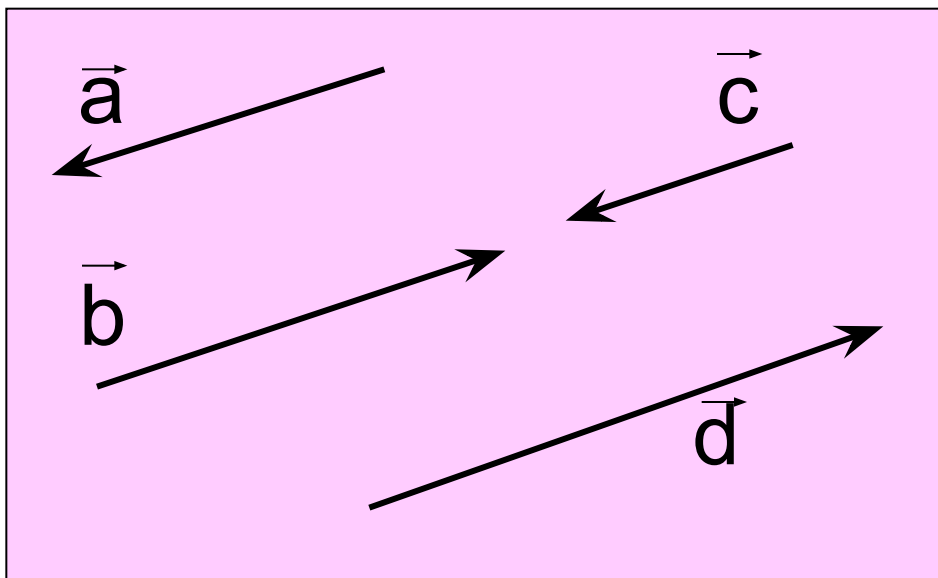


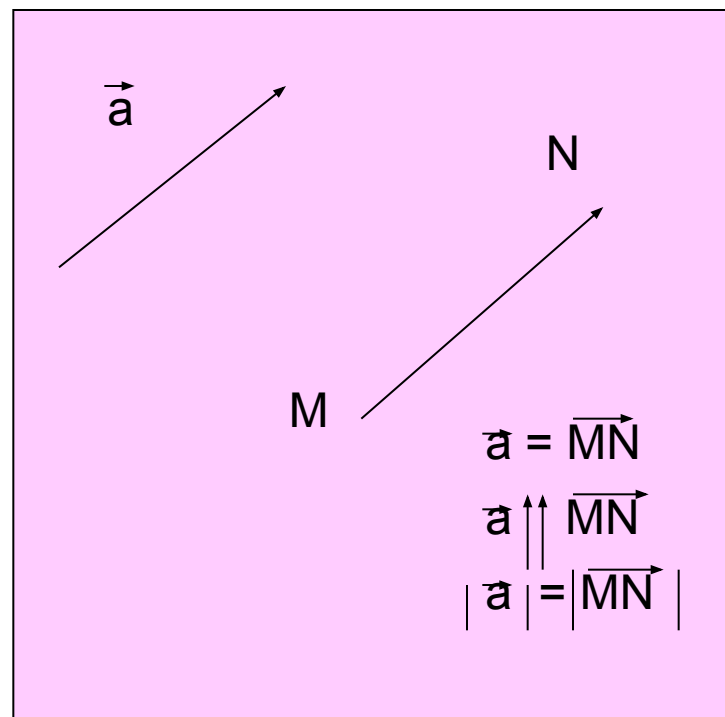
Коллинеарные векторы.



Два ненулевых вектора называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

