

# Простейшие тригонометрические уравнения

Мы приступаем к изучению тригонометрических уравнений — центральной темы всего тригонометрического раздела.

Пусть  $a$  — некоторое число. **Простейшие тригонометрические уравнения** — это уравнения следующих видов:

$$\cos x = a, \quad \sin x = a, \quad \operatorname{tg} x = a, \quad \operatorname{ctg} x = a.$$

Решить простейшее тригонометрическое уравнение — это значит описать множество значений переменной  $x$ , для которых данная тригонометрическая функция принимает заданное значение  $a$ .

Решение любого тригонометрического уравнения сводится, как правило, к решению одного или нескольких простейших тригонометрических уравнений.

Простейшие тригонометрические уравнения мы будем решать с помощью тригонометрической окружности.

## Уравнение $\cos x = a$

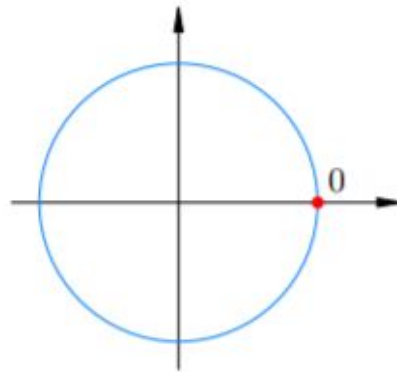
Напомним, что по определению  $\cos x$  — это абсцисса точки  $x$  тригонометрической окружности, которая отвечает углу  $x$ . Этого достаточно для рассмотрения уравнения  $\cos x = a$ .

Если  $a > 1$  или  $a < -1$ , то уравнение  $\cos x = a$  не имеет решений. В самом деле, косинус не может принимать значений, по модулю превосходящих единицу.

Если же  $|a| \leq 1$ , то уравнение  $\cos x = a$  имеет решения, причём решений будет бесконечно много (вспомните предыдущую статью «Обратные тригонометрические функции»: прямая  $y = a$  пересекает график функции  $y = \cos x$  в бесконечном множестве точек). Сейчас мы научимся описывать все эти решения.

### 1. $\cos x = 1$ .

Нас интересуют точки тригонометрической окружности, которые имеют абсциссу 1. Легко видеть, что имеется лишь одна такая точка:



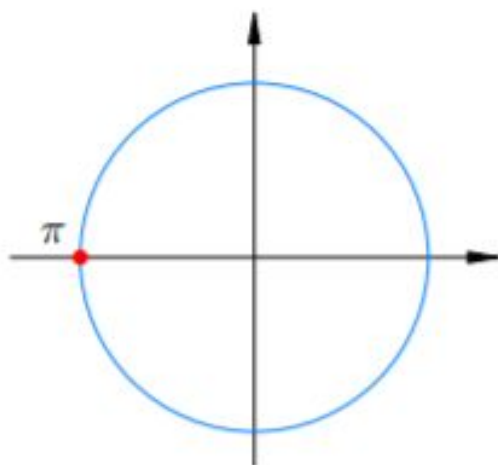
Эта точка соответствует бесконечному множеству углов:  $0, 2\pi, -2\pi, 4\pi, -4\pi, 6\pi, -6\pi, \dots$ . Все перечисленные углы получаются из нулевого угла прибавлением целого числа полных углов  $2\pi$  (то есть нескольких полных оборотов как в одну, так и в другую сторону).

Следовательно, все эти углы могут быть записаны одной формулой:

$$x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

2.  $\cos x = -1$ .

На тригонометрической окружности имеется лишь одна точка с абсциссой  $-1$ :



Эта точка соответствует углу  $\pi$  и всем углам, отличающихся от  $\pi$  на несколько полных оборотов в обе стороны, то есть на целое число полных углов. Следовательно, все решения уравнения  $\cos x = -1$  записываются формулой:

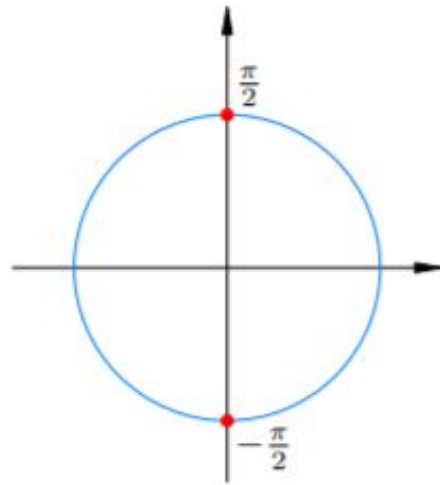
$$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Заодно вспоминаем первое правило, сформулированное нами в статье «Тригонометрическая окружность»:

- для описания множества углов, отвечающих одной точке тригонометрической окружности, нужно взять какой-либо один угол из этого множества и прибавить  $2\pi n$ .

3.  $\cos x = 0$ .

Отмечаем на тригонометрической окружности точки с нулевой абсциссой. Их две:



Эти точки образуют диаметральную пару (то есть служат концами диаметра тригонометрической окружности). Все углы, отвечающие точкам диаметральной пары, отличаются друг от друга на целое число углов  $\pi$  (то есть на целое число полуоборотов как в одну, так и в другую сторону).

