Лекция №1 Общие сведения о цифровой обработке сигналов

ВОПРОСЫ

1. **Дискретизация непрерывных сигналов.**
2. **Квантование по уровню.**

<u>ЦЕЛЬЮ лекции является</u> изучение особенностей преобразования непрерывного сигнала в цифровой вид с последующим его восстановлением на приемной стороне.

<u>Задачи лекции</u>: изложение корректного выбора частоты дискретизации, количества уровней квантования .

Литература:

1 Скляр, Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение СПб, Киев,2003 год, стр.41-89

Вопрос1 Дискретизация непрерывных сигналов

Во многих случаях первичные сигналы в ТКС непрерывны как по множеству, так и по времени. Передача таких сообщений встречает трудности, связанные с появлением аппаратурных погрешностей, погрешностей от нестабильности параметров линий связи и т. п. С целью устранения этих погрешностей производят преобразование непрерывных сигналов в цифровые. Цифровая форма представления сигналов дает значительные преимущества при хранении и обработке информации. Наконец, применение такого класса сигналов позволяет использовать одни и те же устройства (каналы связи, устройства обработки информации) для большего числа различных сообщений. Необходимо различать дискретизацию по времени и квантование по уровню.

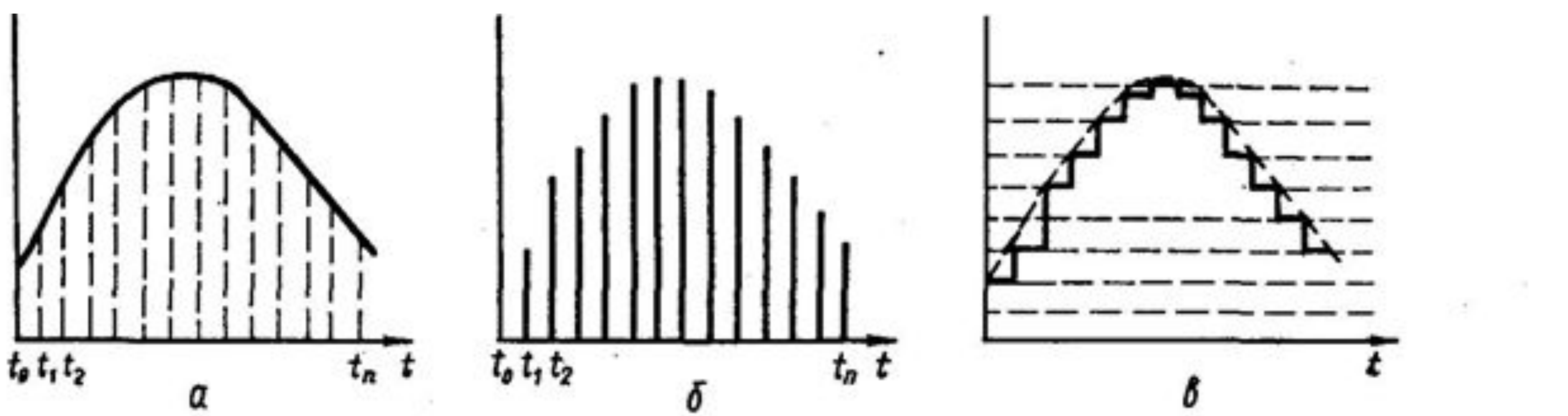

Рис. 1 а) выделение мгновенных значений сигнала, б) дискретизация, в) квантование

Вопрос1 Дискретизация непрерывных сигналов

Дискретизация по времени заключается в замене непрерывного сигнала $b(t)$ дискретным по времени сигналом $b_д(t)$, значения которого для фиксированных моментов времени t_0, t_1, t_2, ..., t_k совпадают соответственно с мгновенными значениями непрерывного сигнала (рис. 1, а и б). Квантование по уровню заключается в замене непрерывного множества значений сигнала $b(t)$ множеством дискретных значений. При этом шкала возможных значений сигнала разбивается на определенное количество уровней и непрерывное значение сигнала заменяется ближайшим из этих уровней (рис. 1, в). Часто сигнал подвергается как дискретизации по времени, так и квантованию по уровню.

