

Тема: Основные понятия алгебры логики. Логические выражения и логические операции.

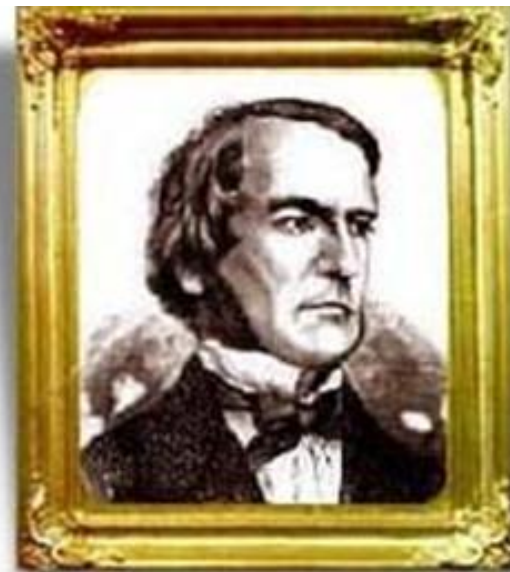


Алгебра – это раздел математики, предназначенный для описания действий над переменными величинами, которые принято обозначать строчными латинскими буквами, например a , b , x , y и т.д.

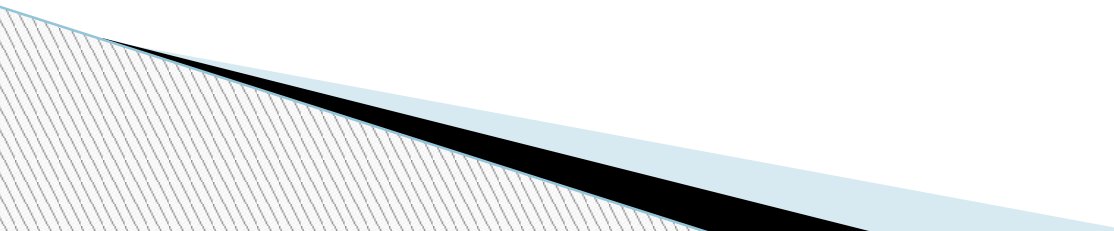
Логика (древнегреч. – слово *logos*, означает «мысль, понятие, рассуждение, закон») - наука о законах и формах мышления.

Алгебра логики изучает общие операции над высказываниями.

Основы алгебры логики (**булева алгебра**) были положены английским математиком **Джорджем Булем** в 19 веке.



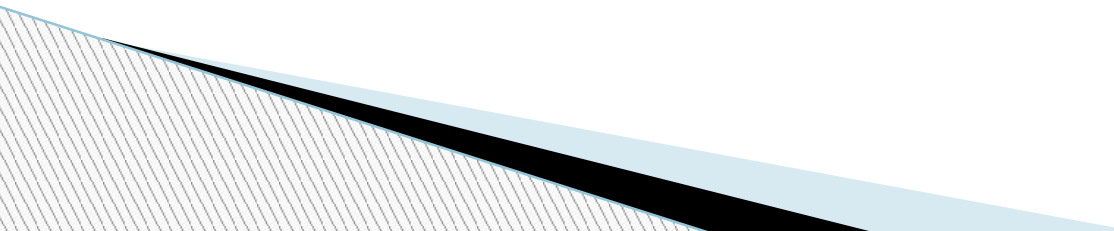
Высказывание (суждение) - это повествовательное предложение, в котором что-либо утверждается или отрицается. По поводу любого высказывания можно сказать истинно оно или ложно.



Определите какие из следующих выражений являются высказываниями.

- Число 6 – четное.
- Здравствуйте!
- Все роботы являются машинами.
- Кто отсутствует?
- Выразите 1 ч 15 мин в секундах.
- А – первая буква в алфавите.

Определите истинность высказываний.

- Треугольник – геометрическая фигура.
 - У каждой лошади есть хвост.
 - Париж - столица Китая.
 - Лед – твердое состояние воды.
 - Все люди космонавты.
- 

В алгебре логики высказывания обозначаются **именами логических переменных** (A, B, C), которые могут принимать значения **истина (1) или ложь (0)**.

