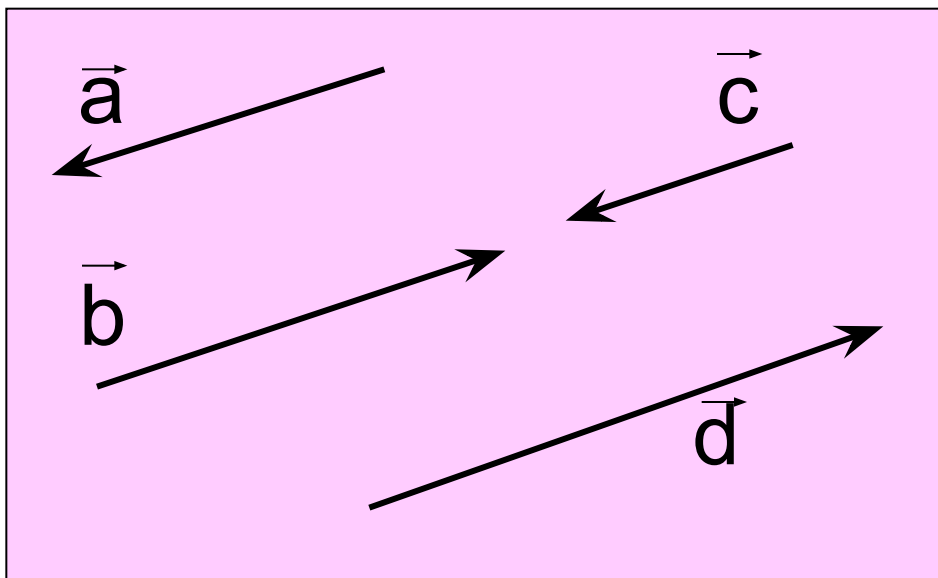


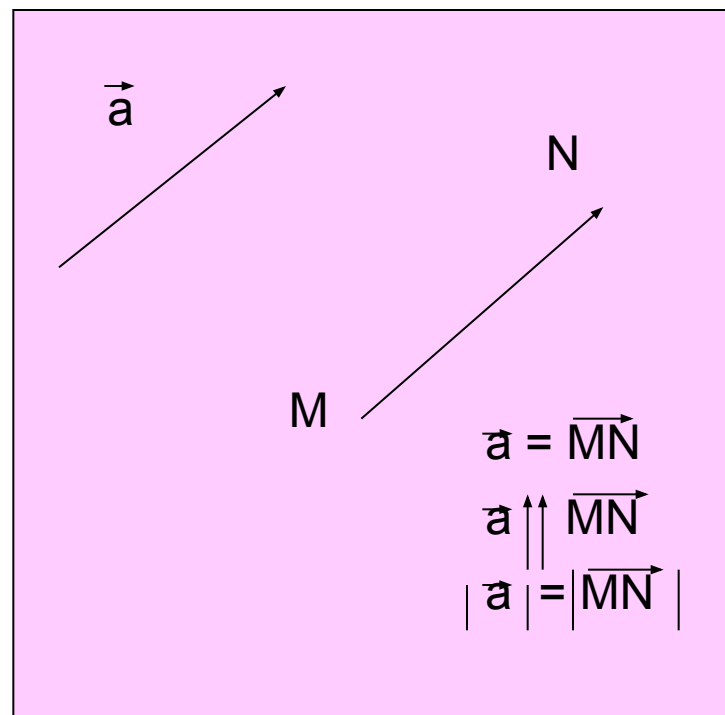
# Коллинеарные векторы.



Два ненулевых вектора называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