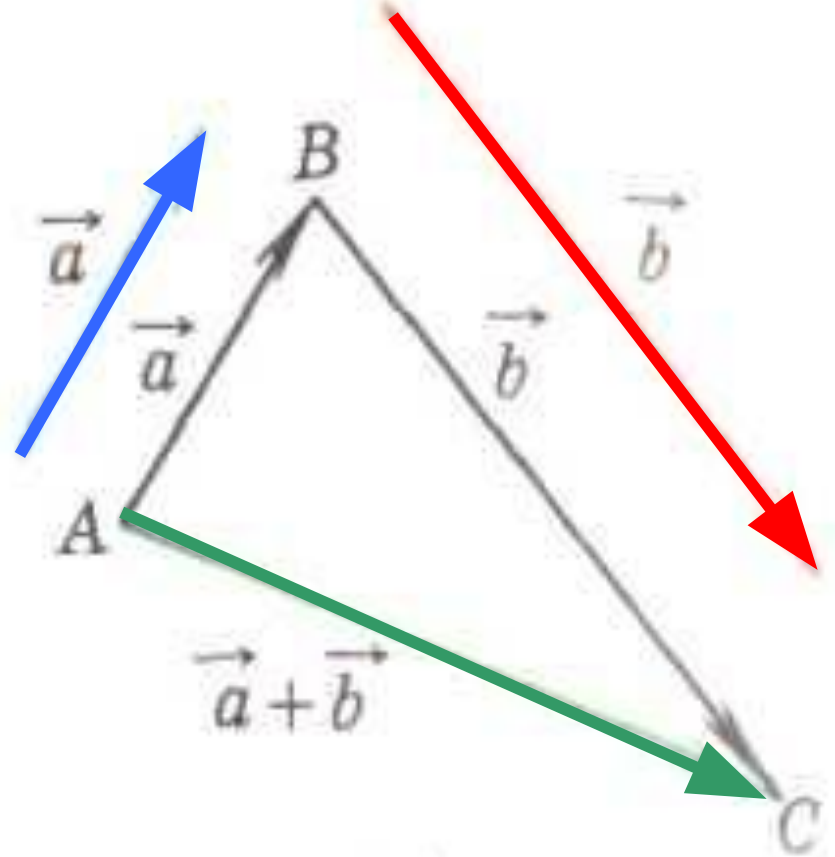
- Если векторы коллинеарные и их лучи направлены в одну сторону, то векторы называются **сонаправленными**.
 - Обозначаются : $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$.
- Если векторы коллинеарные, а их лучи направлены в разные стороны, то векторы называются **противоположно направленными**.
 - Обозначаются : $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{d}$.
- Нулевой вектор считают сонаправленным с любым вектором.

- Два вектора называются **равными**, если они сонаправлены и их длины равны.

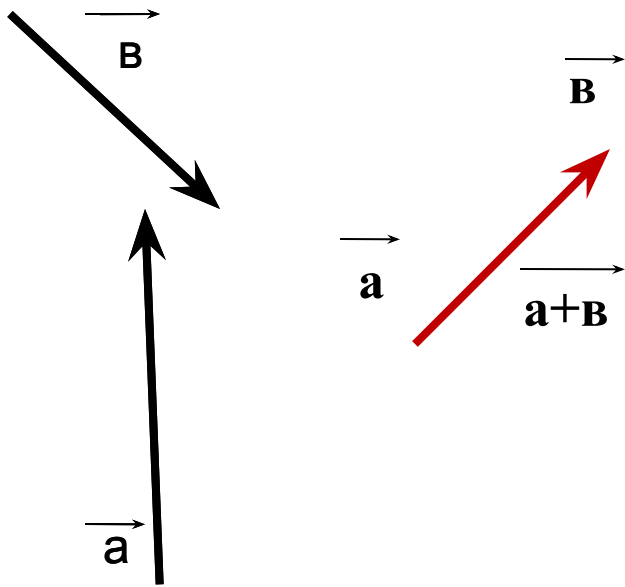


Сложение векторов.

- **Правило треугольника.**
(правило сложения двух произвольных векторов \vec{a} и \vec{b}).
Отложим от какой-нибудь точки A вектор \overrightarrow{AB} , равный \vec{a} . Затем от точки B отложим вектор \overrightarrow{BC} , равный \vec{b} . Вектор \overrightarrow{AC} называется **суммой** векторов \vec{a} и \vec{b} : $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$.



