ПРЕЗЕНТАЦИЯ ПО ГЕОМЕТРИИ
ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ ПО ТЕМЕ «ВЕКТОРЫ»

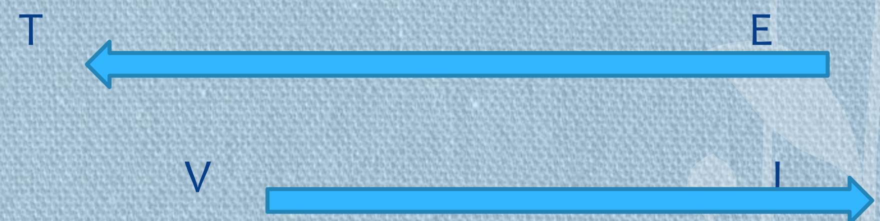
Выполнила Рягузова Дарья

ученица 9В класса

Векторы на плоскости
Понятие вектора. Равенство векторов

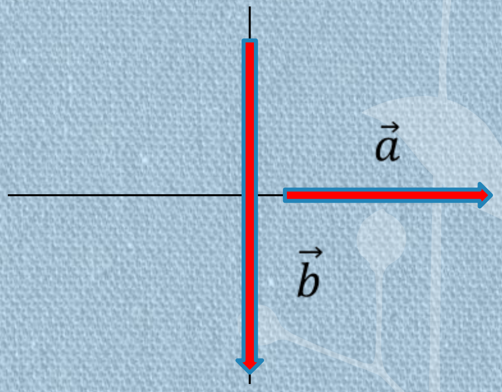
- Векторные величины в отличие от скалярных имеют не только числовое значение, но и направление в пространстве.
- Сонаправленные вектора – коллинеарные векторы, имеющие одинаковые направления.

- Противоположно направленные вектора – коллинеарные векторы, имеющие разные направления.

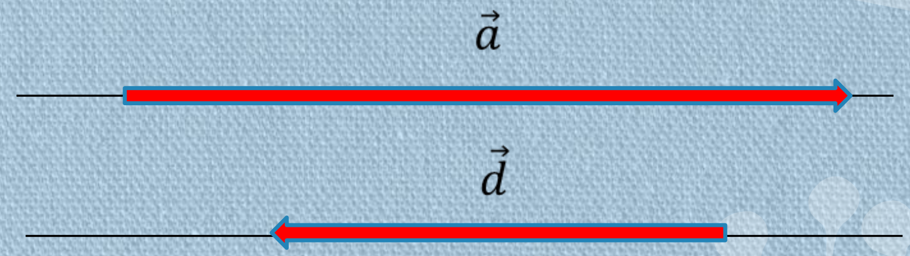


- Вектор – это направленный отрезок. Вектор обозначают двумя заглавными буквами (соответствующие началу и концу вектора) со стрелкой над ними или одной прописной буквой со стрелкой над ней. $\vec{a}$ $\vec{AB}$

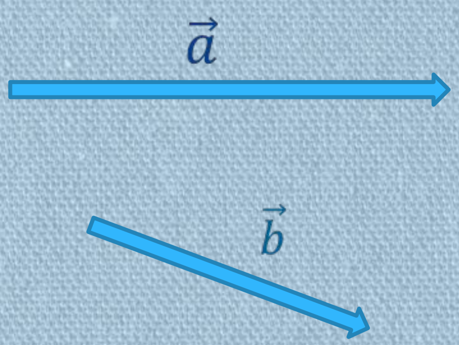
Если векторы лежат на перпендикулярных прямых, то их называют ортогональными.

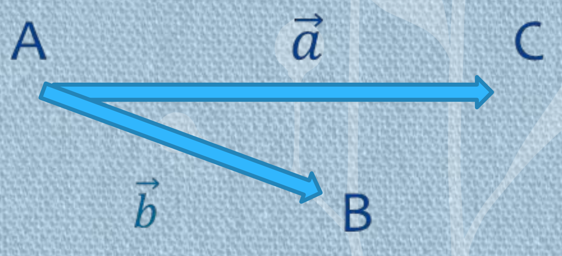


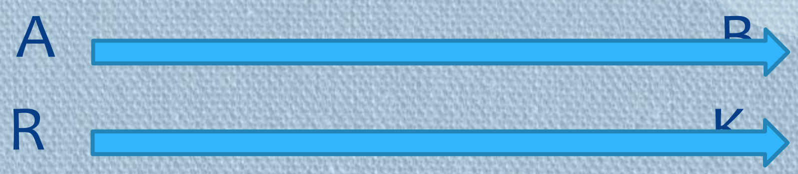
- Коллинеарные векторы – векторы, лежащие на одной прямой или на параллельных прямых.