Истина, ложь – **логические константы**.

Логические выражения бывают простые или сложные.

Простое логическое выражение состоит из одного высказывания и не содержит логические операции.

В нём возможно только два результата – либо «истина», либо «ложь».

Сложное логическое высказывание строится из простых с помощью связок «И», «ИЛИ», «НЕ», которые называются логическими операциями.

Основные логические операции:

- НЕ (логическое отрицание, инверсия)
- ИЛИ (логическое сложение, дизъюнкция)
- И (логическое умножение, конъюнкция)

Логические операции

Конъюнкция (логическое умножение) – соединение двух логических выражений (высказываний) с помощью союза **И**. Эта операция обозначается символами **&** и \wedge

А – У меня есть знания для сдачи зачета.

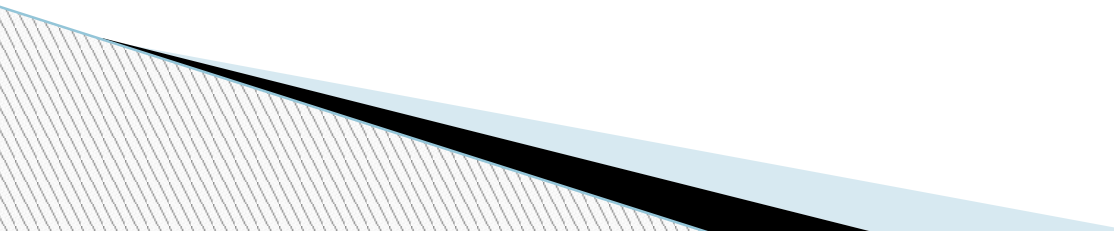
В – У меня есть желание для сдачи зачета.

У меня есть знания и желание для сдачи зачета.

A&B



Вывод: *Логическая операция*
конъюнкция истинна только в том
случае, если оба простых
высказывания истинны, в
противном случае она ложна.



Все операции алгебры логики определяются ***таблицами истинности*** значений. Таблица истинности определяет результат выполнения операций для всех возможных логических значений исходных высказываний.

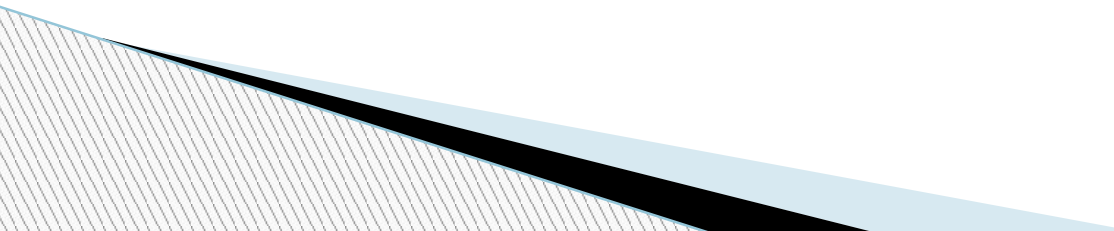


Таблица истинности

A	B	A[^]B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Логические операции

Дизъюнкция (логическое сложение) – соединение двух логических высказываний с помощью союза **ИЛИ**. Эта операция обозначается значком **\vee** .

А - Летом я поеду в лагерь

В - Летом я поеду к бабушке.

Летом я поеду в лагерь или поеду к
бабушке.

AVB



Вывод: *Логическая операция дизъюнкция* ложна, если оба простых высказывания ложны. В остальных случаях она истинна

Таблица истинности

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Логические операции

Отрицание (инверсия) –
добавляется частица **НЕ** или слова
НЕВЕРНО, ЧТО, обозначается
СИМВОЛОМ \neg , $\bar{\quad}$.

A - Земля вращается вокруг Солнца

– истинно

¬A - Земля **не** вращается вокруг

Солнца - ложно

Вывод: если исходное выражение истинно, то результат его *отрицания* будет ложным, и наоборот, если исходное выражение ложно, то оно будет истинным.