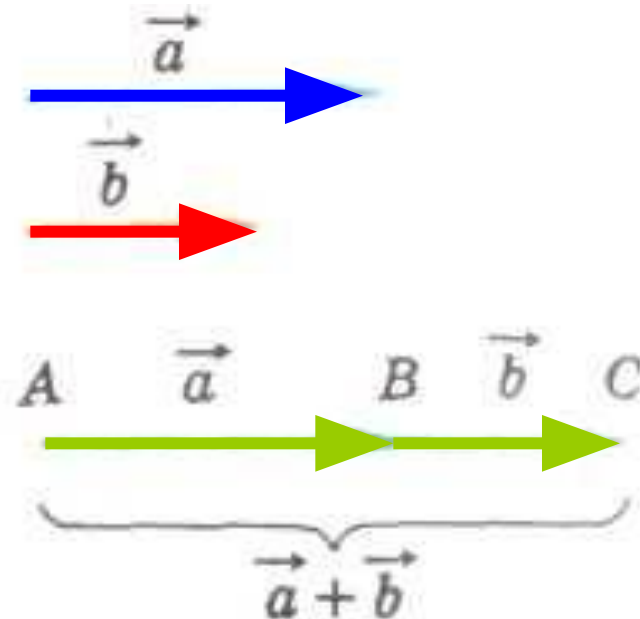
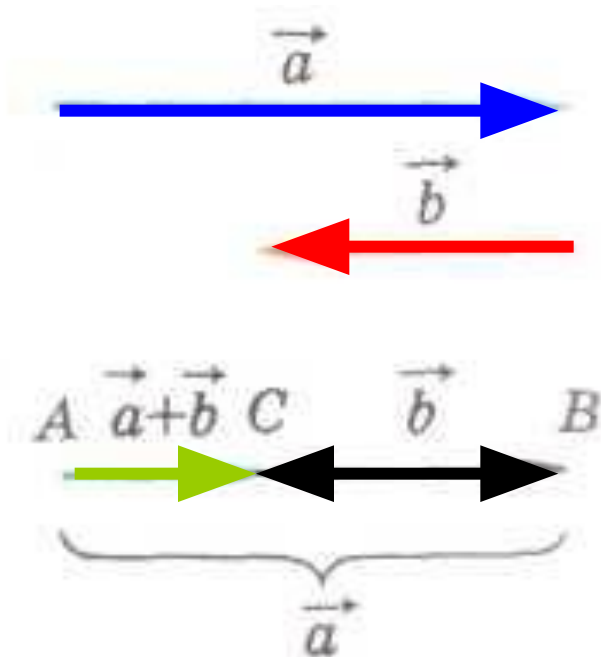
ПРАВИЛО ТРЕУГОЛЬНИКА



- 1) От конца вектора \vec{a} отложить вектор \vec{b} , равный вектору \vec{b} ;
- 2) Провести вектор из начала вектора \vec{a} в конец вектора \vec{b} .
- 3) ВЫВОД: полученный вектор и будет суммой векторов \vec{a} и \vec{b} .

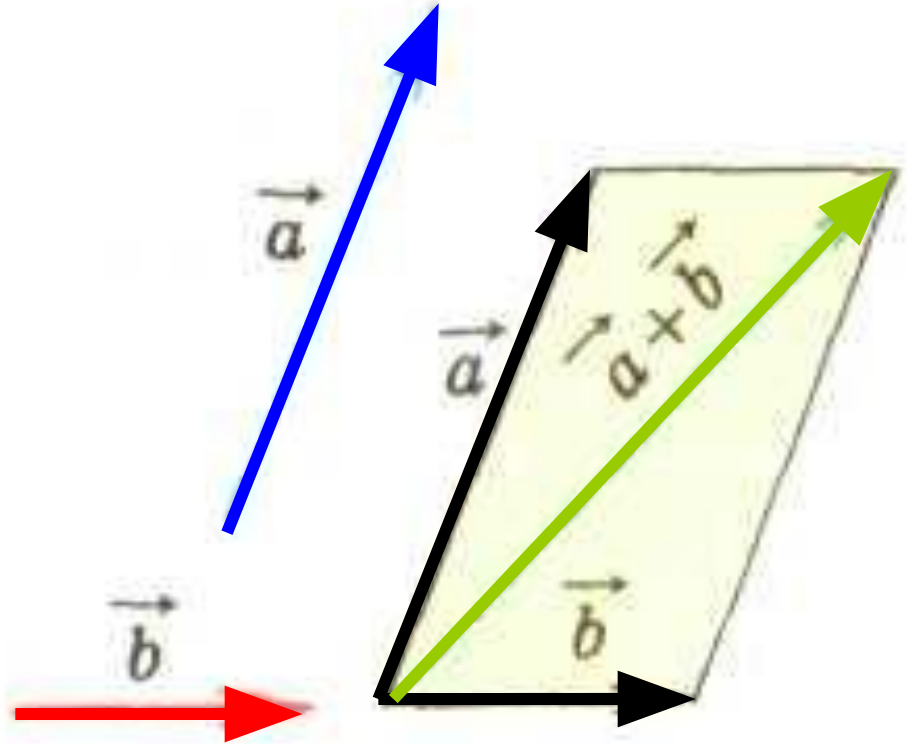
Сложение коллинеарных векторов.

- По этому же правилу складываются и коллинеарные векторы, хотя при их сложении и не получается треугольника.

