

**Тема:** Основные понятия алгебры логики. Логические выражения и логические операции.



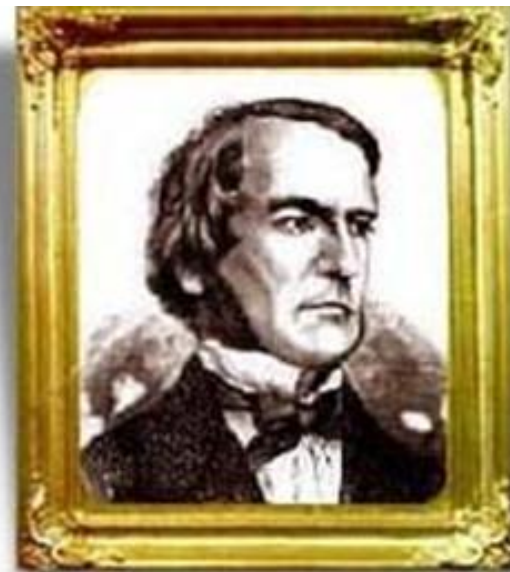
**Алгебра** – это раздел математики, предназначенный для описания действий над переменными величинами, которые принято обозначать строчными латинскими буквами, например  $a$ ,  $b$ ,  $x$ ,  $y$  и т.д.

**Логика** (древнегреч. – слово *logos*, означает «мысль, понятие, рассуждение, закон») - наука о законах и формах мышления.

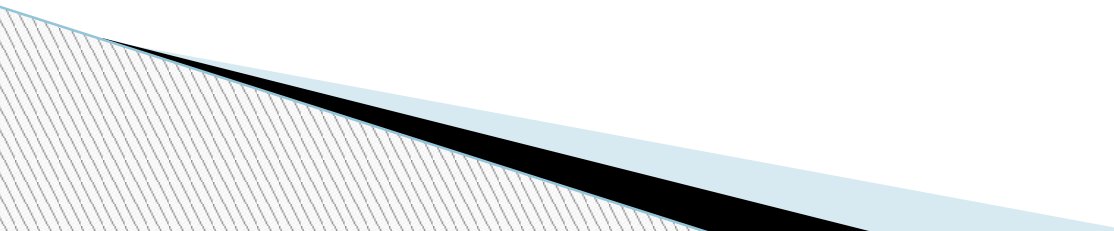
**Алгебра логики** изучает общие операции над высказываниями.



Основы алгебры логики (**булева алгебра**) были положены английским математиком **Джорджем Булем** в 19 веке.



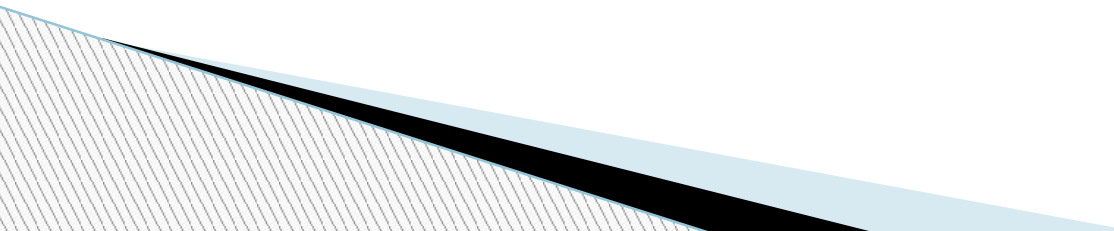
**Высказывание (суждение)** - это повествовательное предложение, в котором что-либо утверждается или отрицается. По поводу любого высказывания можно сказать истинно оно или ложно.



# Определите какие из следующих выражений являются высказываниями.

- Число 6 – четное.
- Здравствуйте!
- Все роботы являются машинами.
- Кто отсутствует?
- Выразите 1 ч 15 мин в секундах.
- А – первая буква в алфавите.

# Определите истинность высказываний.

- Треугольник – геометрическая фигура.
  - У каждой лошади есть хвост.
  - Париж - столица Китая.
  - Лед – твердое состояние воды.
  - Все люди космонавты.
- 

В алгебре логики высказывания обозначаются **именами логических переменных** (А, В, С), которые могут принимать значения **истина (1) или ложь (0)**.

Истина, ложь – **логические константы**.



