Системы счисления (нули и единицы)

число 10^N записывается как единица и N нулей: $10^N = 1\underbrace{0\ldots0}_{N}$

число 10^N-1 записывается как *N* девяток: $10^N - 1 = \underbrace{9\ldots9}_{N}$

число $10^N - 10^M = 10^M \cdot (10^{N-M} - 1)$ записывается как *N*-*M* девяток,

за которыми стоят *M* нулей: $10^N - 10^M = \underbrace{9\ldots9}_{N-M}\underbrace{0\ldots0}_{M}$

В двоичной системе счисления:

чётные числа заканчиваются на 0, а нечётные на 1

число 2^N в двоичной системе записывается как единица и N нулей:

$8_{10} = 2^3 = 1000_2$
$16_{10} = 2^4 = 10000_2$
$128_{10} = 2^7 = 10000000_2$

число 2^N-1 в двоичной системе записывается как *N* единиц:

$7_{10} = 8 - 1 = 2^3 - 1 = 111_2$
$15_{10} = 16 - 1 = 2^4 - 1 = 1111_2$
$127_{10} = 128 - 1 = 2^7 - 1 = 1111111_2$

число $2^N - 2^K$ при $K < N$ в двоичной системе записывается как *N - K* единиц и *K* нулей:

$2^5 - 2^3 = 11000_2$
$2^6 - 2^2 = 111100_2$
$2^{10} - 2^6 = 1111000000_2$

число 2^N в двоичной системе записывается

как единица и N нулей: $2^N = 1\underbrace{0\ldots0}_{N}{}_2$

число 2^N-1 в двоичной системе записывается как *N* единиц: $2^N - 1 = \underbrace{1\ldots1}_{N}{}_2$

число 2^N–2^K *при K < N* в двоичной системе записывается

как *N–K* единиц и *K* нулей: $2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}{}_2$

Например:

$$2^{1536} - 2^{1024} = \underbrace{1\ldots\ldots\ldots\ldots1}_{N-K=512}\underbrace{0\ldots\ldots\ldots\ldots0}_{K=1024}$$

$$2^N + 2^N = 2 \cdot 2^N = 2^{N+1} \rightarrow 2^N = 2^{N+1} - 2^N \rightarrow \boxed{-2^N = -2^{N+1} + 2^N}$$

число 3^N записывается в троичной системе как единица и N нулей: $3^N = 1\underbrace{0\ldots0_3}_{N}$

число 3^N-1 записывается в троичной системе как *N* двоек: $3^N - 1 = \underbrace{2\ldots2_3}_{N}$

число $3^N - 3^M = 3^M \cdot (3^{N-M} - 1)$ записывается в троичной системе как *N*-*M* двоек, за которыми стоят *M* нулей: $3^N - 3^M = \underbrace{2\ldots2}_{N-M}\underbrace{0\ldots0_3}_{M}$

$3^2 = 9_{10} = 100_3$

$3^3 = 27_{10} = 1000_3$

$8_{10} = 9 - 1 = 3^2 - 1 = 22_3$

$26_{10} = 27 - 1 = 3^3 - 1 = 222_3$

$3^3 - 3^2 = 27 - 9 = 18_{10} = 200_3$

$7^2 = 49_{10} = 100_7$

$7^3 = 343_{10} = 1000_7$

$48_{10} = 49 - 1 = 7^2 - 1 = 66_7$

$342_{10} = 343 - 1 = 7^3 - 1 = 666_7$

$7^3 - 7^2 = 343 - 49 = 294_{10} = 600_7$

В любой системе счисления

число a^N в системе счисления с основанием a записывается как единица и N нулей:

$$a^N = 1\underbrace{0\ldots0}_{N}{}_a$$

число a^N-1 в системе счисления с основанием a записывается как N старших цифр этой системы счисления, то есть, цифр (a-1):

$$a^N - 1 = \underbrace{(a-1)(a-1)\ldots(a-1)}_{N}{}_a$$

число $a^N - a^M = a^M \cdot (a^{N-M} - 1)$ записывается в системе счисления с основанием a как N-M старших цифр этой системы счисления, за которыми стоят M нулей:

$$a^N - a^M = \underbrace{(a-1)\ldots(a-1)}_{N-M}\underbrace{0\ldots0}_{M}{}_a$$

Сколько единиц в двоичной записи числа:

$8^{502} - 4^{211} + 2^{1536} - 19$?

$$= 2^{1506} - 2^{422} + 2^{1536} - \underbrace{2^4 - 2^1 - 2^0}_{19}$$

ВАЖНО!!!