Соответственно, вспоминаем второе правило из статьи «Тригонометрическая окружность»:

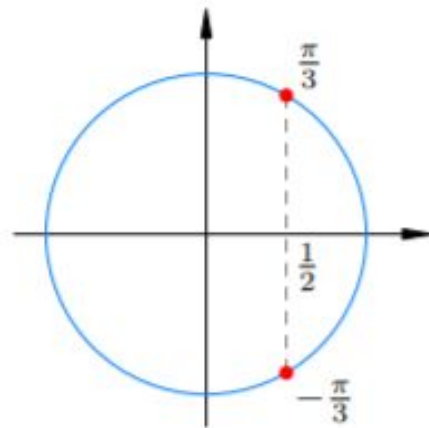
- для описания множества углов, отвечающих диаметральной паре точек тригонометрической окружности, нужно взять один угол из этого множества и прибавить  $\pi n$ .

Следовательно, все решения уравнения  $\cos x = 0$  описываются формулой:

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

4.  $\cos x = \frac{1}{2}$ .

Имеем вертикальную пару точек с абсциссой  $1/2$ :



Все углы, соответствующие верхней точке, описываются формулой:

$$x_1 = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

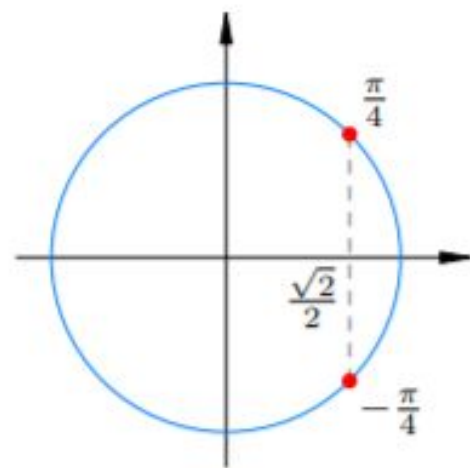
Все углы, соответствующие нижней точке, описываются формулой:

$$x_2 = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Обе серии решений можно описать одной формулой:

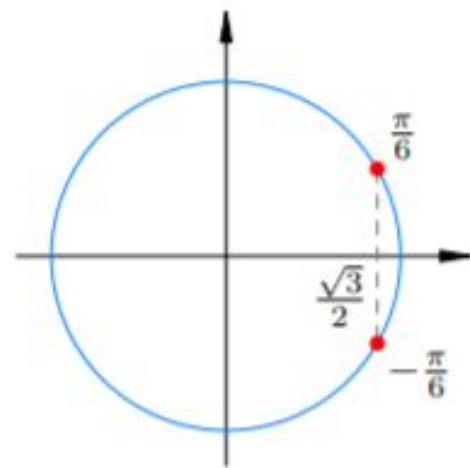
$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

5.  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .



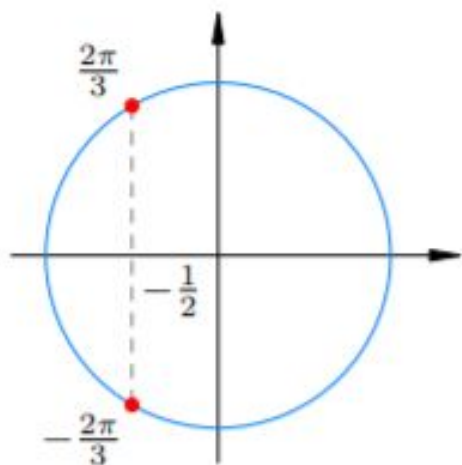
$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

6.  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .



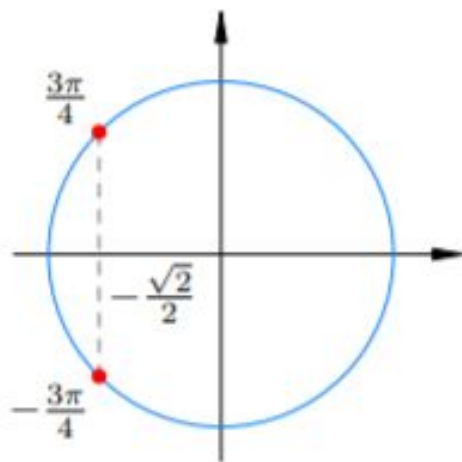
$$x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$7. \cos x = -\frac{1}{2}.$$



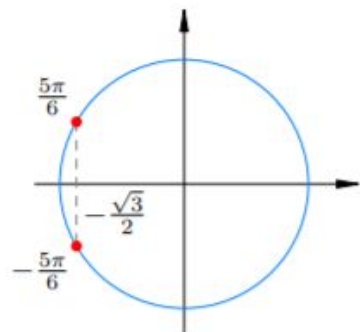
$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$8. \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$



$$x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$9. \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

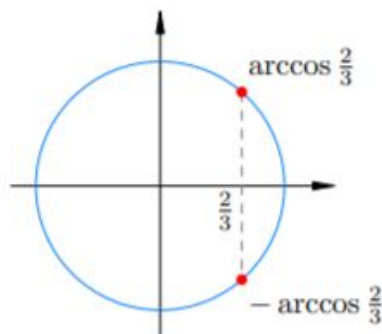


$$x = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

До сих пор мы рассматривали уравнения, в правой части которых стояли табличные значения косинуса (а именно,  $0, \pm 1, \pm 1/2, \pm \sqrt{2}/2, \pm \sqrt{3}/2$ ). Как быть в иных случаях?

$$10. \cos x = \frac{2}{3}.$$

Имеем вертикальную пару точек с абсциссой  $2/3$ :



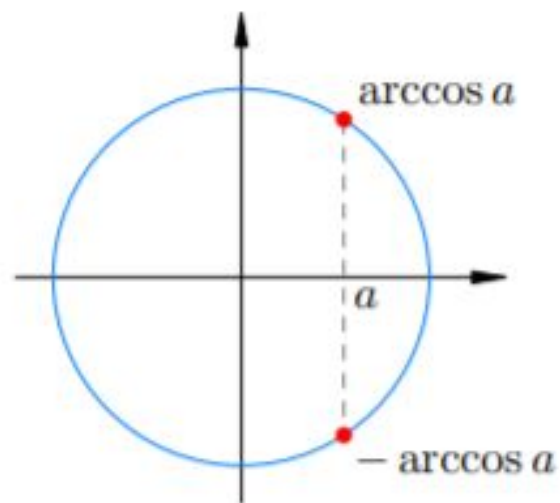
Верхняя точка отвечает углу  $\arccos \frac{2}{3}$  (напомним, что значения арккосинуса принадлежат отрезку  $[0; \pi]$ ). Стало быть, решения данного уравнения описываются формулой:

$$x = \pm \arccos \frac{2}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$



12.  $\cos x = a$ .