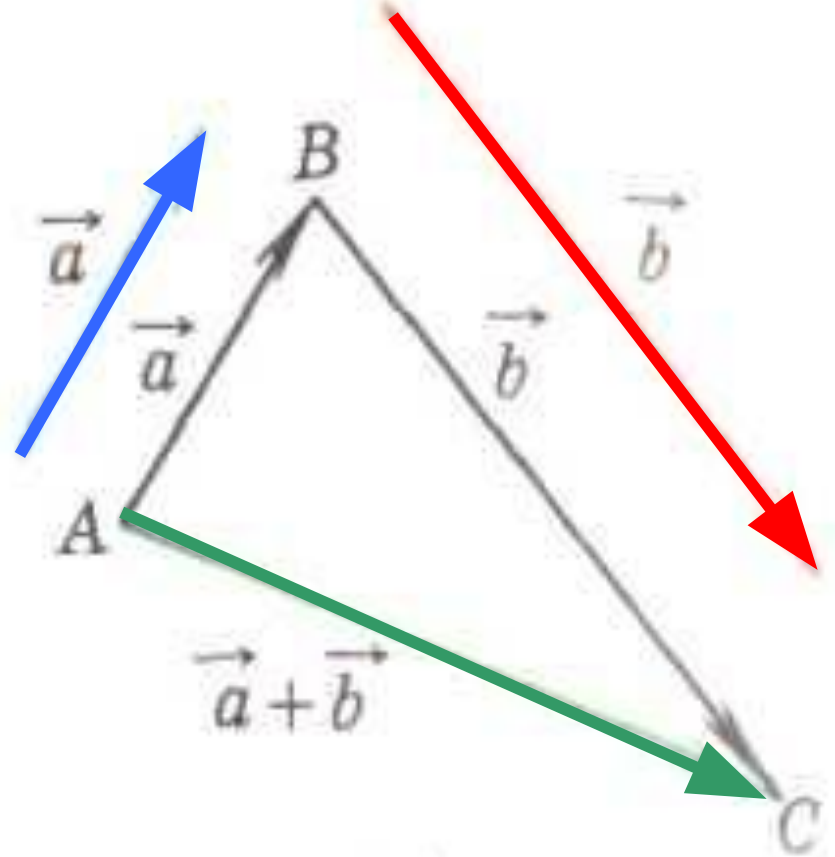
- Если векторы коллинеарные и их лучи направлены в одну сторону, то векторы называются **сонаправленными**.
  - Обозначаются :  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$ .
- Если векторы коллинеарные, а их лучи направлены в разные стороны, то векторы называются **противоположно направленными**.
  - Обозначаются :  $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{d}$ .
- Нулевой вектор считают сонаправленным с любым вектором.

- Два вектора называются **равными**, если они сонаправлены и их длины равны.

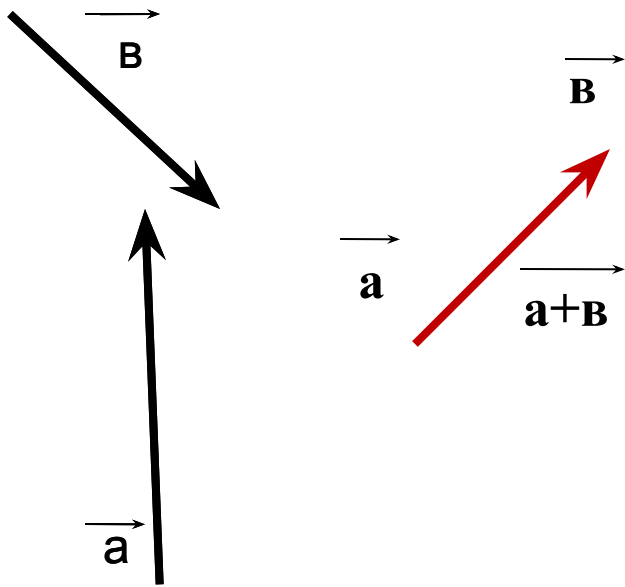


# Сложение векторов.

- **Правило треугольника.**  
(правило сложения двух произвольных векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ).  
Отложим от какой-нибудь точки  $A$  вектор  $\vec{AB}$ , равный  $\vec{a}$ . Затем от точки  $B$  отложим вектор  $\vec{BC}$ , равный  $\vec{b}$ . Вектор  $\vec{AC}$  называется **суммой** векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ :  $\vec{AC} = \vec{a} + \vec{b}$ .



