

A stylized, light blue illustration of a plant with several leaves and a cluster of small, round buds or flowers, positioned on the left side of the slide.

ПРЕЗЕНТАЦИЯ ПО ГЕОМЕТРИИ ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ ПО ТЕМЕ «ВЕКТОРЫ»

Выполнила Рягузова Дарья
ученица 9В класса

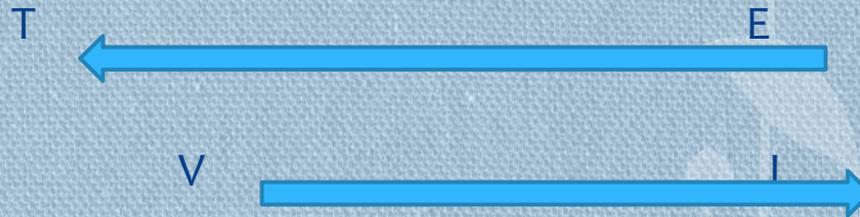
Векторы на плоскости

Понятие вектора. Равенство векторов

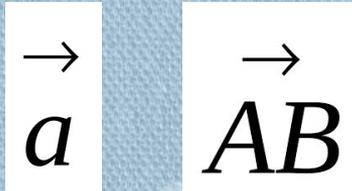
- Векторные величины в отличие от скалярных имеют не только числовое значение, но и направление в пространстве.
- **Сонаправленные вектора** – коллинеарные векторы, имеющие одинаковые направления.



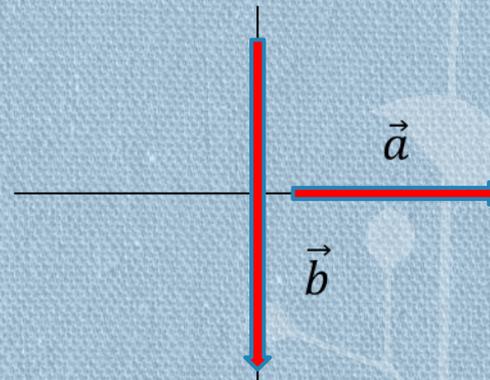
- **Противоположно направленные вектора** – коллинеарные векторы, имеющие разные направления.



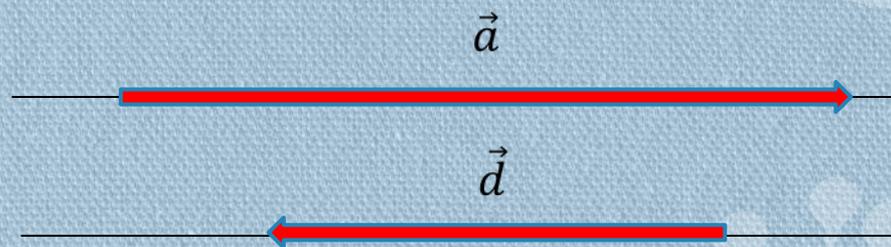
- **Вектор** – это направленный отрезок. Вектор обозначают двумя заглавными буквами (соответствующие началу и концу вектора) со стрелкой над ними или одной прописной буквой со стрелкой над ней.



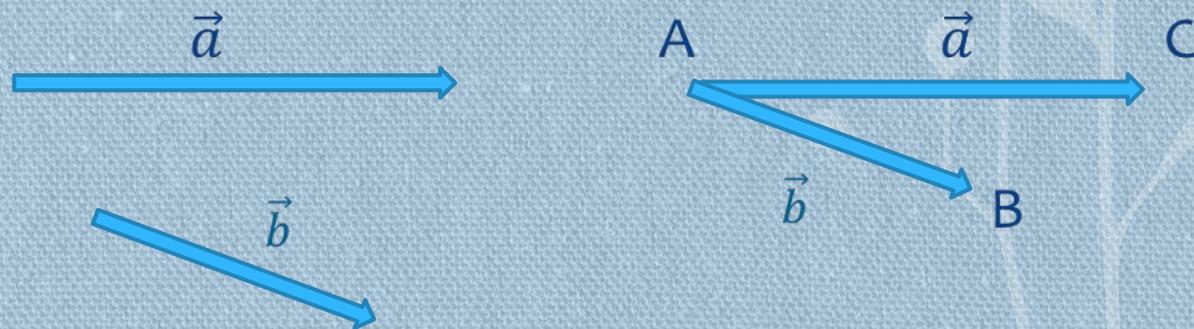
Если векторы лежат на перпендикулярных прямых, то их называют **ортогональными**.