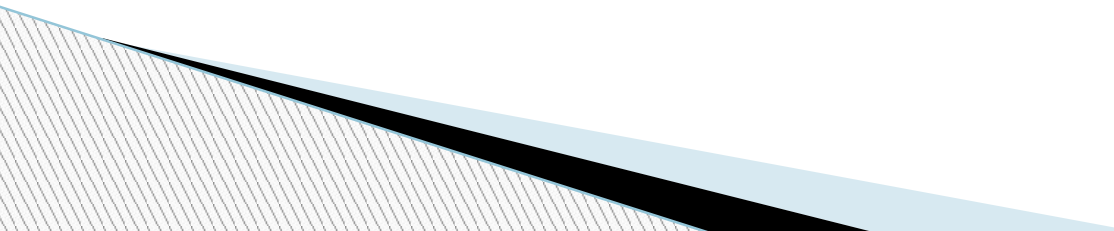
**Логические выражения** бывают  
простые или сложные.

Простое логическое выражение  
состоит из одного высказывания и  
не содержит логические операции.

В нём возможно только два  
результата – либо «истина», либо  
«ложь».

Сложное логическое высказывание строится из простых с помощью связок «И», «ИЛИ», «НЕ», которые называются логическими операциями.

### **Основные логические операции:**

- НЕ (логическое отрицание, инверсия)
  - ИЛИ (логическое сложение, дизъюнкция)
  - И (логическое умножение, конъюнкция)
- 

# Логические операции

**Конъюнкция (логическое умножение)** – соединение двух логических выражений (высказываний) с помощью союза **И**. Эта операция обозначается символами **&** и **∧**

А – У меня есть знания для сдачи зачета.

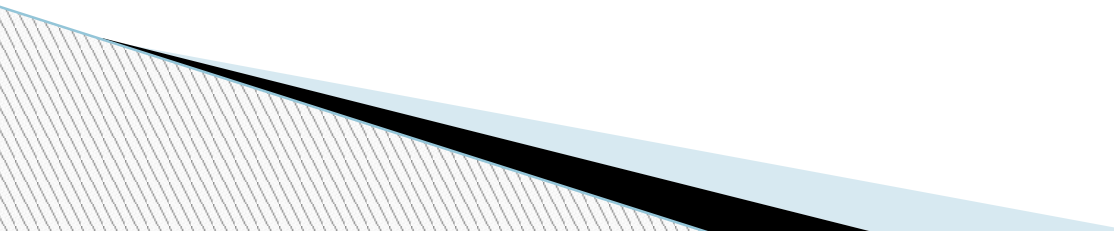
В – У меня есть желание для сдачи зачета.

У меня есть знания и желание для сдачи зачета.

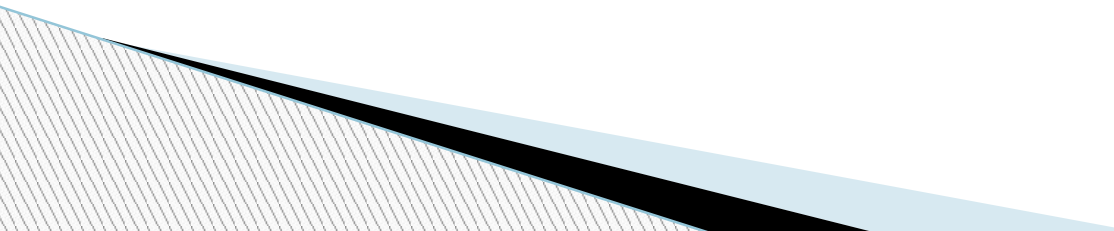
**A&B**



**Вывод:** *Логическая операция*  
*конъюнкция* истинна только в том  
случае, если оба простых  
высказывания истинны, в  
противном случае она ложна.



Все операции алгебры логики определяются ***таблицами истинности*** значений. Таблица истинности определяет результат выполнения операций для всех возможных логических значений исходных высказываний.



# Таблица истинности

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A<sup>^</sup>B</b>
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# Логические операции

**Дизъюнкция (логическое сложение)** – соединение двух логических высказываний с помощью союза **ИЛИ**. Эта операция обозначается значком  **$\vee$** .



А - Летом я поеду в лагерь

В - Летом я поеду к бабушке.

Летом я поеду в лагерь или поеду к  
бабушке.

**AVB**



**Вывод:** *Логическая операция дизъюнкция* ложна, если оба простых высказывания ложны. В остальных случаях она истинна

# Таблица истинности

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A ∨ B</b>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

# Логические операции

**Отрицание (инверсия)** –  
добавляется частица **НЕ** или слова  
**НЕВЕРНО, ЧТО**, обозначается  
СИМВОЛОМ  $\neg$  ,  $\bar{\phantom{x}}$ .