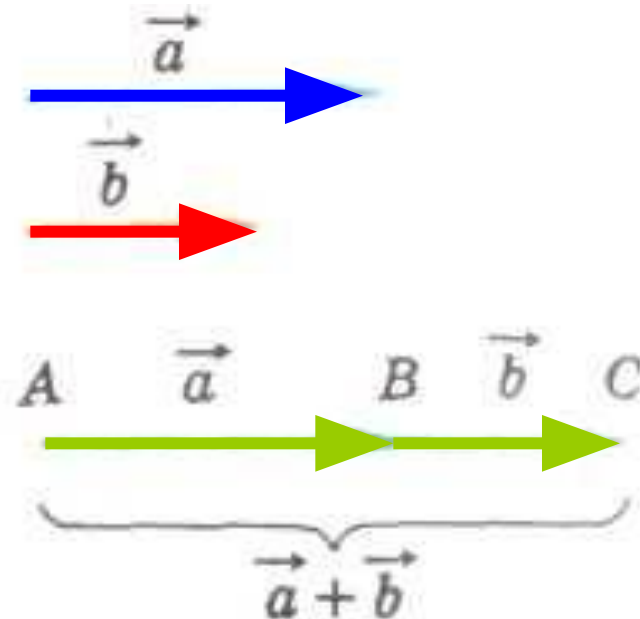
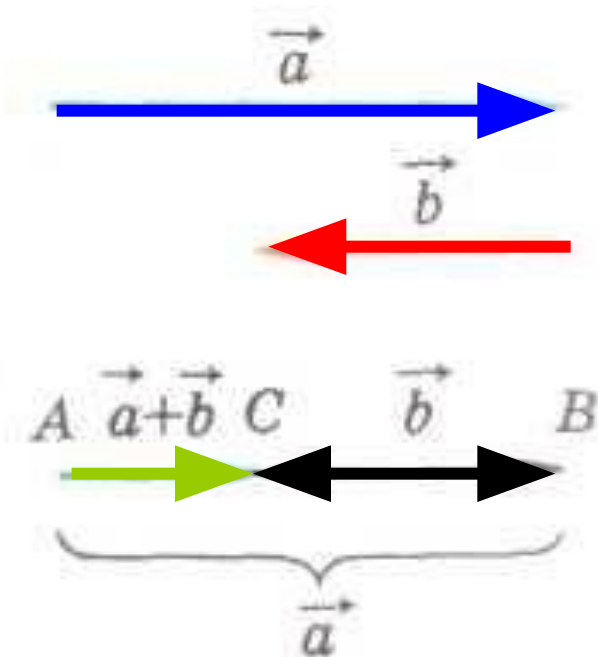
# ПРАВИЛО ТРЕУГОЛЬНИКА



- 1) От конца вектора  $\vec{a}$  отложить вектор  $\vec{b}$ , равный вектору  $\vec{b}$ ;
- 2) Провести вектор из начала вектора  $\vec{a}$  в конец вектора  $\vec{b}$ .
- 3) **ВЫВОД:** полученный вектор и будет суммой векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

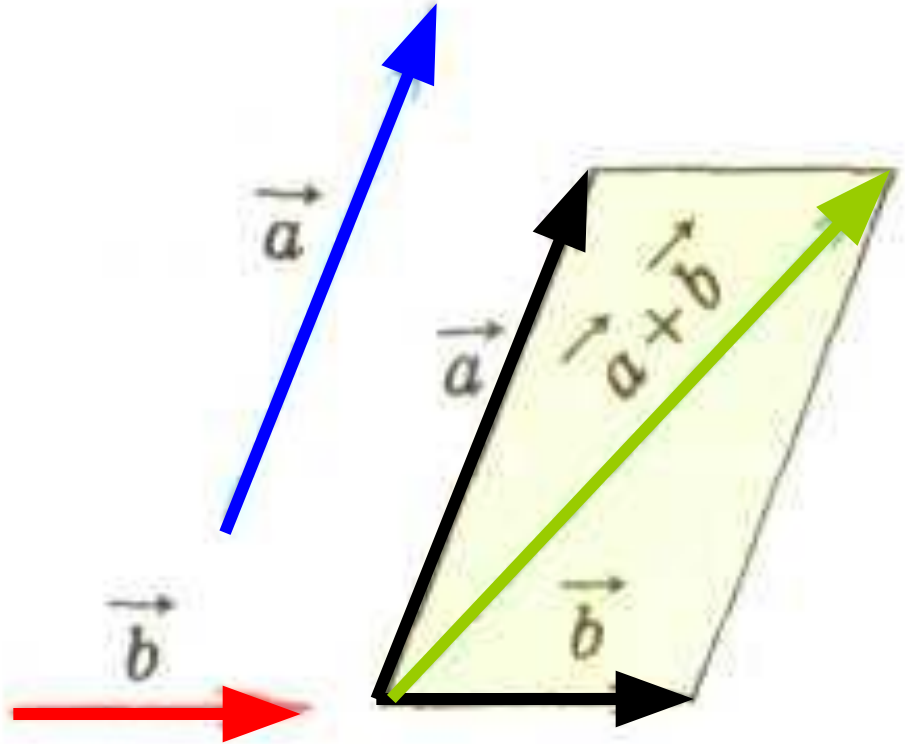
# Сложение коллинеарных векторов.

- По этому же правилу складываются и коллинеарные векторы, хотя при их сложении и не получается треугольника.