Теперь ясно, как выглядит решение уравнения в общем случае (разумеется, при  $|a| \leq 1$ ).



$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Данная формула обобщает все случаи, рассмотренные выше.

## Уравнение $\sin x = a$

Для рассмотрения уравнения  $\sin x = a$  достаточно определения синуса:  $\sin x$  — это ордината точки  $x$  тригонометрической окружности, которая отвечает углу  $x$ .

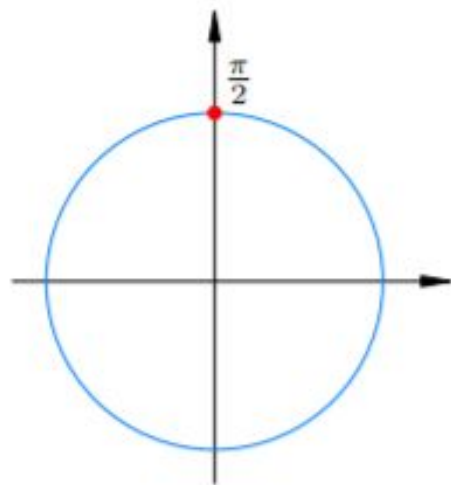
При  $a > 1$  или  $a < -1$  уравнение  $\sin x = a$  не имеет решений, поскольку синус не может принимать значений, по модулю превосходящих единицу.

Если же  $|a| \leq 1$ , то уравнение  $\sin x = a$  имеет бесконечно много решений (снова вспомните статью «Обратные тригонометрические функции»: прямая  $y = a$  пересекает график функции  $y = \sin x$  в бесконечном множестве точек).

Мы начинаем с уравнений, в правой части которых стоит табличное значение синуса.

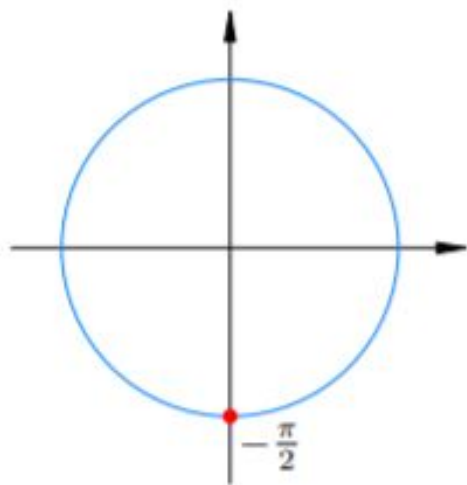
1.  $\sin x = 1$ .

На тригонометрической окружности имеется единственная точка с ординатой 1:



$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

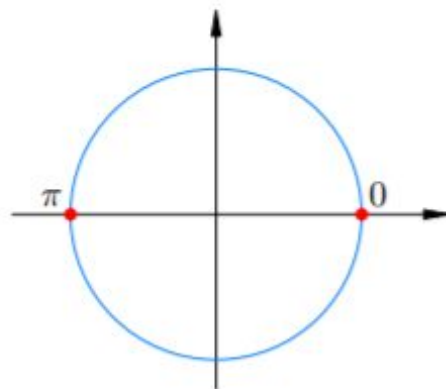
2.  $\sin x = -1$ .



$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

3.  $\sin x = 0$ .

На тригонометрической окружности имеются две точки с нулевой ординатой:

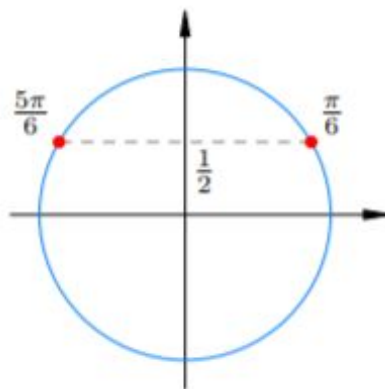


Решения данного уравнения описываются простой формулой:

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

4.  $\sin x = \frac{1}{2}$ .

Возникает горизонтальная пара точек с ординатой  $1/2$ :



Правой точке соответствуют углы:

$$x_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Левой точке соответствуют углы:

$$x_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Обе серии решений  $x_1$  и  $x_2$  можно записать в виде совокупности:

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Оказывается, существует одна-единственная формула, объединяющая обе серии. Выглядит она так:

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

Давайте посмотрим, что получается при чётных  $k$ . Если  $k = 2n$ , то

$$x = (-1)^{2n} \frac{\pi}{6} + \pi \cdot 2n = \frac{\pi}{6} + 2\pi n.$$

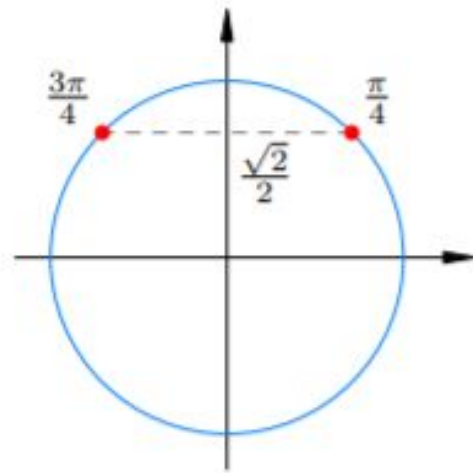
Мы получили первую серию решений  $x_1$ . А если  $k$  нечётно,  $k = 2n + 1$ , то

$$x = (-1)^{2n+1} \frac{\pi}{6} + \pi(2n + 1) = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n + \pi = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n.$$

Это вторая серия  $x_2$ .