Углом между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ называется угол BAC. Углом между ненулевыми векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется угол, образованный при откладывании этих векторов от одной точки.





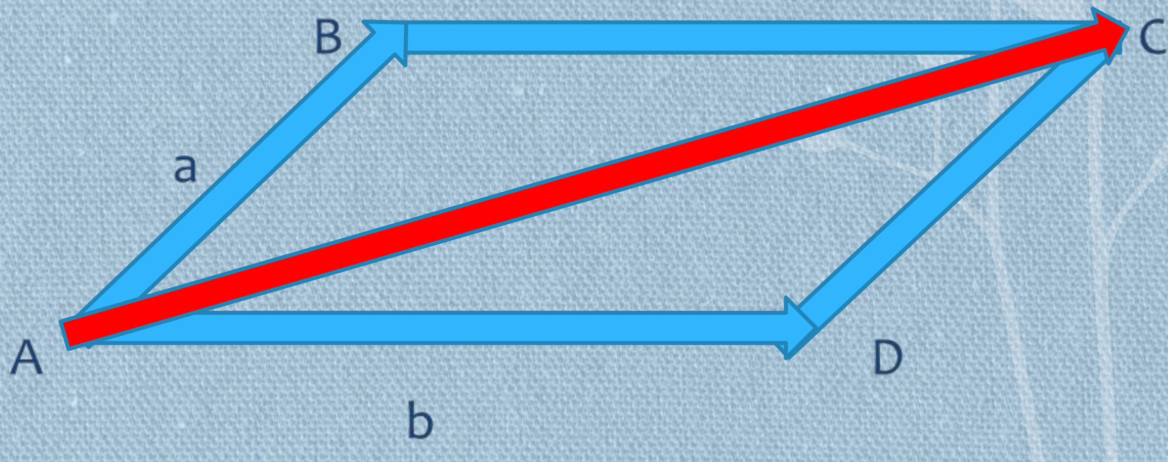
- Векторы называют равными, если они сонаправлены и их модули равны.
- 

Вектор AB = вектору RK.

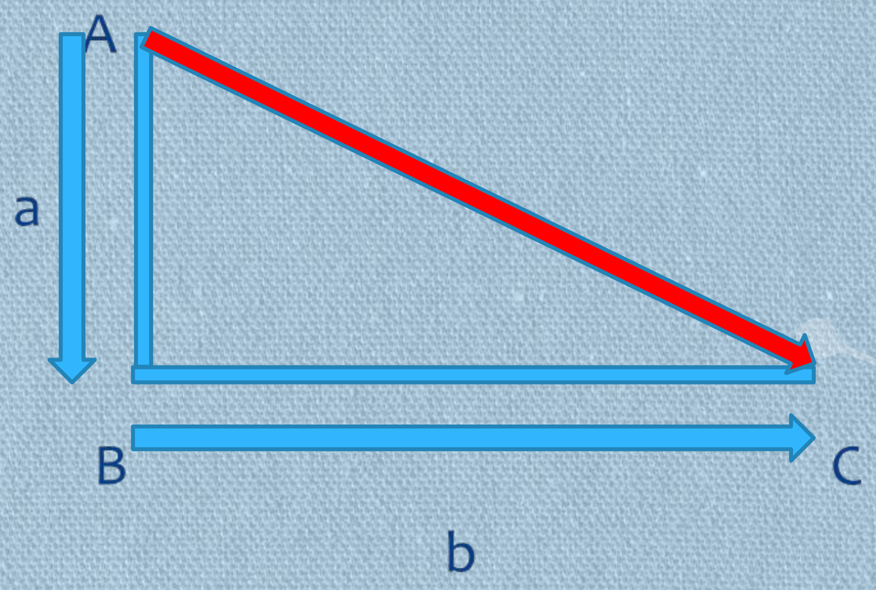
- Равные векторы можно совместить параллельным переносом, и, обратно, если векторы совмещаются параллельным переносом, то эти векторы равны.
- Модулем вектора AB называют длину отрезка AB.
- Нулевой вектор – вектор, начало и конец которого совпадают. Его обозначают нулём со стрелкой над ним. Любую точку плоскости можно рассматривать как нулевой вектор.