1. **В этой цепочке степени двойки надо записать по убыванию!!**

$2^N - 2^K$

2. **Представить выражение как сумму пар**

Для этого используем свойства

$$\boxed{2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}}$$

$$\boxed{-2^N = -2^{N+1} + 2^N}$$

$$2^{1506} - 2^{422} + 2^{1536} - 2^4 - 2^1 - 2^0$$

Записали по убыванию

$$2^{1536} + 2^{1506} - 2^{422} - 2^4 - 2^1 - 2^0$$

$$-2^{423} + 2^{422} \qquad -2^5 + 2^4 \qquad -2^2 + 2^1$$

$$2^{1536} + \left(2^{1506} - 2^{423}\right) + \left(2^{422} - 2^5\right) + \left(2^4 - 2^2\right) + \left(2^1 - 2^0\right)$$

1 ед-ца

1506-423=1083 ед-цы

422-5=417 ед-ц

2 ед-цы

1 ед-ца

ИТОГО: 1+1083+417+2+1=1504 единиц

Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $8^{740} - 2^{900} + 7$?

Как решать:

- Сначала считаем количество единиц в числе $(2^{2220} - 2^{900}) + 7$
- В скобках число содержит 1320 единиц и 900 нулей.
- Число $7=2^3-1$ содержит 3 единицы, следовательно, общее количество нулей на 3 меньше, т.е. 900-3=897.

Сколько значащих нулей в двоичной записи числа

$4^{350} + 8^{340} - 2^{320} - 12$?

$4^{350} + 8^{340} - 2^{320} - 12 = 2^{700} + 2^{1020} - 2^{320} - 2^{3} - 2^{2}$

$-2^{320} = -2^{321} + 2^{320}$; $-2^{3} = -2^{4} + 2^{3}$

Переписываем по возрастанию степеней двойки

$$\underbrace{2^{1020}}_{1} + \underbrace{2^{700} - 2^{321}}_{379} + \underbrace{2^{320} - 2^{4}}_{316} + \underbrace{2^{3} - 2^{2}}_{1}$$

Всего единиц 1+379+316+1= 697;

Разрядов в числе 1021

Нулей 1021- 697= 324

Ответ: 324

Значение арифметического выражения записали в троичной СС

$27^4 - 9^5 + 3^8 - 25$. Сколько цифр «2» содержится в записи?

$$3^{12} - 3^{10} + 3^8 - 25 = 3^{12} - 3^{10} + 3^8 - \underbrace{3^3 + 3^1 - 3^0}_{\mathbf{25}}$$

$$\underbrace{3^{12} - 3^{10}}_{2} + \underbrace{3^8 - 3^3}_{5} + \underbrace{3^1 - 3^0}_{1} =$$ итого 8 двоек

Значение арифметического выражения: $49^{10} + 7^{30} - 49$

записали в системе счисления с основанием 7.

Сколько цифр «6» содержится в этой записи?

$$7^{20} + 7^{30} - 7^{2} = 7^{30} + \underbrace{7^{20} - 7^{2}}_{18\ \text{шестёрок}}$$

1 и 30нулей

Ответ: 18 шестёрок

Сколько нулей содержится в троичной записи числа, которое представлено в следующем виде: $\mathbf{81^{1000} - 3^{1600} + 3^{800} + 2?}$

$\mathbf{3^{4000} - 3^{1600} + 3^{800} + 2}$

2400 двоек и 1600 нулей

$\mathbf{3^{800}}$ **-** единица и 800 нулей

1600 -2= 1598 нулей

Самостоятель но

1. Результат арифметического выражения $2^{425} + 4^{850} — 2^{50} — 24$ записали в системе счисления с основанием 2. Сколько единиц содержится в этой записи?

2. Результат арифметического выражения $2^{500}+4^{500}-12$ записали в системе счисления с основанием 2. Сколько единиц содержится в этой записи?

3. Результат арифметического выражения $9^{30}+3^{30}-3^{5}$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр 2 содержится в этой записи?

4. Значение арифметического выражения: $9^{18} + 3^{54} – 9$ – записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Ответ
ы

№1- 421

№2 - 498

№3 - 25

№4 - 34