Разложение квадратного трёхчлена на множители

- Квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$.
- Чтобы найти корни квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$, нужно решить квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$.

Разложите на множители
квадратный трёхчлен $8x^2 - 40x + 32$.

$$8x^2 - 40x + 32 = 8(x^2 - 5x + 4) =$$

$$= 8(x^2 - x - 4x + 4) =$$

$$= 8(x(x - 1) - 4(x - 1)) = 8(x - 1)(x - 4).$$

2 корня: x_1, x_2 $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

1 корень: $x_1 (x_2 = x_1)$ $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$

нет корней: нельзя разложить на множители,
являющиеся многочленами первой степени.

1. Разложите на множители
квадратный трёхчлен $3y^2 + 11y - 4$.

$$\begin{aligned} 3y^2 + 11y - 4 &= (y - y_1)(y - y_2) = 3(y - (-4))\left(y - \frac{1}{3}\right) = \\ &= 3(y + 4)\left(y - \frac{1}{3}\right) = (y + 4)(3y - 1) \end{aligned}$$

$$3y^2 + 11y - 4 = 0,$$

$$D = b^2 - 4ac,$$

$$D = 11^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-4) = 121 + 48 = 169 > 0,$$

$$y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a},$$

$$y_{1,2} = \frac{-11 \pm \sqrt{169}}{2 \cdot 3} = \frac{-11 \pm 13}{6},$$

$$y_1 = \frac{-24}{6} = -4, \quad y_2 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

Разложите на множители
квадратный трёхчлен $x^2 - 6x + 9$.

$$\begin{aligned}x^2 - 6x + 9 &= (x - x_1)(x - x_2) = \\ &= (x - \quad)(x - \quad) = (x - 3)^2\end{aligned}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0$$

$$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{6}{2} = 3$$

2. Сократите дробь $\frac{t^2+2t-15}{t^2-2t-3}$.

$$\frac{t^2 + 2t - 15}{t^2 - 2t - 3} = \frac{(t - t_1)(t - t_2)}{(t - t_1)(t - t_2)} = \frac{(t - 3)(t + 5)}{(t - 3)(t + 1)} = \frac{t+5}{t+1} \text{ при } t \neq 3$$

$$t^2 + 2t - 15 = 0,$$

$$D = b^2 - 4ac,$$

$$D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64 > 0,$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a},$$

$$t_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm 8}{2},$$

$$t_1 = \frac{6}{2} = 3,$$

$$t_2 = \frac{-10}{2} = -5$$

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

По теореме Виета: $t_1 + t_2 = 2$, $t_1 \cdot t_2 = -3$

$$t - 3 = 0$$

$$t \geq 3$$

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = -p \\ t_1 \cdot t_2 = q \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 2 \\ t_1 \cdot t_2 = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_1 = 3 \\ t_2 = -1 \end{cases}$$

3. Составьте квадратный трёхчлен, корнями которого являются числа **7** и **(-2)**

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$a(x - x_1)(x - x_2) = a(x - \quad)(x - \quad) = a(x - 7)(x + 2)$$

$$a = 1:$$

$$(x - 7)(x + 2) = x^2 - 7x + 2x - 14 = x^2 - 5x - 14$$

Ответ: $x^2 - 5x - 14$.

Разложение квадратного трёхчлена на множители

Если x_1 и x_2 корни квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$, то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$