При дискретизации по времени непрерывная по аргументу функция $b(t)$, описывающая сигнал, преобразуется в функцию $b_д(t)$ дискретного аргумента. Такое преобразование может быть выполнено путем взятия отсчетов функции $b(t)$ в определенные дискретные моменты времени t_0, t_1, t_2, ..., t_k. В результате функция $b(t)$ заменяется совокупностью мгновенных значений $b(t_i)$, $i = 0, 1, 2, ..., k$.

Временной интервал между двумя соседними фиксированными моментами времени, в которых задается дискретная функция, называется интервалом дискретизации. Величина, обратная интервалу дискретизации, называется частотой дискретизации: $f_д=1/$. По мгновенным значениям $b(t_i)$ можно восстановить исходную функцию с определенной точностью. Функцию, полученную в результате восстановления по отсчетам $b(t_i)$, называют воспроизводящей.

Вопрос1 Дискретизация непрерывных сигналов

Очевидно, с уменьшением интервала дискретизации воспроизводящая функция будет с большей точностью отображать исходную функцию b(t). Однако уменьшение требует использования каналов с большей пропускной способностью. Поэтому интервалы нужно выбирать так, чтобы по отсчетным значениям b(ti) можно было бы с заданной точностью получить исходную функцию.

Дискретизация сигналов по времени может быть равномерной и неравномерной.

При равномерной дискретизации функции b(t) интервал постоянен. Его величина выбирается на основе априорных сведений о характеристиках сигнала.

При неравномерной дискретизации интервал между отсчетами изменяется по случайному закону или с учетом изменения характеристик сигнала (адаптивная дискретизация). Адаптивную дискретизацию реализовать труднее, чем равномерную, однако она позволяет значительно сократить число избыточных отсчетов.

Известно несколько критериев выбора интервалов временной дискретизации. В подавляющем большинстве случаев используется частотный критерий академика В.А. Котельникова (есть еще корреляционный критерий Н.А. Железнова, критерий отклонения воспроизводящей функции от исходной и др.)

Вопрос1 Дискретизация непрерывных сигналов

Частотный критерий академика В.А. Котельникова. Данный критерий выбора частоты квантования базируется на теореме Котельникова, которая формулируется следующим образом: если непрерывная функция b(t) удовлетворяет условиям Дирихле (ограничена, кусочно-непрерывная и имеет конечное число экстремумов) и ее спектр ограничен некоторой частотой fв, то она полностью определяется последовательностью своих значений в точках, отстоящих на расстоянии Δt=(1/2)fв друг от друга.

Аналитически теорема Котельникова выражается интерполяционным рядом

$$b(t)=\sum_{k=-\infty}^{k=\infty} b(k\Delta t)\bullet\sin[2\pi f_{в}(t-k\Delta t)]/[2\pi f_{в}(t-k\Delta t)]=\sum_{k=-\infty}^{k=\infty} b(k\Delta t)\bullet g_{k}(t) \quad \textbf{(1)}$$

Непосредственно из этого выражения следует, что непрерывная функция с ограниченным спектром может быть представлена в виде суммы бесконечно большого числа членов, каждый из которых является произведением функции вида Sin(y)/y - (функции отсчета) и коэффициента b(k Δt), определяющего значение функции b(t) в моменты отсчета.

Функция отсчетов представлена графически на рис. 2, где введено обозначение τ = t-k Δt,ωс = 2πfв. Эта функция в момент времени
t = k Δt достигает максимального значения и равна единице. В момент времени t=(k+1) Δt , где i = 1, 2, 3,.., ∞ , функция отсчетов обращается в ноль.