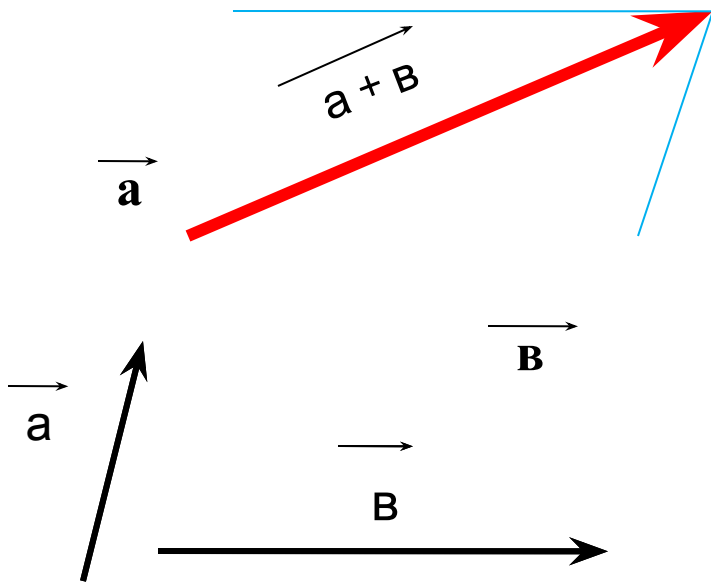


# Сложение векторов.

- Для сложения двух неколлинеарных векторов можно пользоваться также **правилом параллелограмма**, известным из курса планиметрии.



# ПРАВИЛО ПАРАЛЛЕЛОГРАММА



- 1) От начала вектора  $\vec{a}$  отложить вектор  $\vec{b}$ , равный вектору  $\vec{b}$ ;
- 2) На векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  как на сторонах построить параллелограмм ;
- 3) Провести из общего начала векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  вектор –диагональ параллелограмма.
- 4) **ВЫВОД:** полученный вектор будет суммой векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .



# Свойства сложения векторов.

Для любых векторов  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  справедливы равенства:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