В качестве множителя при  $(-1)^k$  обычно ставится правая точка, в данном случае  $\pi/6$ .

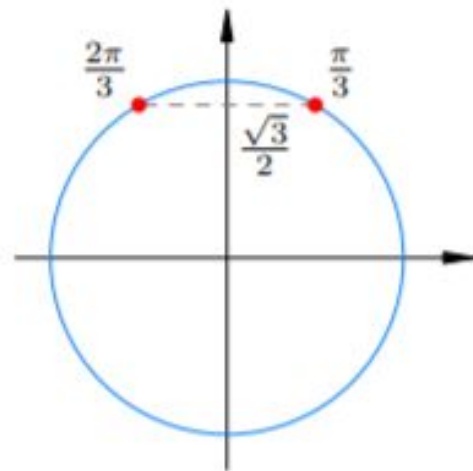
$$5. \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, \\ x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \end{cases}$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

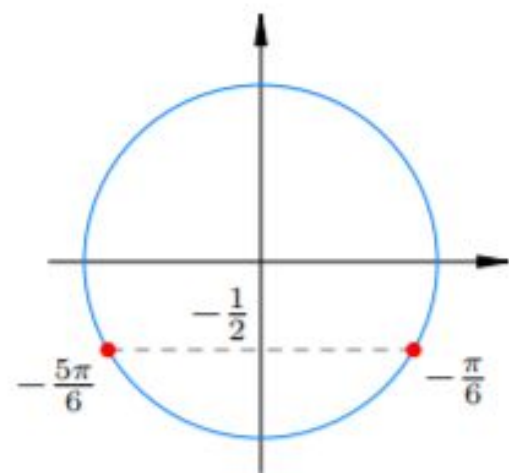
$$6. \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$



$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \\ x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \end{cases}$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

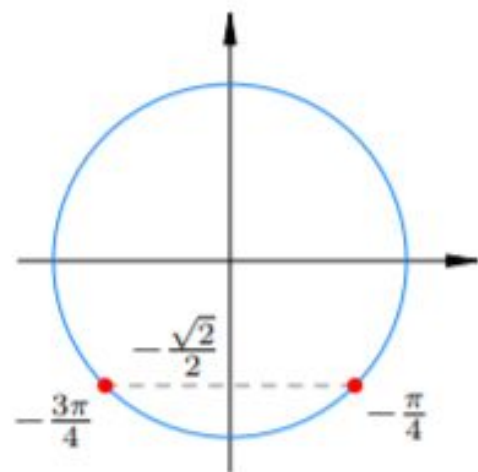
$$7. \sin x = -\frac{1}{2}.$$



$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, \\ x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \end{cases}$$

$$x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

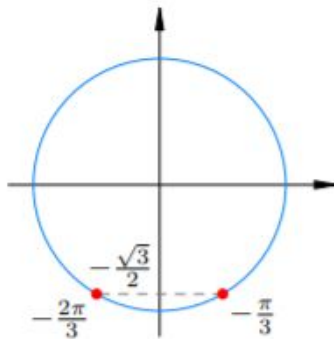
$$8. \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$



$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, \\ x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \end{cases}$$

$$x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$9. \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$



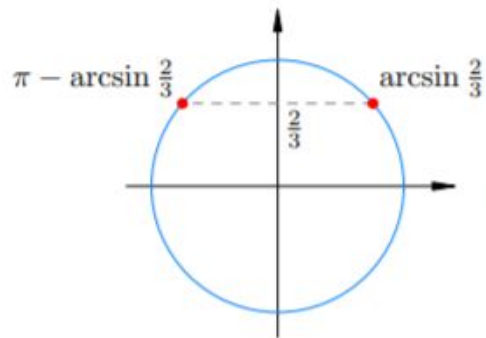
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, \\ x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \end{cases}$$

$$x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

Теперь перейдём к уравнениям с нетабличным значением синуса в правой части.

$$10. \sin x = \frac{2}{3}.$$

Имеем горизонтальную пару точек с ординатой  $2/3$ :



Правая точка отвечает углу  $\arcsin \frac{2}{3}$  (напомним, что значения арксинуса принадлежат отрезку  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ ). Обратите внимание на выражение для угла, отвечающего левой точке!