Вопрос1 Дискретизация непрерывных сигналов

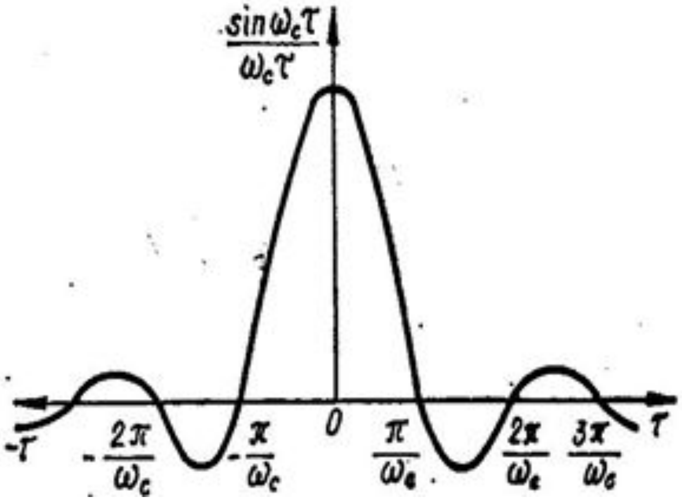

Рис. 2

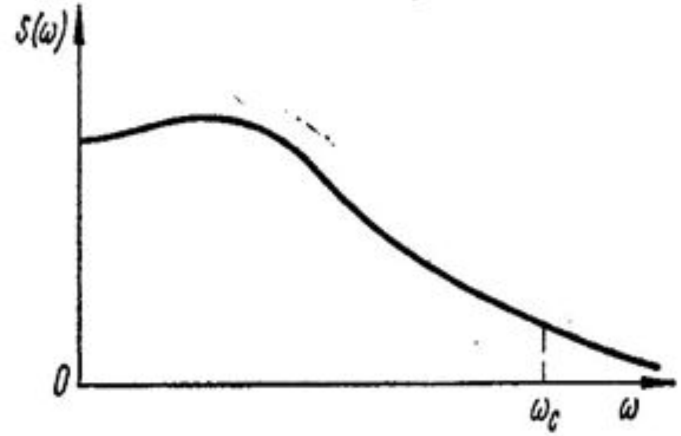

Рис. 3

Как известно, функция вида $Sin(2\pi f_{\text{в}}\tau)/2\pi f_{\text{в}}\tau$ представляет собой реакцию идеального фильтра нижних частот с граничной частотой $2\pi f_{\text{в}}$ на дельта-функцию. Тогда, если через такой фильтр пропустить квантованный по времени сигнал с частотой дискретизации $f_{\text{д}} = 2f_{\text{в}}$, то суммируя выходные сигналы фильтра, можно получить исходный непрерывный сигнал b(t) (Рис.4).

Все это свидетельствует о фундаментальном значении теоремы Котельникова, так как она указывает на возможность восстановления исходного непрерывного сигнала по его отсчетным значениям.