Таблица истинности

A	$\neg A$
0	1
1	0

Логические операции

Следование (импликация) – эта операция связывает два простых логических выражения, из которых первое является условием, а второе – следствием из этого условия. Содержит конструкцию **«ЕСЛИ – ТО»**.

Обозначается \rightarrow .

A – идёт дождь

B – на улице сыро

**Если идёт дождь, то на улице
сыро.**

$A \rightarrow B$

Вывод: Результат операции следования (импликации) ложен только тогда, когда предпосылка A истинна, а заключение B (следствие) ложно.

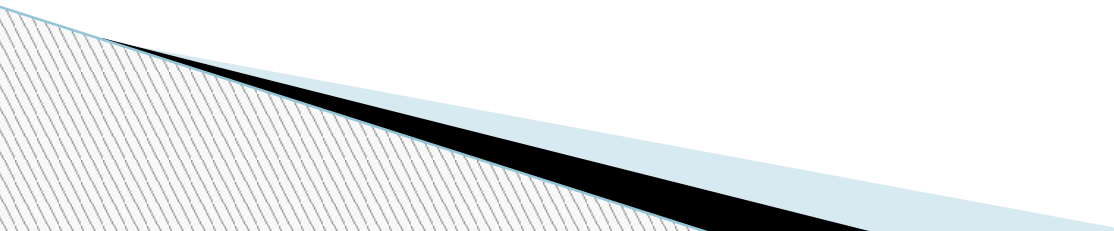


Таблица истинности

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Логические операции

Равнозначность

(эквивалентность) – логическое выражение содержит конструкцию «**А ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА В**».

Обозначается \sim .

A – день сменяет ночь

B – солнце скрывается за горизонтом

День сменяет ночь тогда и только тогда, когда солнце скрывается за горизонтом.

A ~ B



Вывод: результат операции эквивалентности истинен только тогда, когда A и B одновременно истинны или одновременно ложны.

Таблица истинности

A	B	$A \sim B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Порядок выполнения логических операций в сложном логическом выражении:

- Инверсия
- Конъюнкция
- Дизъюнкция
- Импликация
- Эквивалентность

Для изменения указанного порядка выполнения операций применяют скобки.



Из следующих предложений выбрать те, которые являются высказываниями:

- Как пройти в библиотеку?
- Меню в программе – это список возможных вариантов.
- Сканер – это устройство, которое может напечатать на бумаге то, что изображено на экране компьютера.
- Мышка – это устройство ввода информации.
- Число 2 является делителем числа 7.

Распределите высказывания по типам (простое, сложное)

1. Сегодня, завтра или через месяц он напишет письмо
2. Если успешно закончишь первую четверть, то тебе подарят компьютер
3. В школе уроки начнутся в 9 часов утра
4. Кончилось лето, и наступили прохладные дни
5. У меня есть старший брат
6. Каждое утро и каждый вечер он выходит на прогулку
7. После дождя трава мокрая
8. Круг – это не квадрат
9. Марс находится в пределах Солнечной системы

Укажите связующие слова или союзы и наименование связок

1. Он позвонит или пришлёт сообщение по электронной почте
2. Неверно, что январь – летний месяц
3. Каждый человек на земле имеет право быть счастливым
4. Мне должны подарить либо лыжи, либо самокат
5. На следующей неделе она зайдёт ко мне домой и на работу к бабушке
6. Если у тебя заболело горло, то обязательно надо показаться врачу
7. Все ученики нашего класса пойдут в кино
8. Некоторые дети не любят конфеты
9. Существуют птицы, которые не могут летать

Из следующих простых высказываний составьте и запишите несколько сложных высказываний:

1. Поедем на дачу
2. Хорошая погода
3. По прогнозам синоптиков предполагаются осадки в виде дождя и снега
4. Сильный ветер
5. Отсутствие ветра
6. Плохая погода
7. Мы поедем на пляж
8. Антон приглашает нас в театр
9. Антон приглашает нас в цирк
10. После школы я буду учиться в институте
11. После школы я буду работать в интернет-центре

Домашнее задание

Прочитать стр.343 – 352,
выучить определения и выводы,
устно вопр.1 – 4 стр.366