У согласованных матриц число столбцов первого

сомножителя

\Rightarrow согласованы для

совпадает с числом строк второго сомножителя умножения.

Размерность матрицы C , полученной в результате умножения, равна: 2×2 ;

$$C_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}$$

$c_{11} =$ Можно ли найти произведение матриц? 2. Если размерности согласованы в обоих случаях, результат может получиться разным: $A \cdot B \neq B \cdot A$ 1. Если размерности матриц согласованы для вычисления $A \cdot B$, необязательно будут согласованы размерности для вычисления $B \cdot A$ Почему умножили две матрицы? $c_{11} = 3 \cdot 4 + (-2) \cdot 5 = 12 - 10 = 2;$

$$c_{21} = 5 \cdot 3 + (-4) \cdot 2 = 15 - 8 = 7; \quad c_{22} = 5 \cdot 4 + (-4) \cdot 5 = 20 - 20 = 0;$$

ОТВЕТ: $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$

Задание 3.

ДАНО

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix};$$

Вычислит $A \cdot B$

ь:

РЕШЕНИ Проверим, согласованы ли для умножения размерности

Е: матриц: $A_{3 \times 3}, B_{3 \times 3} \Rightarrow$ согласованы для
умножения.

Размерность матрицы C , полученной в результате умножения, равна: 3×3 ;

$$C_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix};$$

$$c_{11} = a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} + a_{13} \cdot b_{31} = 1 \cdot 2 + (-3) \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 2 - 3 + 2 = 1;$$

$$c_{12} = a_{11} \cdot b_{12} + a_{12} \cdot b_{22} + a_{13} \cdot b_{32} = 1 \cdot 5 + (-3) \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 5 - 6 + 6 = 5;$$

$$c_{13} = a_{11} \cdot b_{13} + a_{12} \cdot b_{23} + a_{13} \cdot b_{33} = 1 \cdot 6 + (-3) \cdot 5 + 2 \cdot 2 = 6 - 15 + 4 = -5;$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix};$$

$$A \cdot B = C_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -5 \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix};$$

$$c_{21} = a_{21} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{21} + a_{23} \cdot b_{31} = 3 \cdot 2 + (-4) \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 3 \cdot \mathbf{A} = 3;$$

$$c_{22} = a_{21} \cdot b_{12} + a_{22} \cdot b_{22} + a_{23} \cdot b_{32} = 3 \cdot 5 + (-4) \cdot 2 + 1 \cdot 3 = 15 - 8 + 3 = 10;$$

$$c_{23} = a_{21} \cdot b_{13} + a_{22} \cdot b_{23} + a_{23} \cdot b_{33} = 3 \cdot 6 + (-4) \cdot 5 + 1 \cdot 2 = \begin{pmatrix} 6 & 3 & -3 \\ 0 & 3 & -12 \end{pmatrix}; 0;$$

$$c_{31} = a_{31} \cdot b_{11} + a_{32} \cdot b_{21} + a_{33} \cdot b_{31} = 2 \cdot 2 + (-5) \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 4 - 5 + 3 = 2;$$

$$c_{32} = a_{31} \cdot b_{12} + a_{32} \cdot b_{22} + a_{33} \cdot b_{32} = 2 \cdot 5 + (-5) \cdot 2 + 3 \cdot 3 = \mathbf{2 \cdot B} = 9;$$

$$c_{33} = a_{31} \cdot b_{13} + a_{32} \cdot b_{23} + a_{33} \cdot b_{33} = 2 \cdot 6 + (-5) \cdot 5 + 3 \cdot 2 = 12 - 25 + 6 = -7;$$

$$\text{OTBET:} \begin{pmatrix} 1 & 5 & -5 \\ 3 & 10 & 0 \\ 2 & 9 & -7 \end{pmatrix}$$

Домашняя работа

Вычислить: 1) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$;

$$2) \begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix} ;$$

3) РГР задачу № 1 а), б), в) своего варианта. Решение прислать на электронный адрес:

galiagraf@gmail.com