Вопрос1 Дискретизация непрерывных сигналов

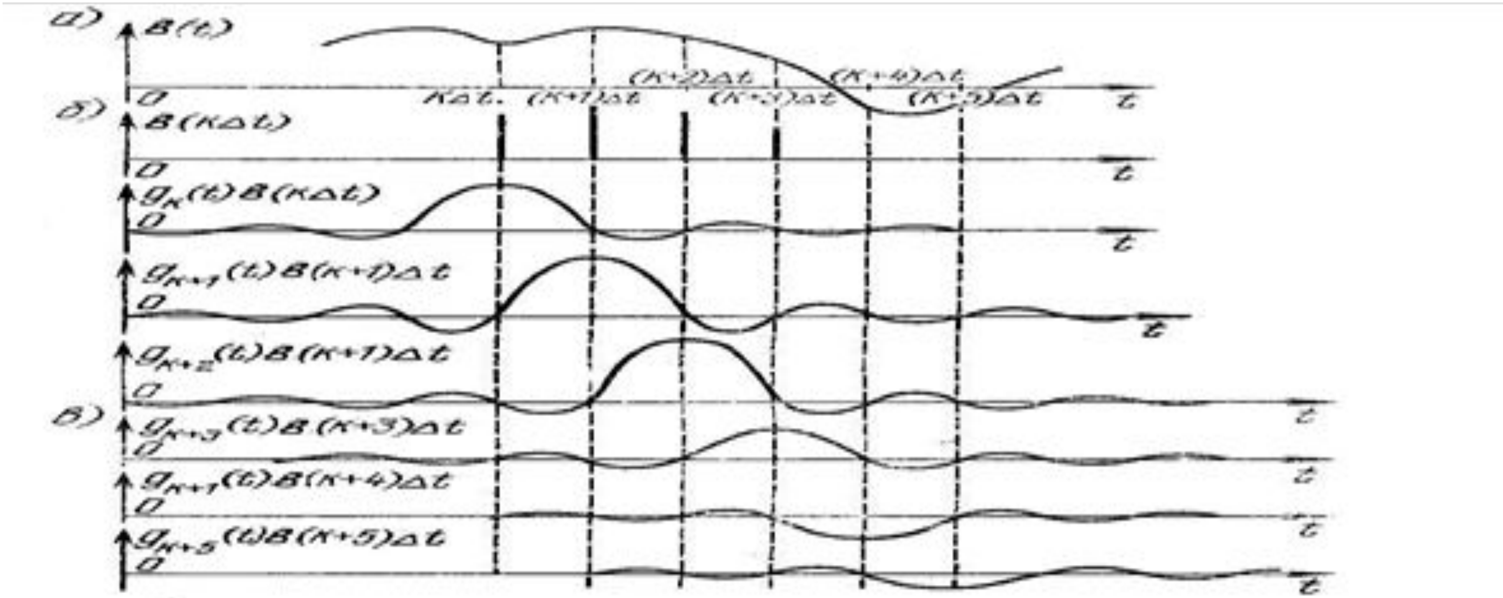

Рис.4 Представление непрерывной функции времени с ограниченным спектром

Как видно из выражения (1), для точного восстановления исходной функции необходимо получить и просуммировать реакции фильтра на входные импульсы на всей оси времени от - ∞ до + ∞ или хотя бы достаточно большого количества импульсов до и после аппроксимируемого участка функции. Практически реализовать это трудно. Далее, функции отсчетов, генерируемые фильтром низких частот, должны иметь бесконечную протяженность во времени как для положительных, так и для отрицательных значений t. Такие фильтры физически неосуществимы. Наконец, на практике приходится иметь дело с сигналами, ограниченными во времени и обладающими, следовательно, бесконечно широким спектром, что противоречит основному условию теоремы Котельникова.

Вопрос1 Дискретизация непрерывных сигналов

Однако на практике никогда не требуется идеально точного воспроизведения передаваемого сигнала.

Поэтому с целью использования теоремы Котельникова для дискретизации сигналов реальный спектр сигнала, простирающийся от нуля до бесконечности, условно ограничивают некоторым диапазоном частот от нуля до fв, в котором сосредоточена основная часть энергии спектра. Энергия отсекаемой части спектра сигнала характеризует погрешность, возникающую за счет ограничений спектра частотой fв. Эту погрешность можно оценить отношением энергии, содержащейся в отсекаемой части спектра, к общей энергии сигнала.

$$\gamma_{\omega_e} = \int_{\omega_e}^{\infty} \left|S(j\omega)\right|^2 \partial\omega \Big/ \int_{0}^{\infty} \left|S(j\omega)\right|^2 \partial\omega \qquad \text{(2)}$$

Необходимо также отметить, что на практике в силу «размытости» спектра, и не идеальности характеристик реальных систем частота дискретизации выбирается более высокой, чем это следует из теоремы Котельникова. Очевидно, что если $f_Д > 2f_В$, копии отдалятся (в частотной области), как показано на рис. 5, а, и это облегчит операцию фильтрации. На рисунке также показана типичная характеристика фильтра нижних частот, который может использоваться для выделения спектра немодулированного сигнала. При уменьшении частоты дискретизации fд <2fв копии начнут перекрываться, как показано на рис. 5, б, и информация частично будет потеряна.