Записываем решения данного уравнения в виде совокупности:

$$\begin{cases} x = \arcsin \frac{2}{3} + 2\pi n, \\ x = \pi - \arcsin \frac{2}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

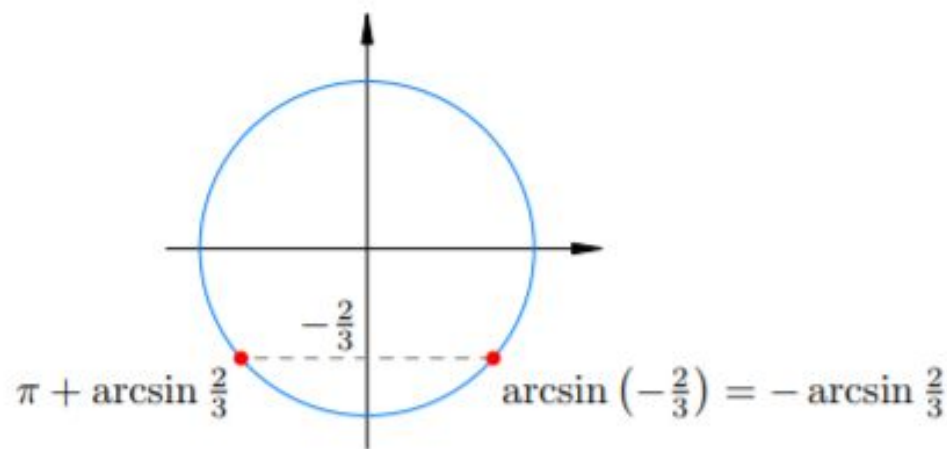
Объединяющая формула:

$$x = (-1)^k \arcsin \frac{2}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$



11.  $\sin x = -\frac{2}{3}$ .

Смотрите рисунок и формулы. Вам уже не составит труда разобраться в этой ситуации. Мы воспользовались здесь нечётностью арксинуса.

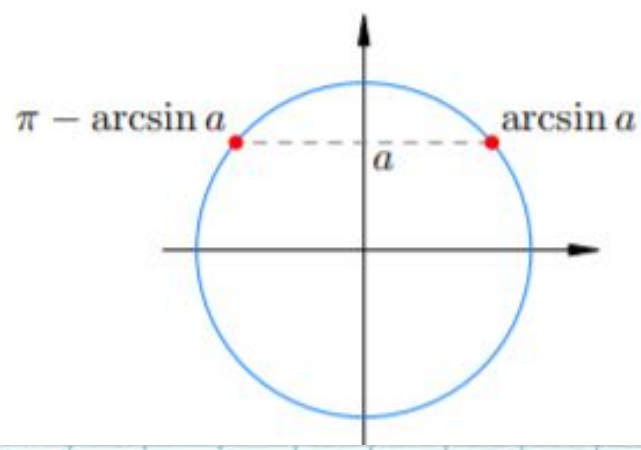


$$\begin{cases} x = -\arcsin \frac{2}{3} + 2\pi n, \\ x = \pi + \arcsin \frac{2}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \end{cases}$$

$$x = (-1)^{k+1} \arcsin \frac{2}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

12.  $\sin x = a$ .

Теперь нам ясно, как выглядят решения в общем случае (разумеется, при  $|a| \leq 1$ ).



$$\begin{cases} x = \arcsin a + 2\pi n, \\ x = \pi - \arcsin a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \end{cases}$$

$$x = (-1)^{k+1} \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

## Уравнение $\operatorname{tg} x = a$

Вспомним, что тангенс может принимать любые значения (область значений функции  $y = \operatorname{tg} x$  есть всё множество  $\mathbb{R}$ ). Стало быть, уравнение  $\operatorname{tg} x = a$  имеет решения при любом  $a$ .

1.  $\operatorname{tg} x = 0$ .

Будучи записано в виде

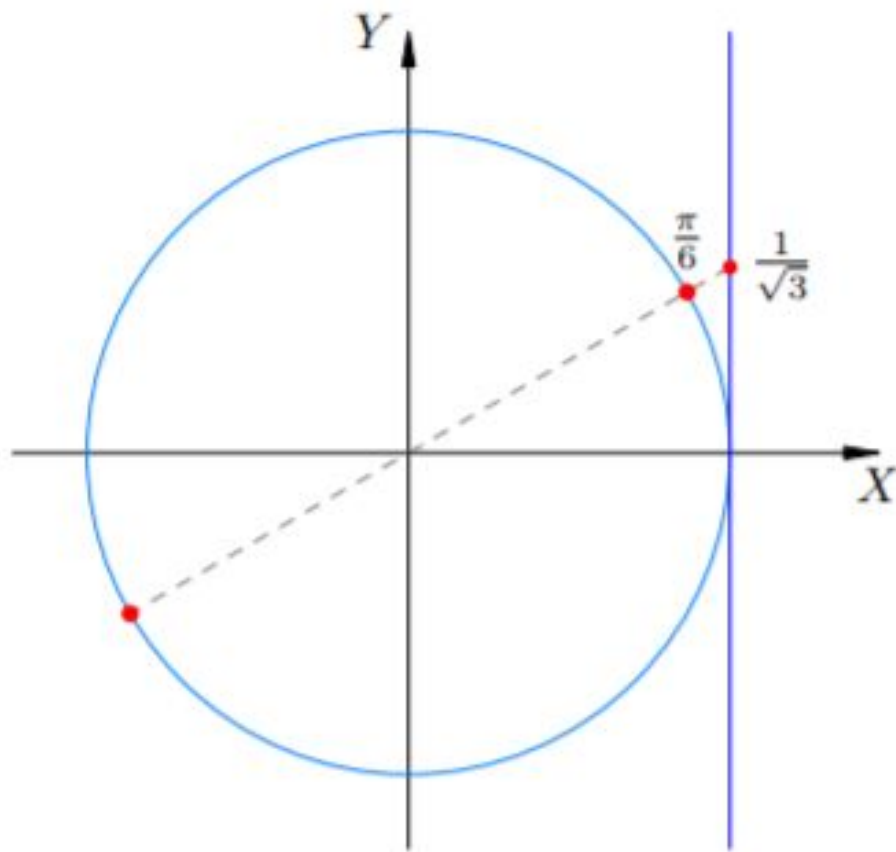
$$\frac{\sin x}{\cos x} = 0,$$

данное уравнение равносильно уравнению  $\sin x = 0$ . Его решения, как мы знаем, имеют вид:

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$2. \operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

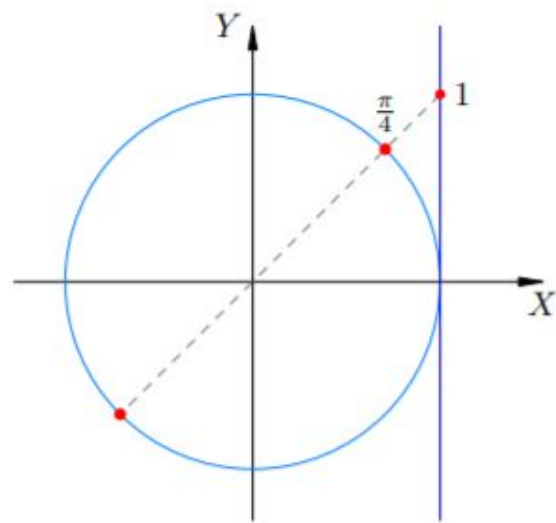
Здесь нам уже понадобится линия тангенсов. Имеем диаметрально пару:



Пишем ответ:

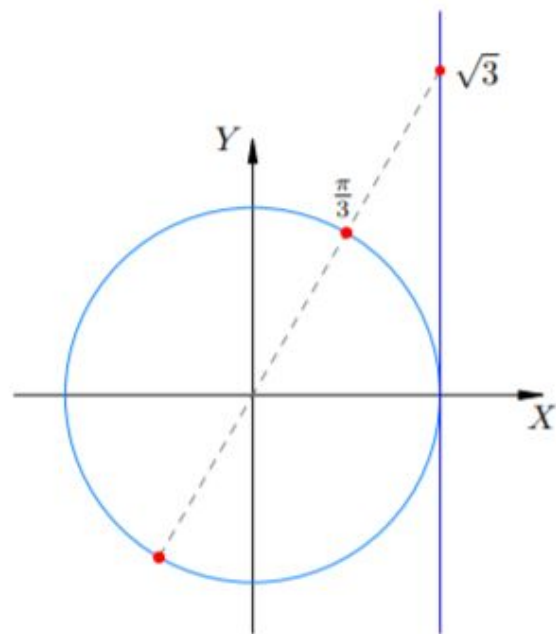
$$x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

3.  $\operatorname{tg} x = 1$ .



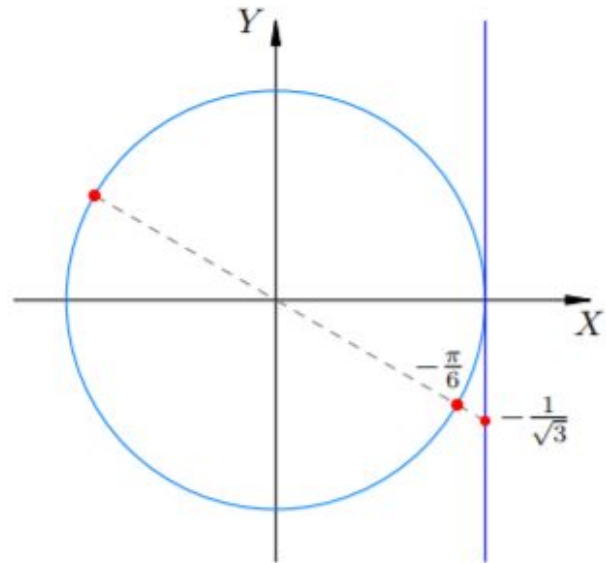
$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

4.  $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$ .



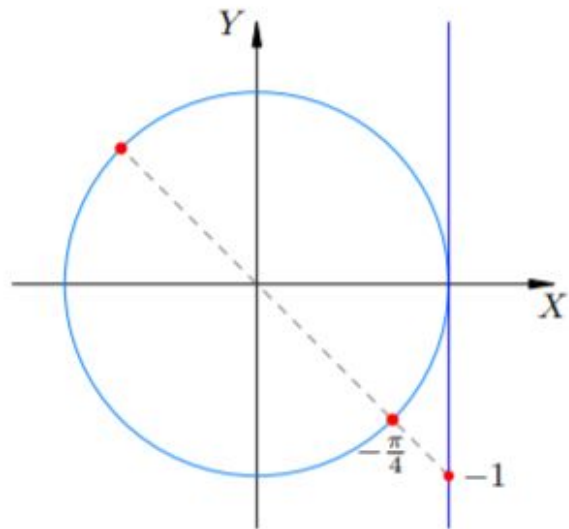
$$x = \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

5.  $\operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ .



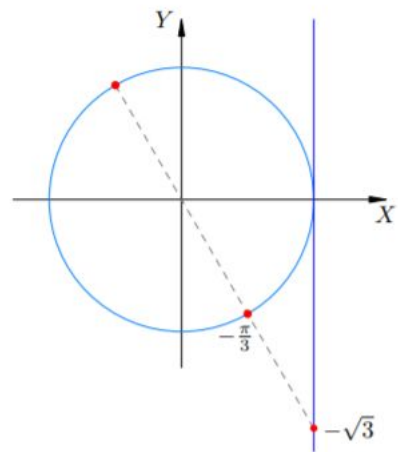
$$x = -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

6.  $\operatorname{tg} x = -1$ .