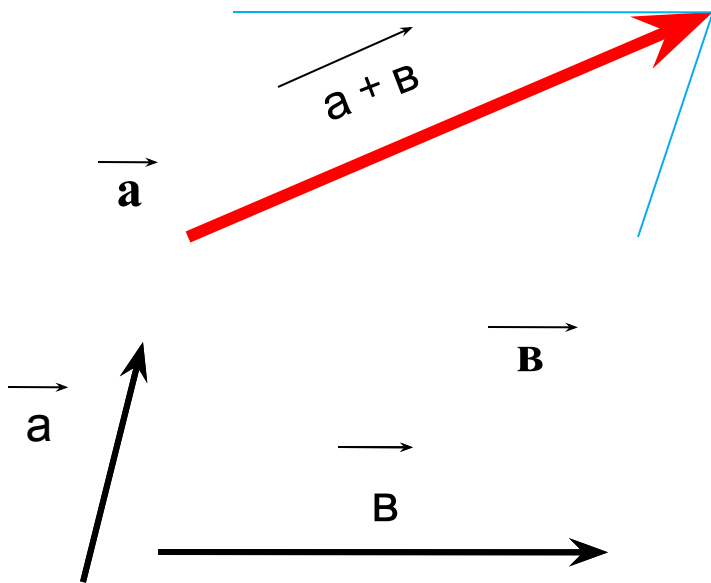


Сложение векторов.

- Для сложения двух неколлинеарных векторов можно пользоваться также **правилом параллелограмма**, известным из курса планиметрии.



ПРАВИЛО ПАРАЛЛЕЛОГРАММА



- 1) От начала вектора \vec{a} отложить вектор \vec{b} , равный вектору \vec{b} ;
- 2) На векторах \vec{a} и \vec{b} как на сторонах построить параллелограмм ;
- 3) Провести из общего начала векторов \vec{a} и \vec{b} вектор –диагональ параллелограмма.
- 4) **ВЫВОД:** полученный вектор будет суммой векторов \vec{a} и \vec{b} .

Свойства сложения векторов.

Для любых векторов \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} справедливы равенства:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

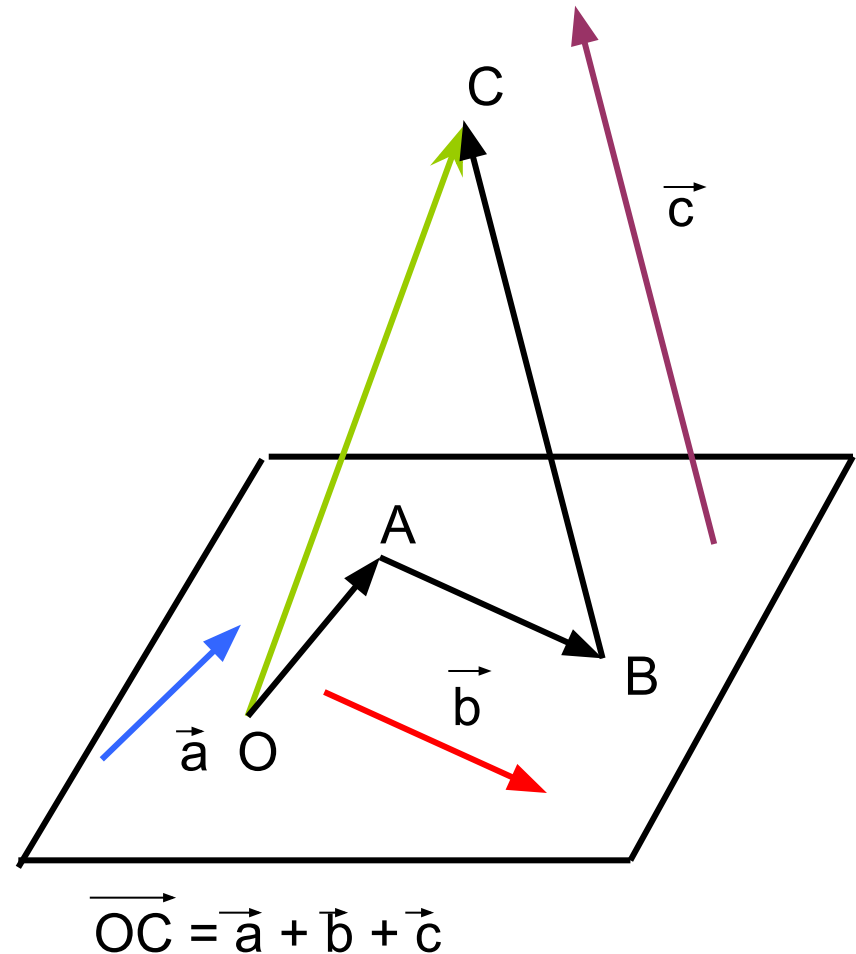
(переместительный закон);