Вопрос1 Дискретизация непрерывных сигналов

•

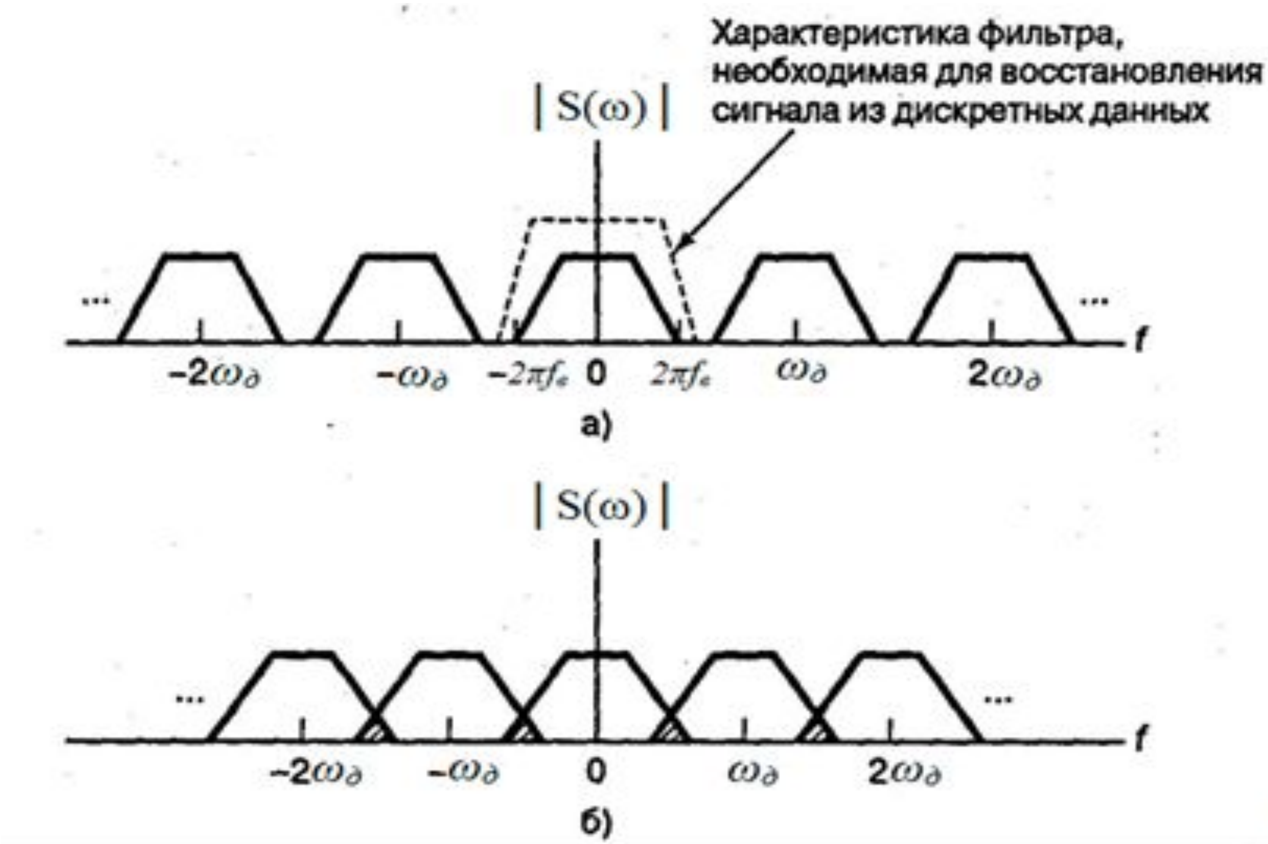

Рис. 5 Спектры для различных частот дискретизации: а) дискретный спектр (fд >2fв), б) дискретный спектр (fд <2fв).