Сложение и вычитание векторов

Сложение векторов по правилу параллелограмма : пусть даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Отметим на плоскости точку A и отложим от этой точки вектор AB , равный вектору $\vec{a}$, и вектор AD, равный вектору $\vec{b}$. Строим параллелограмм ABCD. Тогда вектор AC (диагональ параллелограмма ABCD) будет являться суммой векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Сложение векторов по правилу треугольника : пусть даны векторы a и $\vec{b}$. Отметим на плоскости точку A и отложим от этой точки вектор AB, равный вектору $\vec{a}$, а от точки B отложим вектор BC, равный вектору $\vec{b}$. Полученный вектор AC называют суммой векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

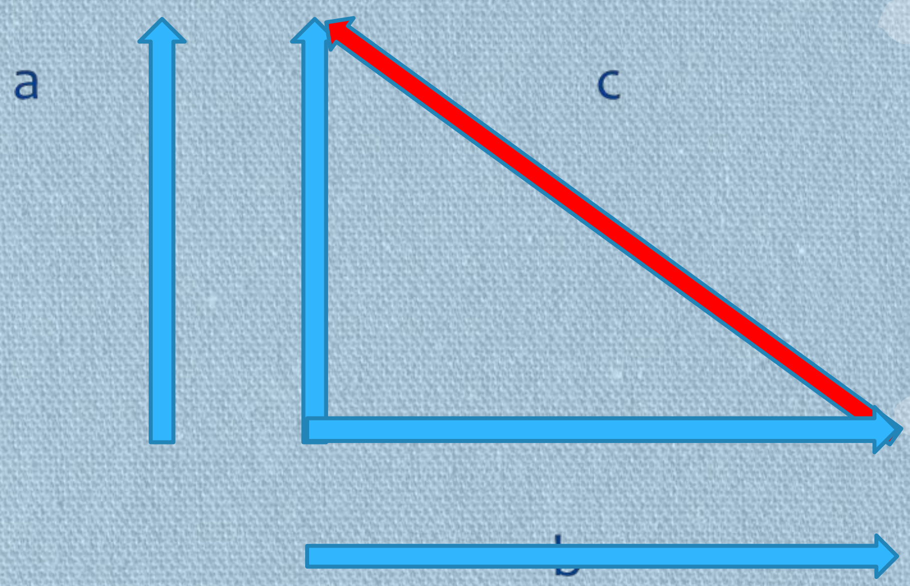


- **Сложение векторов по правилу треугольника** : пусть даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Отметим на плоскости точку А и отложим от этой точки вектор АВ, равный вектору $\vec{a}$, а от точки В отложим вектор ВС, равный вектору $\vec{b}$. Полученный вектор АС называют суммой векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

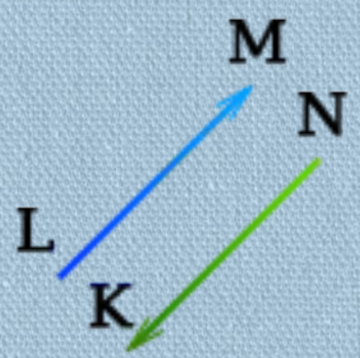


Разность векторов

Разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется вектор, который в сумме с вектором $\vec{b}$ равен вектору $\vec{a}$. Разность векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ обозначается так: $\vec{a} - \vec{b}$. $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$.



- 5. Противоположные векторы – векторы, которые равны по модулю, но направлены в противоположные стороны.



- 6. Пусть прямые a и b пересекаются в точке O. отложим данный вектор c от точки O: вектор OC= вектору c. Тогда с помощью прямых a и b построим параллелограмм OACB так, чтобы отрезок OC был его диагональю. По правилу параллелограмма сложения векторов имеем : вектор OC= вектор OA + вектор OB. Следовательно, векторы OA и OB являются составляющими вектора c= вектору OC, расположенных на прямых a и b соответственно. В этом случае вектор OC не лежит на прямой a или b.

Умножение вектора на число

- 1. Если вектор $\vec{a}$ является нулевым вектором, то при умножении этого вектора на число k, мы получим вектор сонаправленный вектору $\vec{a}$ (при условии, что k>0) и равный по модулю числу k.
- А если k=0, то модуль вектора $\vec{a}$ после умножения тоже станет равен нулю.
- 2. Чтобы умножить вектор $\vec{a}$ (неравный нулю) на число k (неравное нулю), нужно умножить модуль вектора $\vec{a}$ на модуль числа k.
- 3. Если k>0, то направление получившегося вектора будет совпадать с направлением вектора $\vec{a}$, а если число k<0, то получившийся вектор будет направлен в противоположную сторону.
- 4. Чтобы вектор $\vec{a}$ был коллинеарен нулевому вектору b, необходимо и достаточно существования числа k такого, что вектор $\vec{a}$ равен произведению числа k на вектор b.
- 5. Для того, чтобы точка С лежала на прямой АВ, необходимо и достаточно, чтобы существовало число k такое, что вектор АС равен произведению числа k на вектор АВ.