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

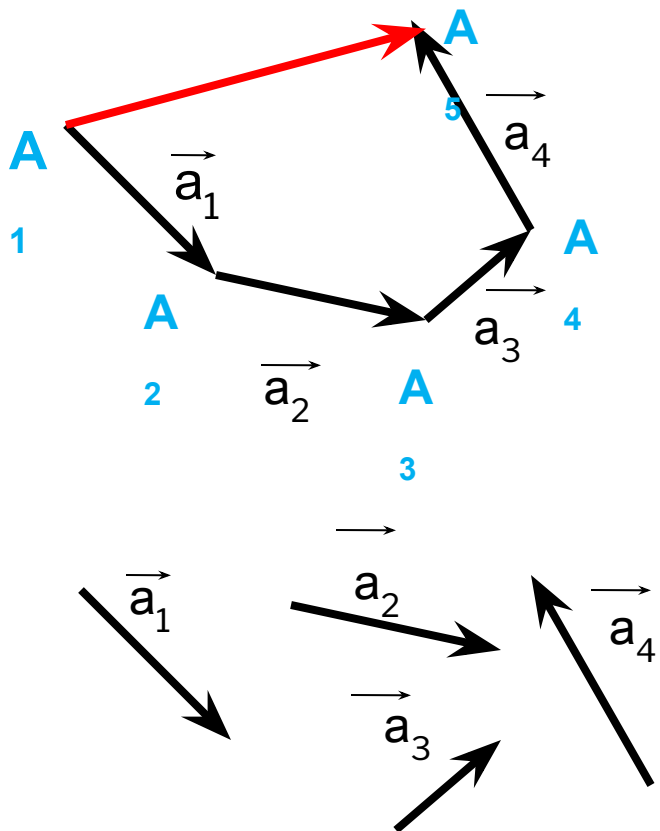
(сочетательный закон).

Сложение нескольких векторов.

- Сложение нескольких векторов в пространстве выполняется так же, как и на плоскости: первый вектор складывается со вторым, затем их сумма — с третьим вектором и т. д. Из законов сложения векторов следует, что **сумма нескольких векторов не зависит от того, в каком порядке они складываются.**



ПРАВИЛО МНОГОУГОЛЬНИКА

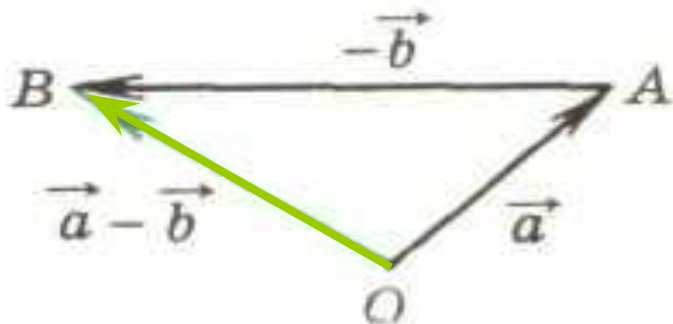
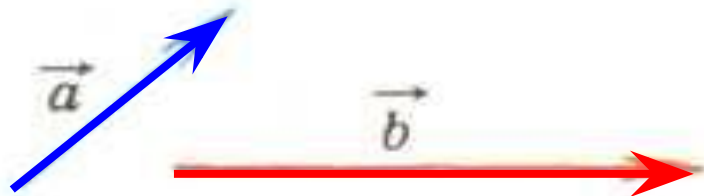


- 1) От конца вектора \vec{a}_1 отложить вектор \vec{a}_2 , равный вектору \vec{a}_2 ;
 - 2) Повторить откладывание векторов столько раз, сколько векторов нужно отложить;
 - 3) Провести вектор из конца вектора \vec{a}_n в начало \vec{a}_1 .
- ВЫВОД: полученный вектор \vec{v} и будет суммой векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \dots$ и \vec{a}_n

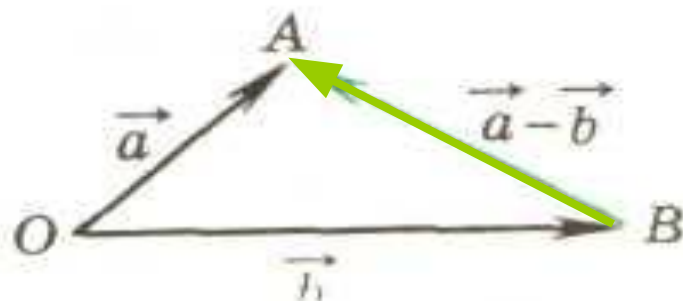
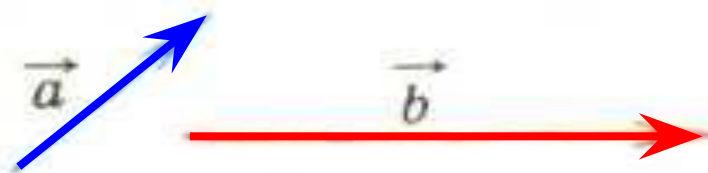
Разность векторов.