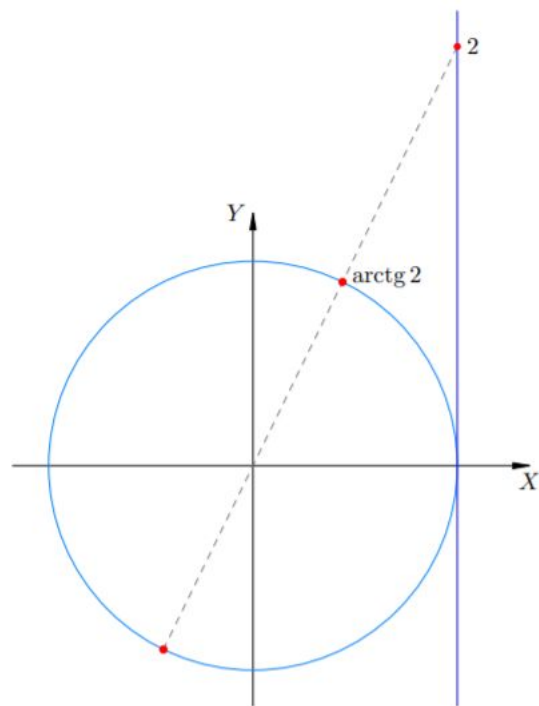
$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

7.  $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$ .



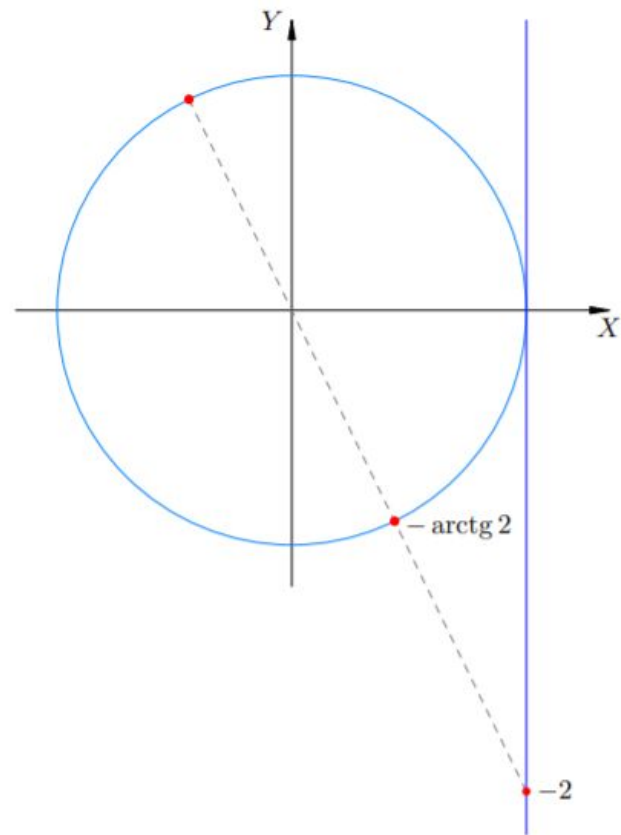
$$x = -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

8.  $\operatorname{tg} x = 2$ .



$$x = \operatorname{arctg} 2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

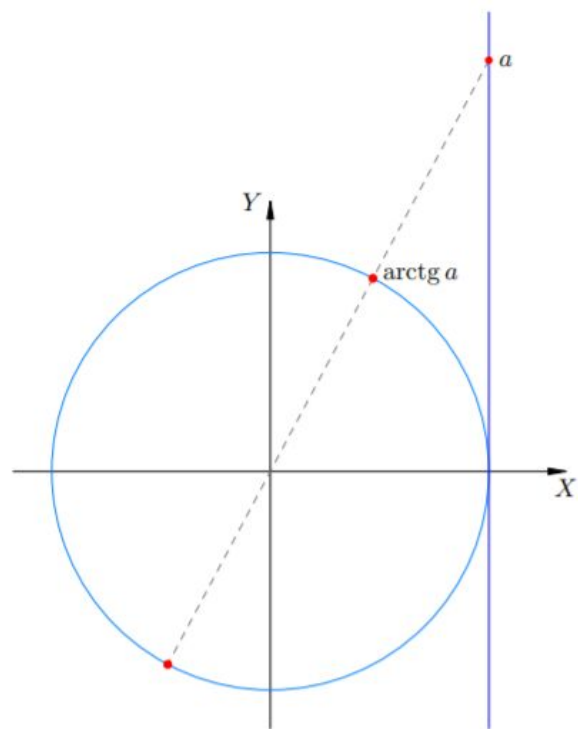
9.  $\operatorname{tg} x = -2$ .



$$x = -\operatorname{arctg} 2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Здесь мы воспользовались нечётностью арктангенса:  $\operatorname{arctg}(-2) = -\operatorname{arctg} 2$ .

10.  $\operatorname{tg} x = a$ .



$$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

### Уравнение $\operatorname{ctg} x = a$

Уравнение  $\operatorname{ctg} x = a$  можно не рассматривать отдельно, поскольку:

- уравнение  $\operatorname{ctg} x = 0$ , будучи записано в виде  $\cos x / \sin x = 0$ , равносильно уравнению  $\cos x = 0$  и потому имеет решения  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$  ( $n \in \mathbb{Z}$ );
- при  $a \neq 0$  уравнение  $\operatorname{ctg} x = a$  равносильно уравнению  $\operatorname{tg} x = \frac{1}{a}$  и потому имеет решения  $x = \operatorname{arctg} \frac{1}{a} + \pi n$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ).