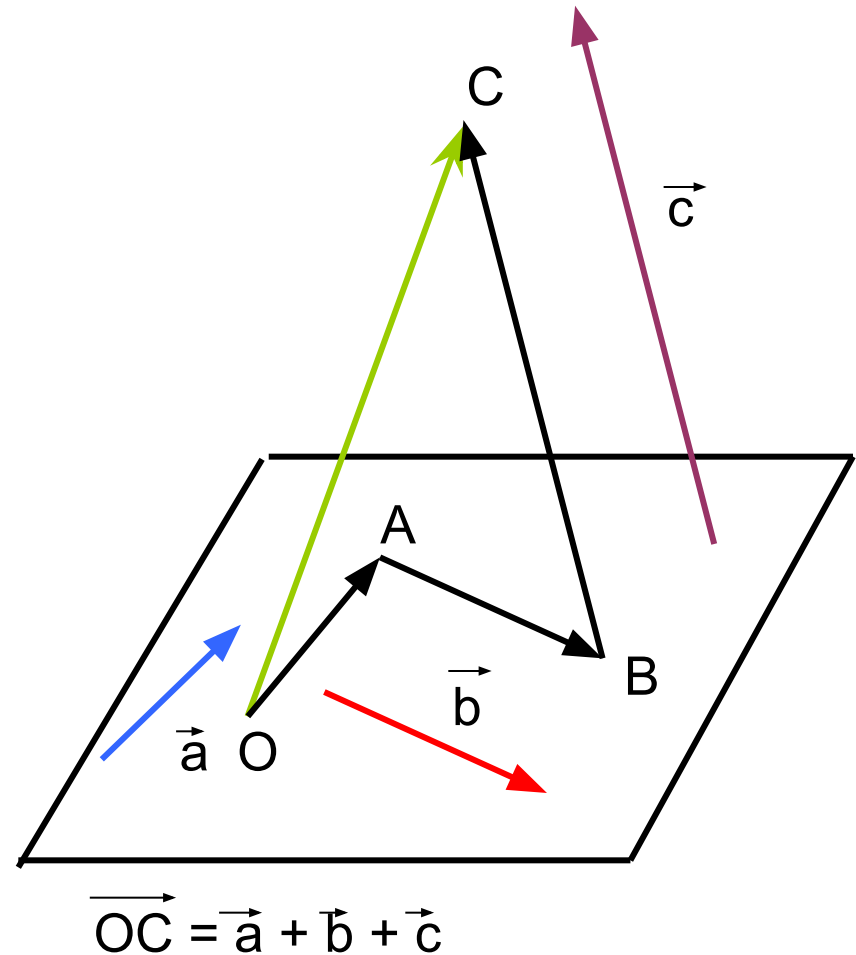
*(переместительный закон);*

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

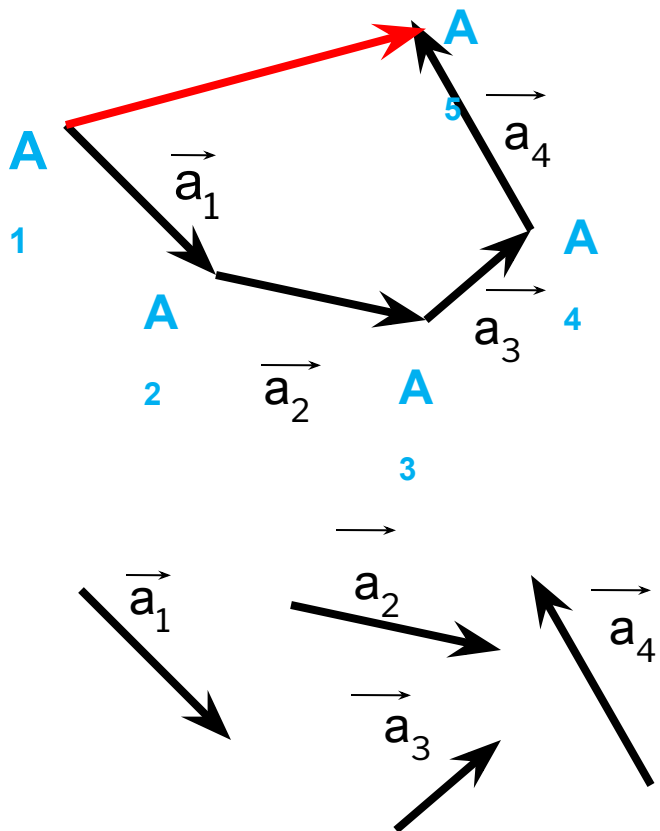
*(сочетательный закон).*

# Сложение нескольких векторов.

- Сложение нескольких векторов в пространстве выполняется так же, как и на плоскости: первый вектор складывается со вторым, затем их сумма — с третьим вектором и т. д. Из законов сложения векторов следует, что **сумма нескольких векторов не зависит от того, в каком порядке они складываются.**



# ПРАВИЛО МНОГОУГОЛЬНИКА

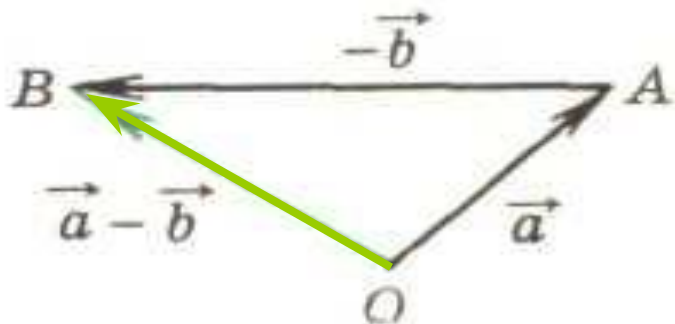
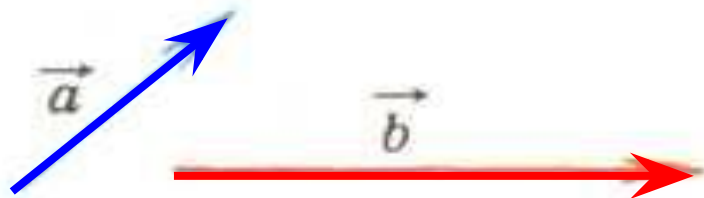


- 1) От конца вектора  $\vec{a}_1$  отложить вектор  $\vec{a}_2$ , равный вектору  $\vec{a}_2$ ;
  - 2) Повторить откладывание векторов столько раз, сколько векторов нужно отложить;
  - 3) Провести вектор из конца вектора  $\vec{a}_n$  в начало  $\vec{a}_1$ .
- Вывод: полученный вектор  $\vec{v}$  и будет суммой векторов  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \dots$  и  $\vec{a}_n$