Явление, являющееся результатом недостаточной дискретизации (выборки производятся очень редко), называется наложением (aliasing). Частота дискретизации $f_{д} = 2f_{в}$, это предел, ниже которого происходит наложение, чтобы избежать этого нежелательного явления, следует

Вопрос1 Дискретизация непрерывных сигналов

В конце заметим, что реализуемые фильтры требуют ненулевой ширины полосы для перехода между полосой пропускания и областью затухания. Эта область называется полосой перехода. Для минимизации частоты дискретизации системы желательно было бы, чтобы фильтры защиты от наложения спектров имели узкую полосу перехода. В то же время при сужении полосы перехода резко возрастает сложность фильтров и их стоимость, так что необходимо принять компромиссное решение относительно цены более узкой полосы перехода и цены высокой частоты дискретизации. Во многих системах оптимальной шириной полосы перехода является 10-20% от ширины полосы сигнала. Рассчитав частоту дискретизации для 20%-ной ширины перехода фильтра защиты от наложения спектров, получим инженерную версию критерия Котельникова:
$\boldsymbol{f}_{\text{д}} = \mathbf{2{,}2}\boldsymbol{f}_{\text{в}}$

ВОПРОС 2 Квантование по уровню

Рассмотрим четыре способа описания аналоговой исходной информации. Возможные варианты показаны на рис. 6. Сигнал, изображенный на рис. 6, а, будем называть исходным аналоговым. На рис. 6, б представлена дискретная версия исходного сигнала, обычно именуемая данными, оцифрованными естественным способом, или данными с амплитудно-импульсной модуляцией (pulse amplitude modulation — PAM). Думаете, дискретные данные на рис. 6, б совместимы с цифровой системой? Нет, поскольку амплитуда каждой естественной выборки все еще может принимать бесконечное множество возможных значений, а цифровая система работает с конечным набором значений.

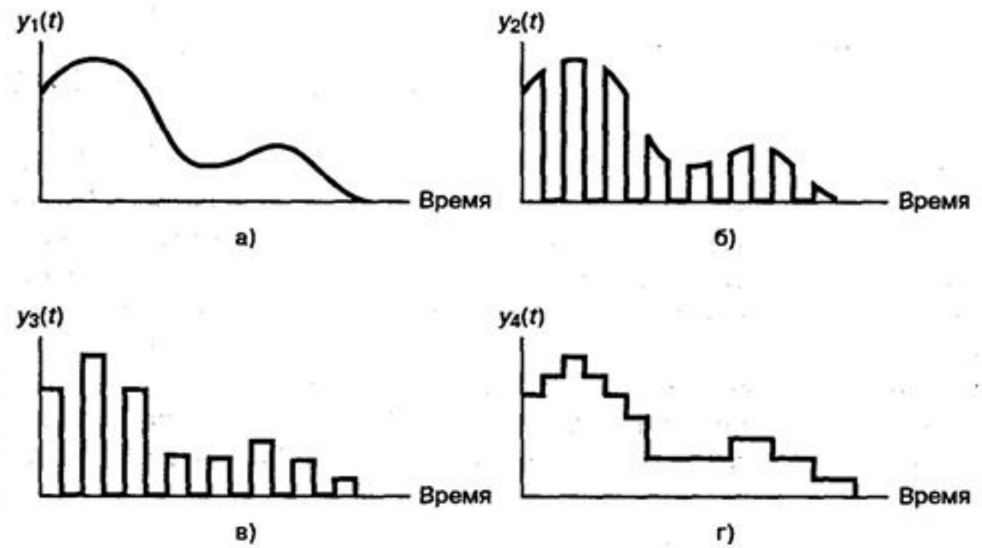

**Рис. 6 Исходные данные в системе координат «время-амплитуда»:
а) исходный аналоговый сигнал; б) данные в естественной дискретизации; в) квантованные выборки; г) выборка-хранение**