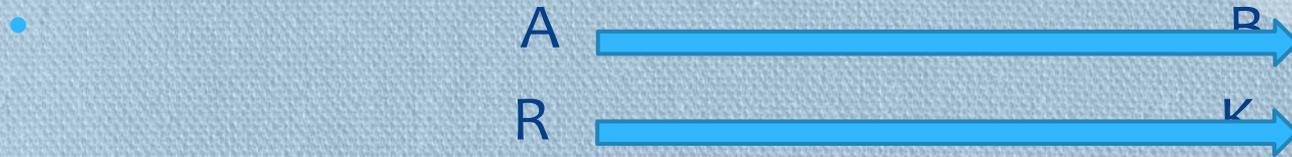
- **Коллинеарные векторы** – векторы, лежащие на одной прямой или на параллельных прямых.



Углом между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} называется угол ВАС. Углом между ненулевыми векторами \vec{a} и \vec{b} называется угол, образованный при откладывании этих векторов от одной точки.



- Векторы называют равными, если они сонаправлены и их модули равны.



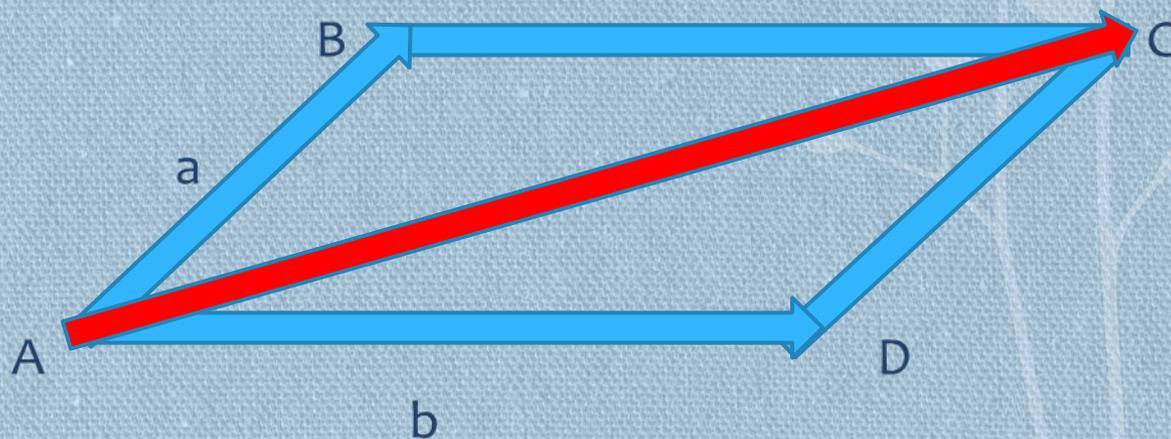
Вектор $AB =$ вектору RK .

- Равные векторы можно совместить параллельным переносом, и, наоборот, если векторы совмещаются параллельным переносом, то эти векторы равны.
- Модулем вектора AB называют длину отрезка AB .
- **Нулевой вектор** – вектор, начало и конец которого совпадают. Его обозначают нулём со стрелкой над ним. Любую точку плоскости можно рассматривать как нулевой вектор.