Угол между векторами, скалярное произведение векторов

- **Углом между векторами** AB и AC называет угол BAC – угол, образованный при откладывании этих векторов от одной точки.
- Обозначается: $(\vec{a}\,,\widehat{\ }\,\vec{b})$
- **Скалярным произведением векторов** называется число, равное произведению модулей этих векторов на косинус угла между ними. Скалярное произведение векторов это ЧИСЛО.
- Свойства скалярного произведения векторов :
- 1) Для любых векторов a и b верно равенство ab = ba
- 2) Для любых векторов a и b и любого действительного числа k верно равенство (ka)b=k(ab)
- 3) Для любых векторов a, b и c верно равенство (a + b)c=ac+bc
- Векторы являются перпендикулярными, если их скалярное произведение равно нулю.

Координаты вектора

- 1. Теорема о разложении вектора по двум неколлинеарным векторам:
- Если нулевые векторы a и b не коллинеарны, то для любого вектора c найдутся числа x и y такие, что выполняется равенство c=xa+yb, причём коэффициенты разложения x и y определяются единственным образом.
- Доказательство:
- На плоскости отложим от точки O векторы a, b и c. Концы векторов соответственно обозначим через A, B, C. Тогда по теореме о разложении вектора на составляющие по двум пересекающимся прямым, вдоль прямых OA и OB найдутся единственные векторы OA' и OИ' такие, что OC=OA'+OB'.
- Так как вектор OA коллинеарен вектору OA' и вектор OB коллинеарен вектору OB', то по теореме о коллинеарных векторах существуют единственные действительные числа x и y, что вектор OA=xOA=xa и вектор OB=yOB=yb. Поэтому из равенства OC=OA+OB следует единственное представление вида c=OC=xa+yb. Теорема доказана.
- Базисные векторы - выбранные на плоскости два неколлинеарных вектора, по которым производится разложение заданного вектора.
- Любые два неколлинеарных вектора можно приять в качестве базисных векторов и любой вектор этой плоскости однозначно разлагается по этим базисным векторам. В доказанной теореме векторы a и b – базисные векторы, а действительные числа x и y называются координатами вектора c в базисе векторов a и b.

Свойства координат вектора

Свойства координат вектора:

1. У равных векторов соответствующие координаты равны: если $\vec{a} = (x; y)$, $\vec{b} = (u; v)$ и $\vec{a} = \vec{b}$, то $x=u$ и $y=v$.

Обратно, векторы, у которых соответствующие координаты равны между собой: если $\vec{a} = (x; y)$, $\vec{b} = (u; v)$ и $x = u$, $y = v$, то $\vec{a} = \vec{b}$.

2. При сложении векторов складываются их соответствующие координаты: если $\vec{a} = (x; y)$, $\vec{b} = (u; v)$, то $\vec{a} + \vec{b} = (x + u; y + v)$.

$$\vec{a} + \vec{b} = (x\vec{i} + y\vec{j}) + (u\vec{i} + v\vec{j}) = (x+u)\vec{i} + (y + v)\vec{j}.$$

3. При умножении вектора на число его координаты умножаются на это же число, если $\vec{a} = (x; y)$ и λ- число, то $\lambda \bullet \vec{a} = (\lambda \bullet x; \lambda \bullet y)$.

СЛЕДСТВИЕ. Координаты разности векторов равны разности соответствующих координат этих векторов : если $\vec{a} = (x; y)$, $\vec{b} = (u; v)$, то $\vec{a} - \vec{b} = (x-u; y-v)$.

Признак коллинеарности векторов

Чтобы вектор $\vec{b}$ был коллинеарен ненулевому вектору $\vec{a}$, необходимо и достаточно существование числа α такого, что $\vec{b} = \alpha\,\vec{a}$.

СЛЕДСТВИЕ: для того, чтобы точка C лежала на прямой AB, необходимо и достаточно, чтобы существовало число α такое, что $\overrightarrow{AC} = \alpha\,\overrightarrow{AB}$.

- Направляющий вектор прямой- это любой ненулевой вектор, лежащий на данной прямой или на параллельной ей прямой.
- Уравнение прямой , проходящий через две заданные точки (x1,y1) и (x2,y2), записывается так:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

- Вектор нормали- это вектор, который перпендикулярен данной плоскости .
- Уравнение прямой по вектору нормали: а(x-xo)+в(y-yo)=0
- Формула, по которой можно определить угол между прямыми :

$$\cos\varphi = \frac{A_1A_2 + B_1B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \bullet \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

- Расстояние от точки до прямой равно длине перпендикуляра опущенного из точки на прямую.

Выражение скалярного произведения через координаты векторов

- Скалярное произведение векторов $\vec{a} = (a_x ; a_y)$ и $\vec{b} = (b_x ; b_y)$ можно найти, воспользовавшись следующей формулой:
$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y.$

- Если скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равно нулю, т.е.

$\vec{a}\,\vec{b} = |\vec{a}| * |\vec{b}| * Cos = 0$, то угол между ними равен 90 градусам – векторы перпендикулярны. Потому что Cos90=0.

Спасибо за внимание!