

Системы счисления (нули и единицы)

число 10^N записывается как единица и N нулей: $10^N = \underbrace{10\dots0}_N$

число $10^N - 1$ записывается как N девяток: $10^N - 1 = \underbrace{9\dots9}_N$

число $10^N - 10^M = 10^M \cdot (10^{N-M} - 1)$ записывается как $N-M$ девяток,

за которыми стоят M нулей: $10^N - 10^M = \underbrace{9\dots9}_{N-M} \underbrace{0\dots0}_M$

В двоичной системе счисления:

чётные числа заканчиваются на **0**, а **нечётные** на **1**

число 2^N в двоичной системе записывается как **единица** и **N нулей**:

$$8_{10} = 2^3 = 1000_2$$

$$16_{10} = 2^4 = 10000_2$$

$$128_{10} = 2^7 = 10000000_2$$

число $2^N - 1$ в двоичной системе записывается как **N единиц**:

$$7_{10} = 8 - 1 = 2^3 - 1 = 111_2$$

$$15_{10} = 16 - 1 = 2^4 - 1 = 1111_2$$

$$127_{10} = 128 - 1 = 2^7 - 1 = 1111111_2$$

число $2^N - 2^K$ при $K < N$ в двоичной системе записывается как **N - K единиц** и **K нулей**:

$$2^5 - 2^3 = 11000_2$$

$$2^6 - 2^2 = 111100_2$$

$$2^{10} - 2^6 = 1111000000_2$$

число 2^N в двоичной системе записывается

как единица и N нулей: $2^N = \underbrace{10\dots0}_N$

число $2^N - 1$ в двоичной системе записывается как N единиц: $2^N - 1 = \underbrace{1\dots1}_N$

число $2^N - 2^K$ при $K < N$ в двоичной системе записывается

как $N - K$ единиц и K нулей: $2^N - 2^K = \underbrace{1\dots1}_{N-K} \underbrace{0\dots0}_K$

Например:
р:

$$2^{1536} - 2^{1024} = \underbrace{1\dots10\dots0}_{N-K=512}$$

$$2^N + 2^N = 2 \cdot 2^N = 2^{N+1} \rightarrow 2^N = 2^{N+1} - 2^N \rightarrow -2^N = -2^{N+1} + 2^N$$

число 3^N записывается в троичной системе как единица и N нулей: $3^N = 1\underbrace{0\dots0}_N_3$

число $3^N - 1$ записывается в троичной системе как N двоек: $3^N - 1 = \underbrace{2\dots2}_N_3$

число $3^N - 3^M = 3^M \cdot (3^{N-M} - 1)$ записывается в троичной системе как $N-M$ двоек, за которыми стоят M нулей: $3^N - 3^M = \underbrace{2\dots2}_{N-M} \underbrace{0\dots0}_M_3$

$$3^2 = 9_{10} = 100_3$$

$$7^2 = 49_{10} = 100_7$$

$$3^3 = 27_{10} = 1000_3$$

$$7^3 = 343_{10} = 1000_7$$

$$8_{10} = 9 - 1 = 3^2 - 1 = 22_3$$

$$48_{10} = 49 - 1 = 7^2 - 1 = 66_7$$

$$26_{10} = 27 - 1 = 3^3 - 1 = 222_3$$

$$342_{10} = 343 - 1 = 7^3 - 1 = 666_7$$

$$3^3 - 3^2 = 27 - 9 = 18_{10} = 200_3$$

$$7^3 - 7^2 = 343 - 49 = 294_{10} = 600_7$$

В любой системе

счисления

число a^N в системе счисления с основанием a записывается как единица и N нулей:

$$a^N = \underbrace{10\dots0}_N_a$$

число $a^N - 1$ в системе счисления с основанием a записывается как N старших цифр этой системы счисления, то есть, цифр $(a-1)$:

$$a^N - 1 = \underbrace{(a-1)(a-1)\dots(a-1)}_N_a$$

число $a^N - a^M = a^M \cdot (a^{N-M} - 1)$ записывается в системе счисления с основанием a как $N-M$ старших цифр этой системы счисления, за которыми стоят M нулей:

$$a^N - a^M = \underbrace{(a-1)\dots(a-1)}_{N-M} \underbrace{0\dots0}_M_a$$

Сколько единиц в двоичной записи числа:

$$8^{502} - 4^{211} + 2^{1536} - 19?$$

$$= 2^{1506} - 2^{422} + 2^{1536} - \underbrace{2^4 - 2^1 - 2^0}_{19}$$

ВАЖНО!!!