ВОПРОС 2 Квантование по уровню

Даже если дискретные сигналы имеют плоские вершины, возможные значения составляют бесконечное множество, поскольку они отражают все возможные значения непрерывного аналогового сигнала. На рис. 6, в показано представление исходного сигнала дискретными импульсами. Здесь импульсы имеют плоскую вершину, и возможные значения амплитуд импульсов ограничены конечным множеством. Каждый импульс характеризуется уровнем, причем все уровни предопределены и составляют конечное множество; каждый уровень может представляться символом конечного алфавита. Импульсы на рис. 6,в называются квантованными выборками; такой формат является естественным выбором для сопряжения с цифровой системой. Формат, показанный на рис. 6, г может быть получен на выходе схемы выборки-хранения. Квантования после дискретных значений в конечное множество, данные в таком формате совместимы с цифровой системой. После квантования аналоговый сигнал по-прежнему может восстанавливаться, но уже не абсолютно точно; повысить точность восстановления аналогового сигнала можно за счет увеличения уровней квантования (но это требует увеличения ширины полосы пропускания канала). Аналоговый сигнал, восстановленный из квантованных импульсов, будет искажен. Источником искажения будет ошибка округления или усечения. Процесс кодирования сигнала АИМ (амплитудно-импульсная модуляция) в квантованный сигнал АИМ включает отбрасывание некоторого количества исходной аналоговой информации.

ВОПРОС 2 Квантование по уровню

Это искажение, вызванное необходимостью аппроксимации аналогового сигнала квантованными выборками, называется шумом квантования, величина этого шума обратно пропорциональна числу уровней, задействованных в процессе квантования. Если уровни квантования равномерно распределены по всему диапазону возможных значений аналогового сигнала, то устройство квантования именуется равномерным или линейным (Рис. 7 в).

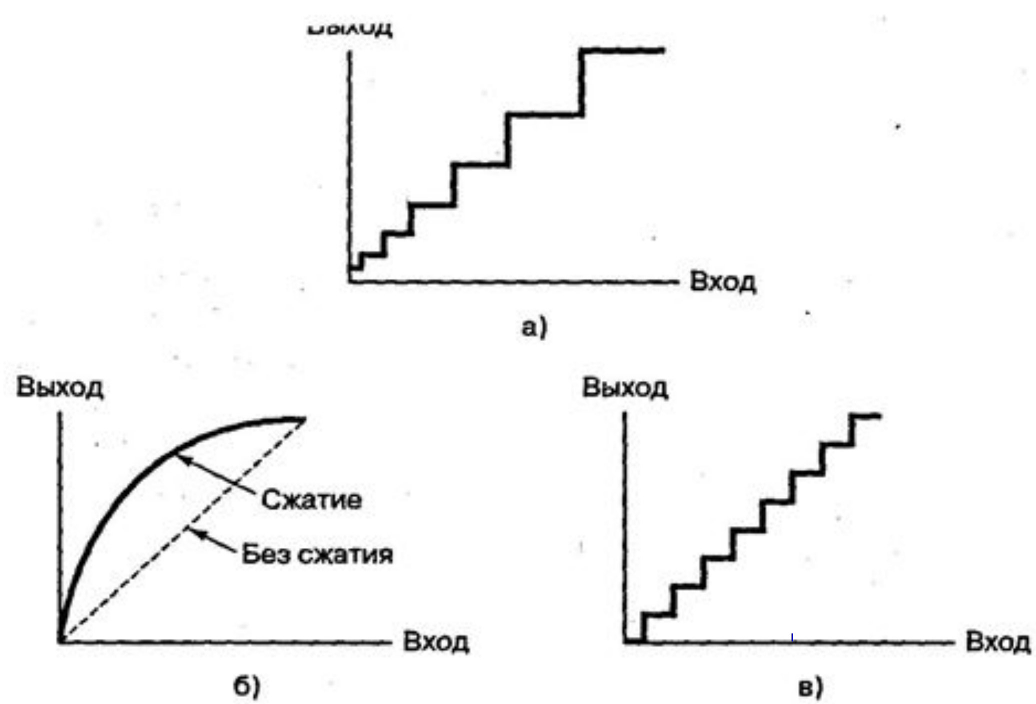

Рис. 7 Примеры характеристик: а) характеристика неравномерного устройства квантования; б) характеристика сжатия; в) характеристика равномерного устройства квантования.