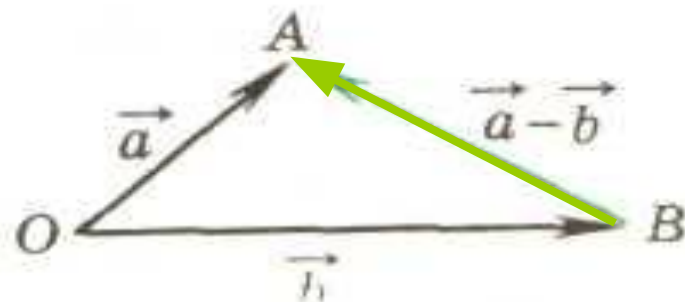
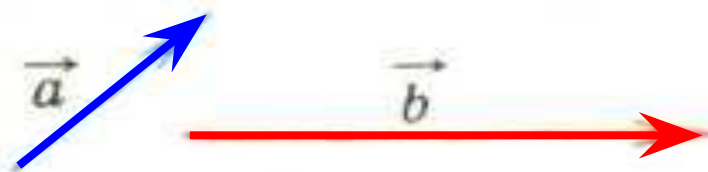
# Разность векторов.

- **Разностью векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$**  называется такой вектор, сумма которого с вектором  $\vec{b}$  равна вектору  $\vec{a}$ . Разность  $\vec{a}$ - $\vec{b}$ -векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  можно найти по формуле:

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

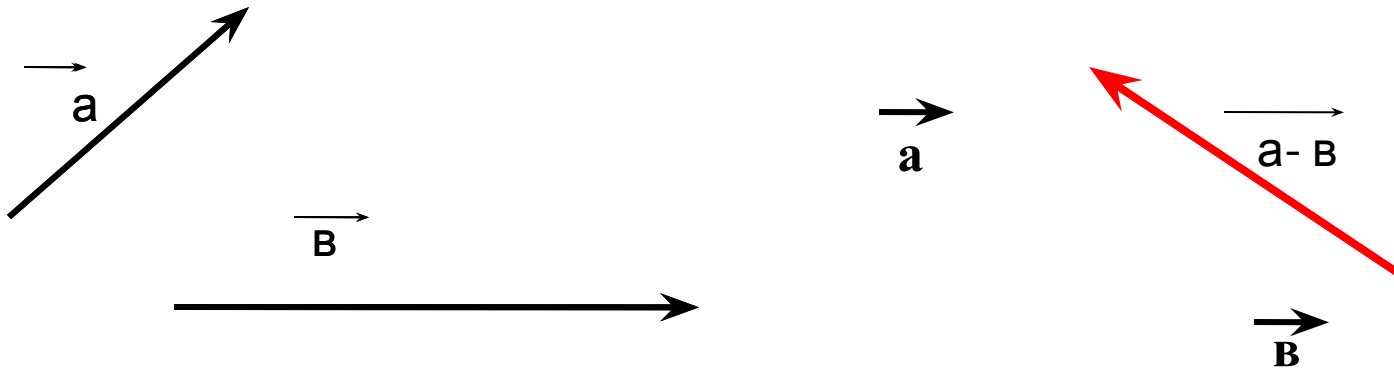


$$\begin{aligned}\vec{OA} &= \vec{a}, & \vec{AB} &= -\vec{b} \\ \vec{OB} &= \vec{a} + (-\vec{b}) = \vec{a} - \vec{b}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\vec{OA} &= \vec{a}, & \vec{OB} &= \vec{b} \\ \vec{BA} &= \vec{a} - \vec{b}\end{aligned}$$

# ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ



Разностью векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называется такой вектор  $\vec{a - b}$ , сумма которого с вектором  $\vec{b}$  равна вектору  $\vec{a}$

# Умножение вектора на число.

- Произведением ненулевого вектора  $\vec{a}$  на число  $k$  называется такой вектор  $\vec{b}$ , длина которого равна  $|k| \cdot |\vec{a}|$ , причем векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  сонаправлены при  $k \geq 0$  и противоположно направлены при  $k < 0$ .
- Произведением нулевого вектора на любое число считается нулевой вектор.
- Произведение вектора  $\vec{a}$  на число  $k$  обозначается так:  $k\vec{a}$ .
- Для любого числа  $k$  и любого вектора  $\vec{a}$  векторы  $\vec{a}$  и  $k\vec{a}$  коллинеарны.
- Произведение любого вектора на число ноль есть нулевой вектор.

# Правила умножения вектора на число.

Для любых векторов  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и любых чисел  $k$ ,  $f$  справедливы равенства:

$$(kf)\vec{a}=k(f\vec{a}) \text{ (сочетательный закон);}$$

$$k(\vec{a} + \vec{b})= k\vec{a} + k\vec{b} \text{ (первый распределительный закон);}$$

$$(k + f) \vec{a} =k\vec{a} + f\vec{a} \text{ (второй распределительный закон).}$$

# Свойства умножения вектора на число.

- Отметим, что  $(-1)\vec{a}$  является вектором, противоположным вектору  $\vec{a}$ , т.е.