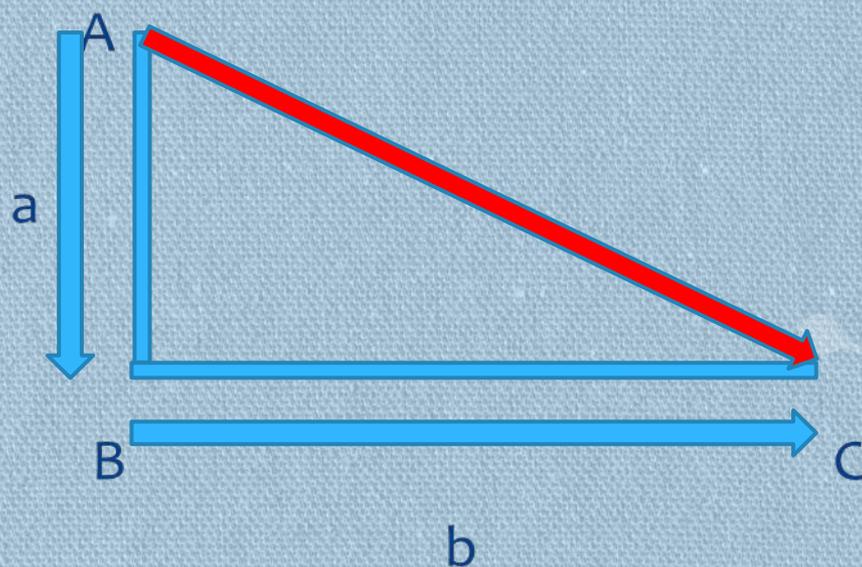
Сложение и вычитание векторов

Сложение векторов по правилу параллелограмма: пусть даны векторы \vec{a} и \vec{b} . Отметим на плоскости точку A и отложим от этой точки вектор AB , равный вектору \vec{a} , и вектор AD , равный вектору \vec{b} . Строим параллелограмм $ABCD$. Тогда вектор AC (диагональ параллелограмма $ABCD$) будет являться суммой векторов \vec{a} и \vec{b} .

Сложение векторов по правилу треугольника: пусть даны векторы \vec{a} и \vec{b} . Отметим на плоскости точку A и отложим от этой точки вектор AB , равный вектору \vec{a} , а от точки B отложим вектор BC , равный вектору \vec{b} . Полученный вектор AC называют суммой векторов \vec{a} и \vec{b} .

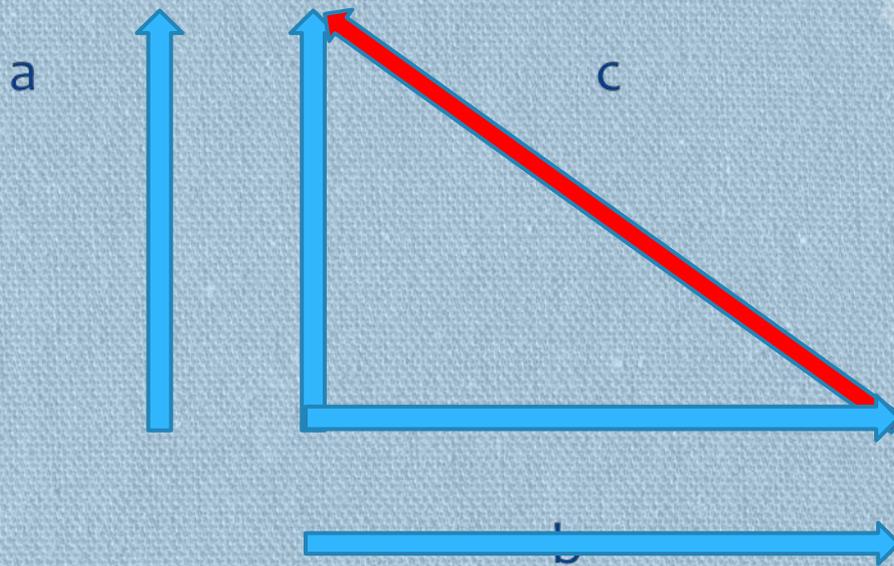


- **Сложение векторов по правилу треугольника** : пусть даны векторы \vec{a} и \vec{b} . Отметим на плоскости точку А и отложим от этой точки вектор АВ, равный вектору \vec{a} , а от точки В отложим вектор ВС, равный вектору \vec{b} . Полученный вектор АС называют суммой векторов \vec{a} и \vec{b} .