- **Разностью векторов \vec{a} и \vec{b}** называется такой вектор, сумма которого с вектором \vec{b} равна вектору \vec{a} . Разность \vec{a} - \vec{b} -векторов \vec{a} и \vec{b} можно найти по формуле:

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

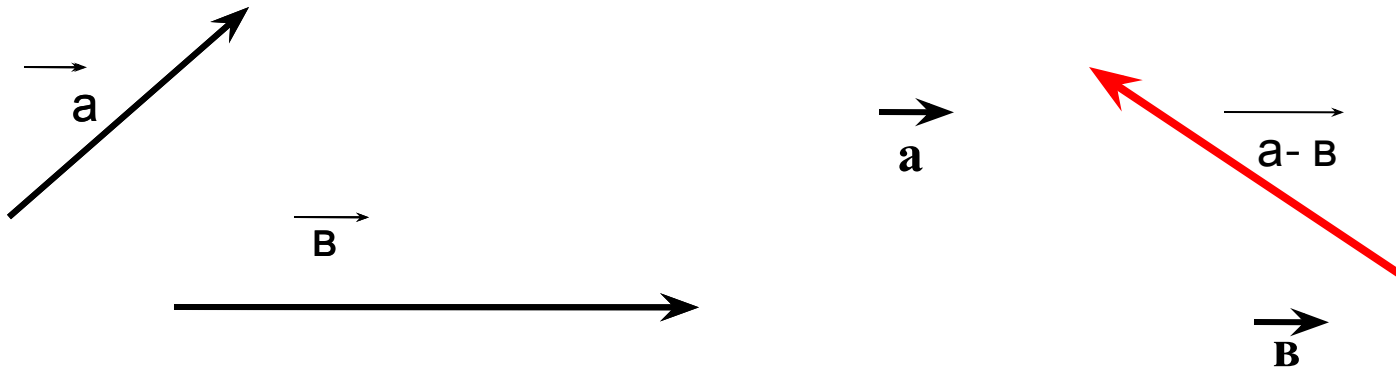


$$\begin{aligned} \vec{OA} &= \vec{a}, \quad \vec{AB} = -\vec{b} \\ \vec{OB} &= \vec{a} + (-\vec{b}) = \vec{a} - \vec{b} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \vec{OA} &= \vec{a}, \quad \vec{OB} = \vec{b} \\ \vec{BA} &= \vec{a} - \vec{b} \end{aligned}$$

ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ



Разностью векторов \vec{a} и \vec{b} называется такой вектор $\vec{a-b}$, сумма которого с вектором \vec{b} равна вектору \vec{a}

Умножение вектора на число.

- Произведением ненулевого вектора \vec{a} на число k называется такой вектор \vec{b} , длина которого равна $|k| \cdot |\vec{a}|$, причем векторы \vec{a} и \vec{b} сонаправлены при $k \geq 0$ и противоположно направлены при $k < 0$.
- Произведением нулевого вектора на любое число считается нулевой вектор.
- Произведение вектора \vec{a} на число k обозначается так: $k\vec{a}$.
- Для любого числа k и любого вектора \vec{a} векторы \vec{a} и $k\vec{a}$ коллинеарны.
- Произведение любого вектора на число ноль есть нулевой вектор.

Правила умножения вектора на число.

Для любых векторов \vec{a} , \vec{b} и любых чисел k , f справедливы равенства:

$$(kf)\vec{a}=k(f\vec{a}) \text{ (сочетательный закон);}$$

$$k(\vec{a} + \vec{b})= k\vec{a} + k\vec{b} \text{ (первый распределительный закон);}$$

$$(k + f) \vec{a} =k\vec{a} + f\vec{a} \text{ (второй распределительный закон).}$$

Свойства умножения вектора на число.