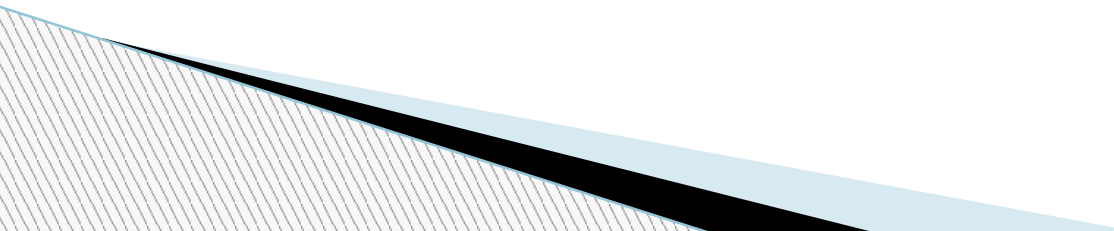
**A** - Земля вращается вокруг Солнца

– истинно

**¬A** - Земля **не** вращается вокруг

Солнца - ложно

**Вывод:** если исходное выражение истинно, то результат его *отрицания* будет ложным, и наоборот, если исходное выражение ложно, то оно будет истинным.



# Таблица истинности

$A$	$\neg A$
0	1
1	0

# Логические операции

**Следование (импликация)** – эта операция связывает два простых логических выражения, из которых первое является условием, а второе – следствием из этого условия. Содержит конструкцию **«ЕСЛИ – ТО»**.

Обозначается  $\rightarrow$ .



A – идёт дождь

B – на улице сыро

**Если идёт дождь, то на улице  
сыро.**

**$A \rightarrow B$**

**Вывод:** Результат операции следования (импликации) ложен только тогда, когда предпосылка  $A$  истинна, а заключение  $B$  (следствие) ложно.

# Таблица истинности

<b>A</b>	<b>B</b>	<b><math>A \rightarrow B</math></b>
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

# Логические операции

## Равнозначность

**(эквивалентность)** – логическое выражение содержит конструкцию «**А ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА В**».

Обозначается  $\sim$ .

A – день сменяет ночь

B – солнце скрывается за горизонтом

**День сменяет ночь тогда и только тогда, когда солнце скрывается за горизонтом.**

**A ~ B**



**Вывод:** результат операции эквивалентности истинен только тогда, когда  $A$  и  $B$  одновременно истинны или одновременно ложны.

# Таблица истинности

<b>A</b>	<b>B</b>	<b><math>A \sim B</math></b>
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# Порядок выполнения логических операций в сложном логическом выражении:

- Инверсия
- Конъюнкция
- Дизъюнкция
- Импликация
- Эквивалентность

**Для изменения указанного порядка выполнения операций применяют скобки.**





# ***Из следующих предложений выбрать те, которые являются высказываниями:***

- Как пройти в библиотеку?
- Меню в программе – это список возможных вариантов.
- Сканер – это устройство, которое может напечатать на бумаге то, что изображено на экране компьютера.
- Мышка – это устройство ввода информации.
- Число 2 является делителем числа 7.

# Распределите высказывания по типам (простое, сложное)

1. Сегодня, завтра или через месяц он напишет письмо
2. Если успешно закончишь первую четверть, то тебе подарят компьютер
3. В школе уроки начнутся в 9 часов утра
4. Кончилось лето, и наступили прохладные дни
5. У меня есть старший брат
6. Каждое утро и каждый вечер он выходит на прогулку
7. После дождя трава мокрая
8. Круг – это не квадрат
9. Марс находится в пределах Солнечной системы

# Укажите связующие слова или союзы и наименование связок

1. Он позвонит или пришлёт сообщение по электронной почте
2. Неверно, что январь – летний месяц
3. Каждый человек на земле имеет право быть счастливым
4. Мне должны подарить либо лыжи, либо самокат
5. На следующей неделе она зайдёт ко мне домой и на работу к бабушке
6. Если у тебя заболело горло, то обязательно надо показаться врачу
7. Все ученики нашего класса пойдут в кино
8. Некоторые дети не любят конфеты
9. Существуют птицы, которые не могут летать

# Из следующих простых высказываний составьте и запишите несколько сложных высказываний:

1. Поедем на дачу
2. Хорошая погода
3. По прогнозам синоптиков предполагаются осадки в виде дождя и снега
4. Сильный ветер
5. Отсутствие ветра
6. Плохая погода
7. Мы поедем на пляж
8. Антон приглашает нас в театр
9. Антон приглашает нас в цирк
10. После школы я буду учиться в институте
11. После школы я буду работать в интернет-центре

# Домашнее задание

Прочитать стр.343 – 352,  
выучить определения и выводы,  
устно вопр.1 – 4 стр.366