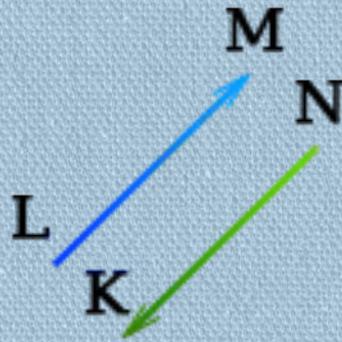


Разность векторов

Разностью векторов \vec{a} и \vec{b} называется вектор, который в сумме с вектором \vec{b} равен вектору \vec{a} . Разность векторов \vec{a} и \vec{b} обозначается так: $\vec{a} - \vec{b}$. $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$.



- 5. **Противоположные векторы** – векторы, которые равны по модулю, но направлены в противоположные стороны.



- 6. Пусть прямые a и b пересекаются в точке O . отложим данный вектор c от точки O : вектор $OC =$ вектору c . Тогда с помощью прямых a и b построим параллелограмм $OACB$ так, чтобы отрезок OC был его диагональю. По правилу параллелограмма сложения векторов имеем : вектор $OC =$ вектор $OA +$ вектор OB . Следовательно, векторы OA и OB являются составляющими вектора $c =$ вектору OC , расположенных на прямых a и b соответственно. В этом случае вектор OC не лежит на прямой a или b .

Умножение вектора на число

- 1. Если вектор \vec{a} является нулевым вектором, то при умножении этого вектора на число k , мы получим вектор сонаправленный вектору \vec{a} (при условии, что $k > 0$) и равный по модулю числу k .
- А если $k = 0$, то модуль вектора \vec{a} после умножения тоже станет равен нулю.
- 2. Чтобы умножить вектор \vec{a} (неравный нулю) на число k (неравное нулю), нужно умножить модуль вектора \vec{a} на модуль числа k .
- 3. Если $k > 0$, то направление получившегося вектора будет совпадать с направлением вектора \vec{a} , а если число $k < 0$, то получившийся вектор будет направлен в противоположную сторону.
- 4. Чтобы вектор \vec{a} был коллинеарен нулевому вектору \vec{b} , необходимо и достаточно существования числа k такого, что вектор \vec{a} равен произведению числа k на вектор \vec{b} .
- 5. Для того, чтобы точка C лежала на прямой AB , необходимо и достаточно, чтобы существовало число k такое, что вектор AC равен произведению числа k на вектор AB .

Угол между векторами, скалярное произведение векторов

- Углом между векторами AB и AC называется угол BAC – угол, образованный при откладывании этих векторов от одной точки.
- Обозначается: $(\vec{a}, \wedge \vec{b})$
- Скалярным произведением векторов называется число, равное произведению модулей этих векторов на косинус угла между ними. Скалярное произведение векторов это ЧИСЛО.
- Свойства скалярного произведения векторов :
 - 1) Для любых векторов a и b верно равенство $ab = ba$
 - 2) Для любых векторов a и b и любого действительного числа k верно равенство $(ka)b = k(ab)$
 - 3) Для любых векторов a , b и c верно равенство $(a + b)c = ac + bc$
- Векторы являются перпендикулярными, если их скалярное произведение равно нулю.