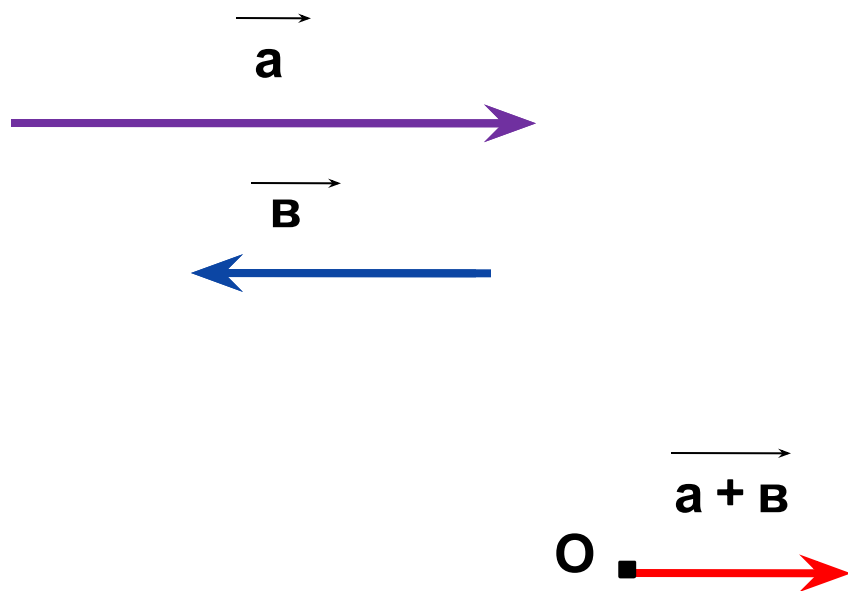
- Отметим, что $(-1)\vec{a}$ является вектором, противоположным вектору \vec{a} , т.е.

$$(-1)\vec{a} = -\vec{a}.$$

- если вектор \vec{a} ненулевой, то векторы $(-1)\vec{a}$ и \vec{a} противоположно направлены.
- **если векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны и $\vec{a} \neq \mathbf{0}$, то существует число k такое, что $\vec{b} = k\vec{a}$.**

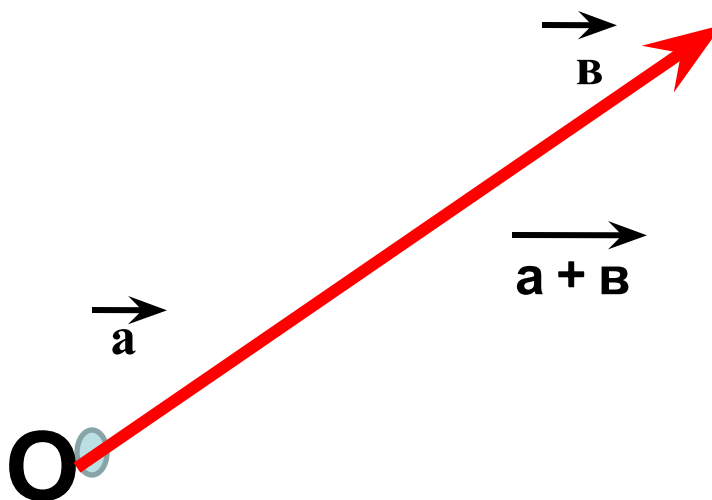
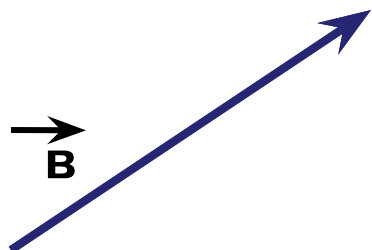
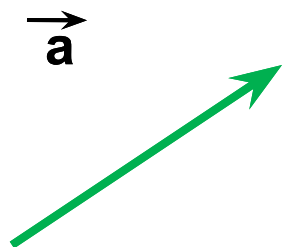
Задача.

Сложить коллинеарные противоположно направленные векторы.



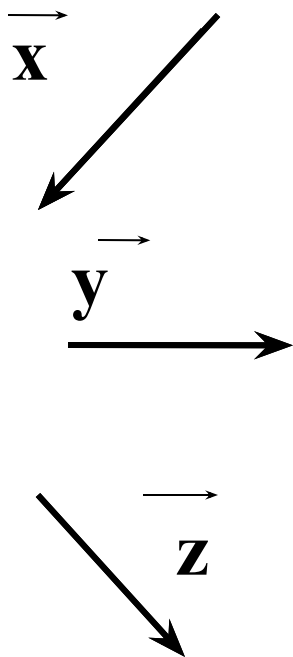
Задача.

Векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарные,
найти сумму векторов.

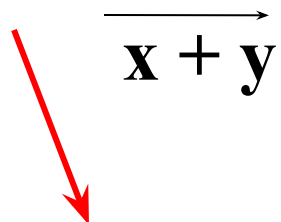


Задача.