1. Решите уравнение:

а)  $\cos 2x = 1$ ;

в)  $\sin \frac{x}{2} = -1$ ;

д)  $\cos \frac{x}{4} = 0$ ;

б)  $\cos 3x = -1$ ;

г)  $\sin \frac{2x}{3} = 1$ ;

е)  $\sin 5x = 0$ .



2. Решите уравнение:

а)  $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1;$

в)  $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1;$

д)  $\sin\left(2x + \frac{\pi}{5}\right) = 0;$

б)  $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1;$

г)  $\sin\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = -1;$

е)  $\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{12}\right) = 0.$

3. Решите уравнение:

а)  $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1;$

в)  $\operatorname{tg} 2x = -1;$

д)  $\operatorname{tg}\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = 0;$

б)  $\operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1;$

г)  $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} = -1;$

е)  $\operatorname{ctg}\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{9}\right) = 0.$

4. Найдите решения уравнения  $\cos x = \frac{1}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\sin x > 0$ .

5. Найдите решения уравнения  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\sin x < 0$ .

6. Найдите решения уравнения  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\sin x > 0$ .

7. Найдите решения уравнения  $\cos x = -\frac{1}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\sin x < 0$ .

8. Найдите решения уравнения  $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\sin x > 0$ .

9. Найдите решения уравнения  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\sin x < 0$ .

10. Найдите решения уравнения  $\sin x = \frac{1}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\cos x > 0$ .

11. Найдите решения уравнения  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\cos x < 0$ .

12. Найдите решения уравнения  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\cos x > 0$ .

13. Найдите решения уравнения  $\sin x = -\frac{1}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\cos x < 0$ .

14. Найдите решения уравнения  $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\cos x > 0$ .

15. Найдите решения уравнения  $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\cos x < 0$ .

16. Найдите решения уравнения  $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ , удовлетворяющие условию  $\sin x > 0$ .

17. Найдите решения уравнения  $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$ , удовлетворяющие условию  $\cos x < 0$ .

18. Найдите решения уравнения  $\operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ , удовлетворяющие условию  $\sin x > 0$ .

19. Найдите решения уравнения  $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$ , удовлетворяющие условию  $\cos x < 0$ .

20. Найдите решения уравнения  $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ , удовлетворяющие условию  $\sin x > 0$ .

21. а) Решите уравнение:

$$\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ .

22. а) Решите уравнение:

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

23. а) Решите уравнение:

$$\sin 5x \cos 3x - \cos 5x \sin 3x = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

24. а) Решите уравнение:

$$\cos 6x \cos 4x + \sin 6x \sin 4x = -1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[3\pi; 4\pi]$ .

$$\frac{\pi}{2} (0$$

25. а) Решите уравнение:

$$2 \cos \left( \frac{\pi}{3} - x \right) - 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[ \frac{3\pi}{2}; 3\pi \right]$ .

$$\frac{\pi}{8} (0$$

26. а) Решите уравнение:

$$2 \sin \left( \frac{\pi}{6} - x \right) - \sqrt{3} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[\pi; 2\pi]$ .

$$\frac{\pi}{11} (0$$

27. а) Решите уравнение:

$$\sin \left( \frac{\pi}{2} - x \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-2\pi; -\pi]$ .

$$\frac{\pi}{2} (0$$

28. а) Решите уравнение:

$$\cos \left( \frac{3\pi}{2} + x \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[ -\frac{5\pi}{2}; -\pi \right]$ .

$$\frac{\pi}{2} (0$$

29. а) Решите уравнение:

$$\sin x \cos x = \frac{1}{2}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-3\pi; -2\pi]$ .

$$\frac{\pi}{11}$$

30. а) Решите уравнение:

$$\cos^2 x - \sin^2 x = -\frac{1}{2}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[\frac{\pi}{2}; 2\pi]$ .

$$\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6} \text{ (с)}$$

31. Решите уравнение:

а)  $|\sin x| = \frac{1}{2}$ ;

б)  $|\cos x| = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

$$\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2} \text{ (с)}$$

32. Решите уравнение:

а)  $\sin x \cdot \sqrt{\cos x} = 0$ ;

б)  $\cos x \cdot \sqrt{-\sin x} = 0$ ;

в)  $\sin \frac{3x}{2} \cdot \sqrt{\operatorname{tg} x} = 0$ ;

г)  $\cos 3x \cdot \sqrt{-\operatorname{tg} x} = 0$ .

$$\pi k + \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} - \pi k \text{ (а); } \pi k + \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} + \pi k, \frac{5\pi}{4} + \pi k, \frac{7\pi}{4} + \pi k \text{ (б); } \frac{\pi}{2} + \pi k, \frac{3\pi}{2} + \pi k \text{ (в); } \frac{\pi}{2} + \pi k, \frac{3\pi}{2} + \pi k \text{ (г)}$$

33. Решите уравнение:

а)  $\sin x \sin 2x = 0$

б)  $\cos x \cos 3x = 0$ ;

в)  $(\operatorname{tg} x - 1) \cos 2x = 0$ ;

г)  $\cos x \operatorname{tg} 2x = 0$ .

34. Решите уравнение:

а)  $\sin x \cdot \sqrt{16 - x^2} = 0;$

б)  $\cos x \cdot \sqrt{6x - x^2 - 5} = 0.$

$\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

35. (МГУ, ДВИ, 2011) Решите уравнение:

$$(\sin x - \cos x)^2 = 2.$$

36. (МГУ, химический ф-т, 2008) Решите уравнение

$$\frac{\cos 2x}{1 - \sqrt{2} \sin x} = 0.$$

37. (МГУ, МШЭ, 2006) Решите уравнение

$$\frac{\sin 3x}{1 + 2 \cos 2x} = 0.$$