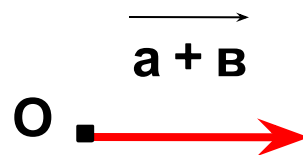
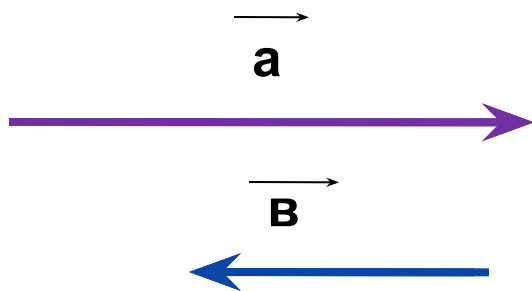
$$(-1)\vec{a} = -\vec{a}.$$

- если вектор  $\vec{a}$  ненулевой, то векторы  $(-1)\vec{a}$  и  $\vec{a}$  противоположно направлены.
- **если векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  коллинеарны и  $\vec{a} \neq \mathbf{0}$ , то существует число  $k$  такое, что  $\vec{b} = k\vec{a}$ .**



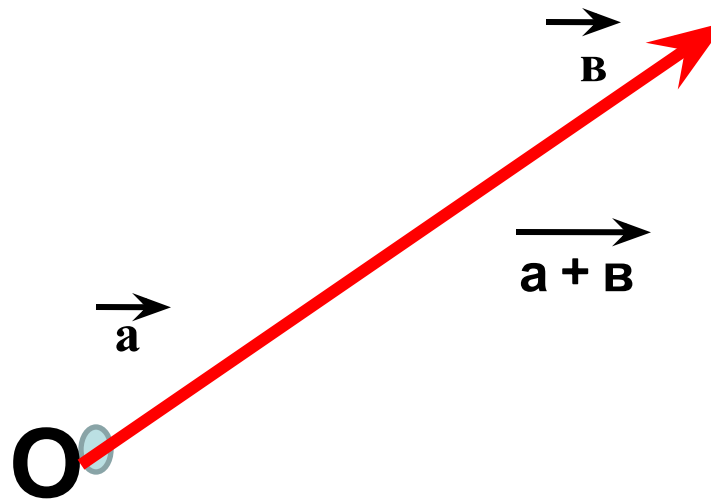
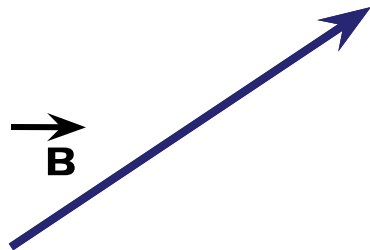
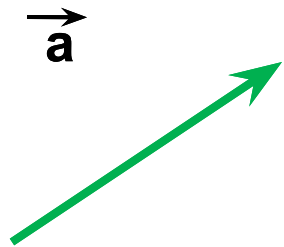
# Задача.

Сложить коллинеарные противоположно направленные векторы.



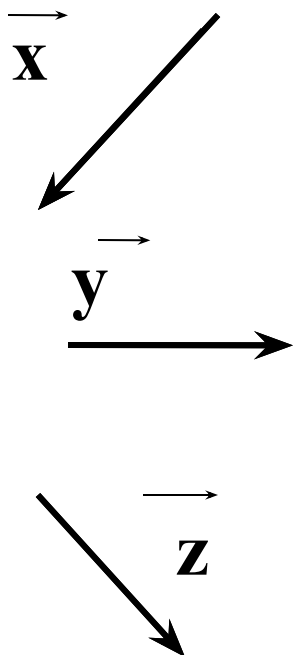
# Задача.

Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  коллинеарные,  
найти сумму векторов.

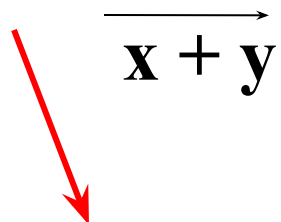


# Задача.

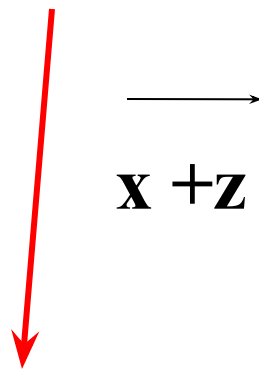
Дано:



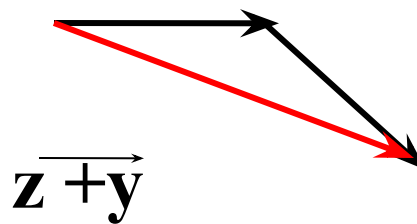
A)



