Иррациональные уравнения

Подготовлено: Вязниковой Екатериной,
ученицей 10 класса.

2009 год

Замена уравнения системой

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{x+8} = 5$$

$$\sqrt{x+3} = u \Rightarrow u^2 = x+3$$

$$\sqrt{x+8} = v \Rightarrow v^2 = x+8$$

$$\begin{cases} u + v = 5 \\ v^2 - u^2 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u + v = 5 \\ v - u = 1 \end{cases}$$

$$2v = 6$$

$$v = 3 \Rightarrow \sqrt{x+8} = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$\text{Проверка: } \sqrt{1+3} + \sqrt{1+8} = 5(u)$$

$$\text{Ответ: } x = 1$$

Использование сопряженного выражения

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{x+8} = 5 \quad | \quad * (\sqrt{x+3} - \sqrt{x+8})$$

$$(\sqrt{x+3})^2 - (\sqrt{x+8})^2 = 5(\sqrt{x+3} - \sqrt{x+8})$$

$$-5 = 5(\sqrt{x+3} - \sqrt{x+8})$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{x+8} = -1 \\ \sqrt{x+3} + \sqrt{x+8} = 5 \end{cases}$$

$$2\sqrt{x+3} = 4$$

$$\sqrt{x+3} = 2$$

$$x+3 = 4$$

$$x = 1$$

$$\text{Проверка: } \sqrt{1+3} + \sqrt{1+8} = 5$$

$$\text{Ответ: } x = 1$$

Возведение в квадрат или в куб

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{x+8} = 5$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$x+3 + 2\sqrt{x+3}\sqrt{x+8} + x+8 = 25$$

$$2\sqrt{(x+3)(x+8)} = 2(7-x)$$

$$x^2 + 11x + 24 = 49 - 14x + x^2$$

$$25x = 25$$

$$x = 1$$

$$\text{Проверка: } \sqrt{1+3} + \sqrt{1+8} = 5(u)$$

$$\text{Ответ: } x = 1$$