1. В этой цепочке степени двойки надо записать по убыванию!!

$$2^N - 2^K$$

2. Представить выражение как сумму пар

$$2^N - 2^K = \underbrace{1 \dots 1}_{N-K} \underbrace{0 \dots 0}_K$$

Для этого используем свойства

$$-2^N = -2^{N+1} + 2^N$$

$$2^{1506} - 2^{422} + 2^{1536} - 2^4 - 2^1 - 2^0$$

Записали по убыванию

$$2^{1536} + 2^{1506} - 2^{422} - 2^4 - 2^1 - 2^0$$

$$-2^{423} + 2^{422}$$

$$-2^5 + 2^4$$

$$-2^2 + 2^1$$

$$2^{1536} + (2^{1506} - 2^{423}) + (2^{422} - 2^5) + (2^4 - 2^2) + (2^1 - 2^0)$$

1 ед-ца 1506-423=1083 ед-цы 422-5=417 ед-ц 2 ед-цы 1 ед-ца

**ИТОГО: 1+1083+417+2+1=1504
единиц**

Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $8^{740} - 2^{900} + 7$?

Как решать:

- Сначала считаем количество единиц в числе $(2^{2220} - 2^{900}) + 7$
- В скобках число содержит 1320 единиц и 900 нулей.
- Число $7=2^3-1$ содержит 3 единицы, следовательно, общее количество нулей на 3 меньше, т.е. $900-3=897$.

Сколько значащих нулей в двоичной записи числа

$$4^{350} + 8^{340} - 2^{320} - 12?$$

$$4^{350} + 8^{340} - 2^{320} - 12 = 2^{700} + 2^{1020} - 2^{320} - 2^3 - 2^2$$

$$- 2^{320} = - 2^{321} + 2^{320} ; \quad - 2^3 = - 2^4 + 2^3$$

Переписываем по возрастанию степеней двойки

$$\underbrace{2^{1020}}_1 + \underbrace{2^{700} - 2^{321} + 2^{320} - 2^4}_{379} + \underbrace{2^3 - 2^2}_1$$

Всего единиц $1+379+316+1=697$;

Разрядов в числе 1021

Нулей $1021 - 697 = 324$

Ответ: 324

Значение арифметического выражения записали в троичной СС

$27^4 - 9^5 + 3^8 - 25$. Сколько цифр «2» содержится в записи?

$$3^{12} - 3^{10} + 3^8 - 25 = 3^{12} - 3^{10} + 3^8 - \underbrace{3^3 + 3^1 - 3^0}_{25}$$

$$\underbrace{3^{12} - 3^{10}}_2 + \underbrace{3^8 - 3^3}_5 + \underbrace{3^1 - 3^0}_1 = \text{итого 8 двоек}$$

Значение арифметического выражения: $49^{10} + 7^{30} - 49$
записали в системе счисления с основанием 7.
Сколько цифр «6» содержится в этой записи?

$$7^{20} + 7^{30} - 7^2 = 7^{30} + \underbrace{7^{20} - 7^2}_{18 \text{ шестёрок}}$$

1 и 30 нулей

Ответ: 18 шестёрок

Сколько нулей содержится в троичной записи числа, которое представлено в следующем виде:

$$81^{1000} - 3^{1600} + 3^{800} + 2?$$

$$3^{4000} - 3^{1600} + 3^{800} + 2$$



2400 двоек и 1600

нулей

3^{800} - единица и 800

нулей

$$1600 - 2 = 1598$$

нулей

Самостоятель

НО

1. Результат арифметического выражения $2^{425} + 4^{850} - 2^{50} - 24$ записали в системе счисления с основанием 2. Сколько единиц содержится в этой записи?
2. Результат арифметического выражения $2^{500} + 4^{500} - 12$ записали в системе счисления с основанием 2. Сколько единиц содержится в этой записи?
3. Результат арифметического выражения $9^{30} + 3^{30} - 3^5$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр 2 содержится в этой записи?
4. Значение арифметического выражения: $9^{18} + 3^{54} - 9$ – записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Ответ ы

№1 - 421

№2 - 498

№3 - 25

№4 - 34