Координаты вектора

- 1. Теорема о разложении вектора по двум неколлинеарным векторам:
 - Если нулевые векторы a и b не коллинеарны, то для любого вектора c найдутся числа x и y такие, что выполняется равенство $c = xa + yb$, причём коэффициенты разложения x и y определяются единственным образом.
 - Доказательство:
 - На плоскости отложим от точки O векторы a , b и c . Концы векторов соответственно обозначим через A , B , C . Тогда по теореме о разложении вектора на составляющие по двум пересекающимся прямым, вдоль прямых OA и OB найдутся единственные векторы OA' и OB' такие, что $OC = OA' + OB'$.
 - Так как вектор OA коллинеарен вектору OA' и вектор OB коллинеарен вектору OB' , то по теореме о коллинеарных векторах существуют единственные действительные числа x и y , что вектор $OA = xOA' = xa$ и вектор $OB = yOB' = yb$. Поэтому из равенства $OC = OA + OB$ следует единственное представление вида $c = OC = xa + yb$. Теорема доказана.
 - **Базисные векторы** - выбранные на плоскости два неколлинеарных вектора, по которым производится разложение заданного вектора.
 - Любые два неколлинеарных вектора можно принять в качестве базисных векторов и любой вектор этой плоскости однозначно разлагается по этим базисным векторам. В доказанной теореме векторы a и b – базисные векторы, а действительные числа x и y называются координатами вектора c в базисе векторов a и b .

Свойства координат вектора

Свойства координат вектора:

1. У равных векторов соответствующие координаты равны: если $\vec{a} = (x; y)$, $\vec{b} = (u; v)$ и $\vec{a} = \vec{b}$, то $x=u$ и $y=v$.

Обратно, векторы, у которых соответствующие координаты равны между собой: если $\vec{a} = (x; y)$, $\vec{b} = (u; v)$ и $x=u$, $y=v$, то $\vec{a} = \vec{b}$.

2. При сложении векторов складываются их соответствующие координаты: если $\vec{a} = (x; y)$, $\vec{b} = (u; v)$, то $\vec{a} + \vec{b} = (x + u; y + v)$.

$$\vec{a} + \vec{b} = (x\vec{i} + y\vec{j}) + (u\vec{i} + v\vec{j}) = (x+u)\vec{i} + (y+v)\vec{j}.$$

3. При умножении вектора на число его координаты умножаются на это же число, если $\vec{a} = (x; y)$ и λ - число, то $\lambda \cdot \vec{a} = (\lambda \cdot x; \lambda \cdot y)$.

СЛЕДСТВИЕ. Координаты разности векторов равны разности соответствующих координат этих векторов: если $\vec{a} = (x; y)$, $\vec{b} = (u; v)$, то $\vec{a} - \vec{b} = (x-u; y-v)$.

Признак коллинеарности векторов

Чтобы вектор \vec{b} был коллинеарен ненулевому вектору \vec{a} , необходимо и достаточно существование числа α такого, что $\vec{b} = \alpha \vec{a}$.

СЛЕДСТВИЕ: для того, чтобы точка C лежала на прямой AB , необходимо и достаточно, чтобы существовало число α такое, что $\overrightarrow{AC} = \alpha \overrightarrow{AB}$.

- **Направляющий вектор** прямой- это любой ненулевой вектор, лежащий на данной прямой или на параллельной ей прямой.
- Уравнение прямой , проходящий через две заданные точки (x_1, y_1) и (x_2, y_2) , записывается так:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

- **Вектор нормали**- это вектор, который перпендикулярен данной плоскости .
- Уравнение прямой по вектору нормали: $a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$
- Формула, по которой можно определить угол между прямыми :

$$\cos \varphi = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

- **Расстояние от точки до прямой** равно длине перпендикуляра опущенного из точки на прямую.

Выражение скалярного произведения через координаты векторов

- **Скалярное произведение векторов** $\vec{a} = (a_x; a_y)$ и $\vec{b} = (b_x; b_y)$ можно найти, воспользовавшись следующей формулой:
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y.$$
- Если скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} равно нулю, т.е. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos = 0$, то угол между ними равен 90 градусам – векторы перпендикулярны. Потому что $\cos 90 = 0$.

Спасибо за внимание!