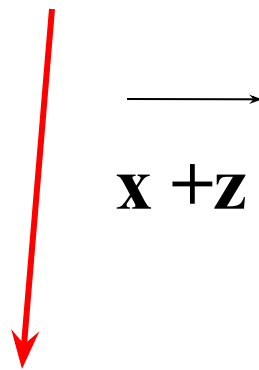
Дано:



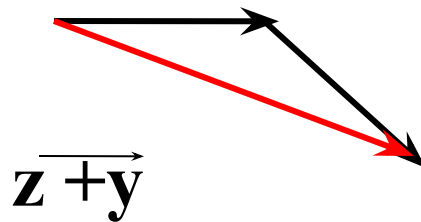
A)



B)

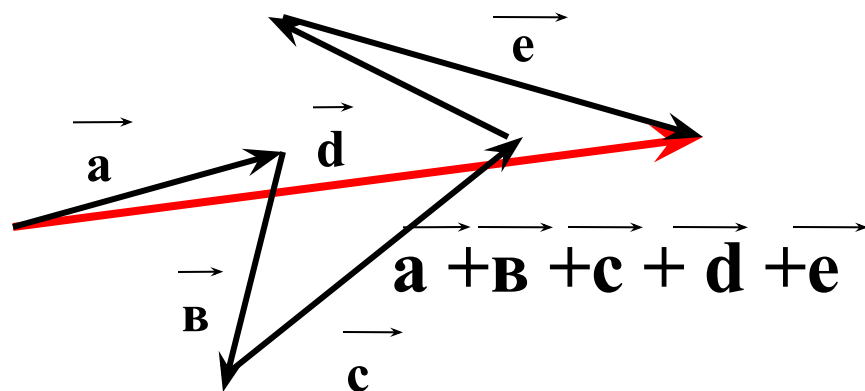
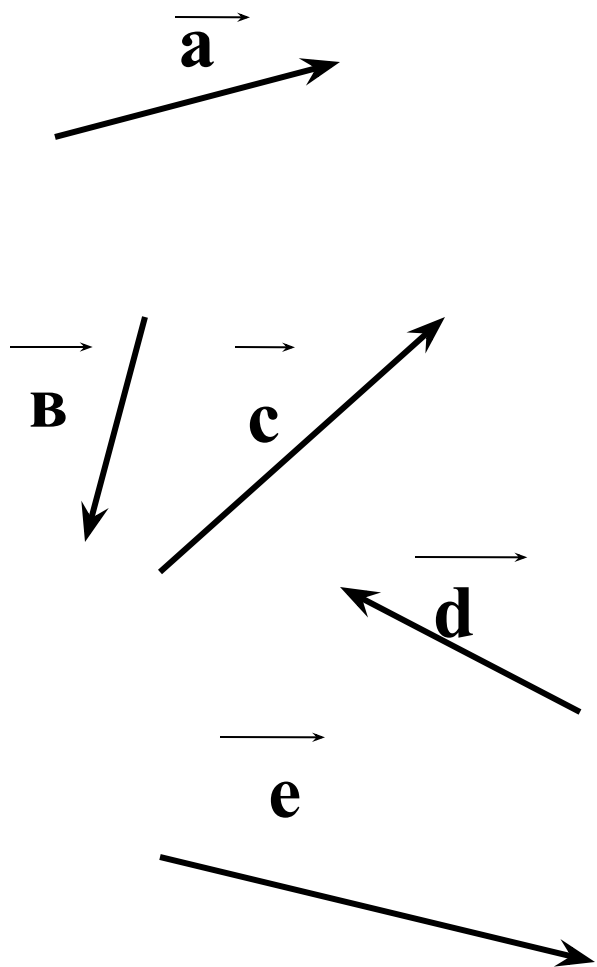


C)

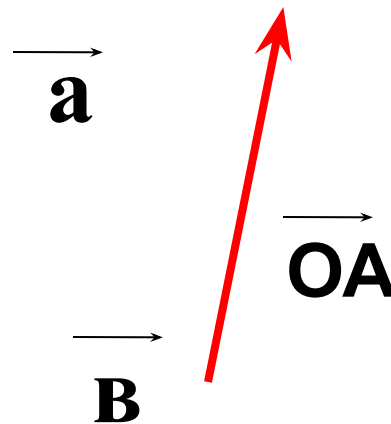
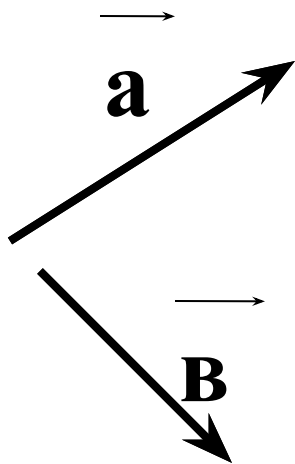


Задача.

Дано:



ЗАДАЧА : используя правило треугольника , постройте векторы $\vec{OA} = \vec{a} + \vec{b}$



ЗАДАЧА: используя правило параллелограмма
постройте векторы $\vec{OP} = \vec{x} + \vec{y}$