B)

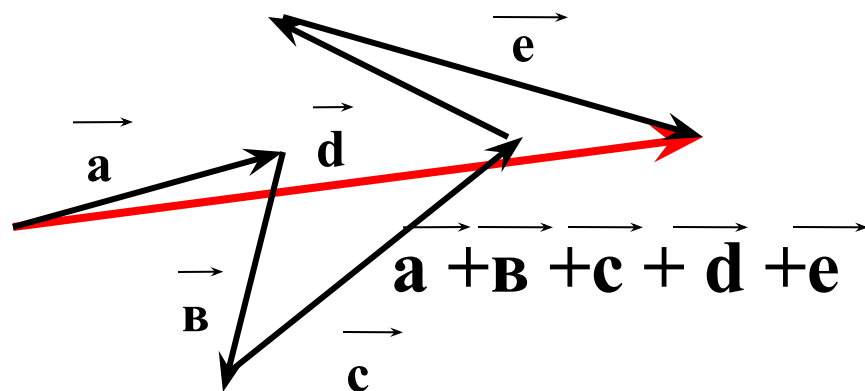
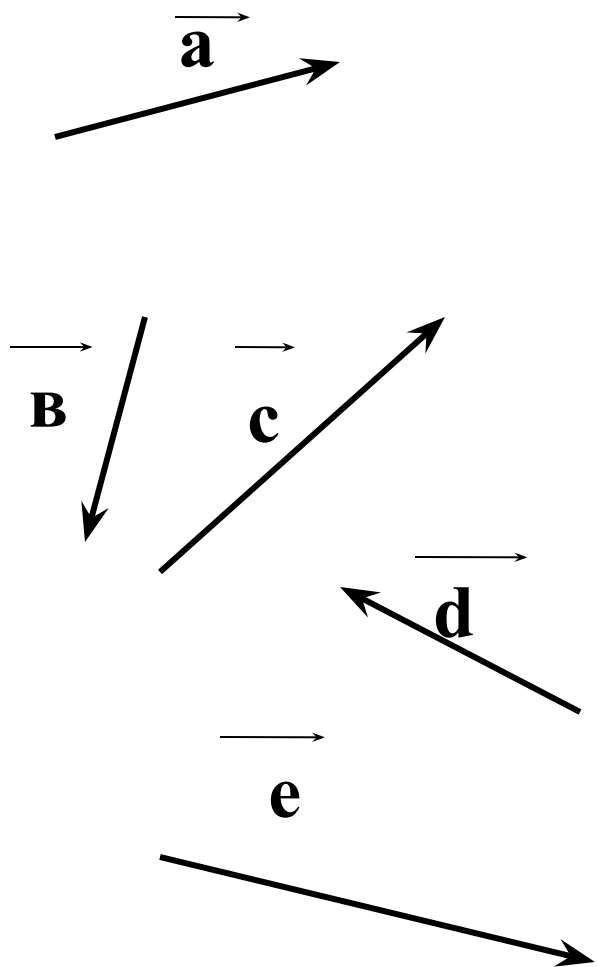


C)

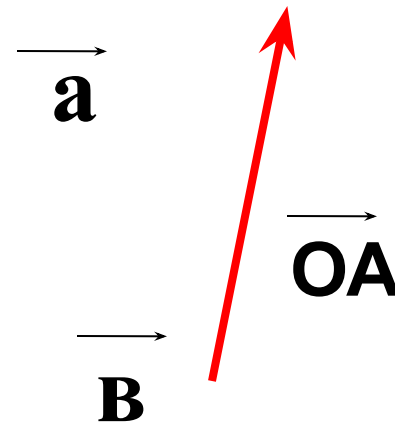
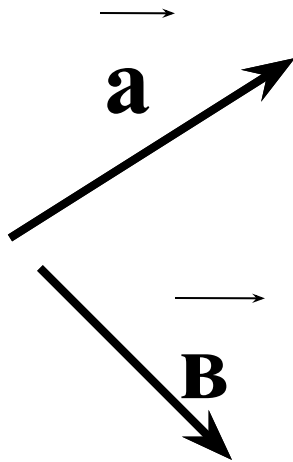


# Задача.

Дано:



**ЗАДАЧА : используя правило треугольника , постройте векторы  $\vec{OA} = \vec{a} + \vec{b}$**



**ЗАДАЧА:** используя правило параллелограмма  
постройте векторы  $\vec{OP} = \vec{x} + \vec{y}$