ВОПРОС 2 Квантование по уровню

Шаг между уровнями квантования называется интервалом квантования (q). Каждое дискретное значение аналогового сигнала аппроксимируется квантованным импульсом: аппроксимация дает ошибку, не превышающую q/2 в положительном или отрицательном направлении. Хорошим критерием качества равномерного квантования является его дисперсия (среднеквадратичная ошибка при подразумеваемом нулевом среднем), которая равна σ = q/12. Защищенность от шумов квантования определяется как Аз.кв=10lg(Рс/ Рш.кв.). Если входное напряжение выше порогового, на выходе квантователя формируются отсчеты с амплитудой uогр. Такой режим работы квантователя называется перегрузкой. При этом возникают шумы ограничения, мощность которых значительно превышает мощность шумов квантования. Необходимо применять специальные меры, предотвращающие перегрузку квантователя.

Недостатком равномерного квантования является меньшая защищенность от шумов квантования малых уровней сигнала. Большое число разрядов в коде (n = 12) при равномерном квантовании приводит к усложнению аппаратуры и неоправданному увеличению тактовой частоты. Устранить указанный существенный недостаток можно, осуществляя неравномерное квантование, которое используется в современных цифровых системах передачи (ЦСП). Сущность неравномерного квантования заключается в следующем. Для малых значений сигналов шаг квантования выбирают минимальным и постепенно увеличивают до максимального для больших значений сигналов. Амплитудная характеристика неравномерного квантователя показана на рис.7 а.

ВОПРОС 2 Квантование по уровню

При этом для слабых сигналов Рш.кв уменьшается, а для сильных - возрастает, что приводит к увеличению Аз.кв для слабых сигналов и снижению Аз.кв для сильных, которые имели большой запас по помехозащищенности. В результате удается снизить разрядность кода до n= 8 (L=256), обеспечив при этом выполнение требований к защищенности от шумов квантования в широком динамическом диапазоне сигнала, составляющем около 40 дБ. Таким образом, происходит выравнивание в широком диапазоне изменения уровней сигнала. Эффект неравномерного квантования может быть получен с помощью сжатия динамического диапазона сигнала с последующим равномерным квантованием. Сжатие динамического диапазона сигнала осуществляется с помощью компрессора, обладающего нелинейной амплитудной характеристикой. Чем большей нелинейностью обладает компрессор, тем больший выигрыш может быть получен для слабых сигналов (Рис. 7, б). Для сигналов малой амплитуды характеристика сжатия имеет более крутой фронт, чем для сигналов большой амплитуды. Следовательно, изменение данного сигнала при малых амплитудах затронет большее число равномерно размещенных уровней квантования, чем то же изменение при больших амплитудах. Характеристика сжатия эффективно меняет распределение амплитуд входного сигнала, так что на выходе системы сжатия уже не существует превосходства сигналов малых амплитуд.

Вопрос 2 Квантование по уровню

После сжатия деформированный сигнал подается на вход равномерного (линейного) устройства квантования с характеристикой, показанной на рис.7,в. Для восстановления исходного динамического диапазона сигнала на приеме необходимо установить экспандер (расширитель), амплитудная характеристика которого должна быть обратной амплитудной характеристике компрессора (рис. 7, б). Таким образом, результирующая (суммарная) амплитудная характеристика цепи компрессор-экспандер (компандер) должна быть линейной во избежание нелинейных искажений передаваемых сигналов.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие сигналы называются периодическими
2. Что такое случайный процесс.
3. Каким образом могут быть заданы случайные процессы.
4. Назовите основные характеристики случайного процесса.
5. Что понимается под стационарностью и эргодичностью случайного процесса.
6. Приведите ряд характерных функций корреляции случайных процессов.
7. Дайте характеристику равенству Парсеваля.
8. Теорема Винера-Хинчина.
9. Энергетические спектры белого и квазибелого шума.
10. Перечислите основные свойства гауссовских процессов.