



ГАПОУ МО  
Подмосковный колледж  
Энергия СП  
Электроугли

# Задачи на вычисление площадей и объемов тел вращения и многогранников

г. Электроугли  
Московская область  
2022 г.

Выполнили студенты группы  
1ИКС1-21Э Евтихин Вадим и  
Мурзин Вячеслав

# Оглавление

## Глава 1

1.1 Многогранники

1.2 Тела вращения

1.3 Виды фигур

## Глава 2

2.1 Конус

2.2 Цилиндр

2.3 Шар

2.4 Призма

2.5 Пирамида

## Глава 3

3.1 Задачи про конус

3.2 Задачи про цилиндр

3.3 Задачи про шар

3.4 Задачи про призму

3.5 Задачи про пирамиду

Заключение

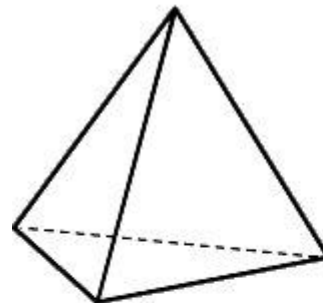
Источники

# Глава 1: Многогранники и тела вращения

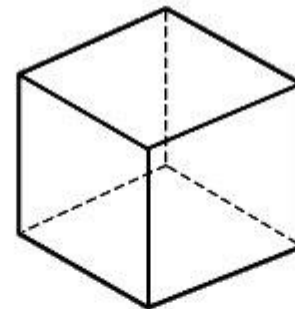
## 1.1 Многогранники

Для начала стоит разобраться что же за фигура многогранник:

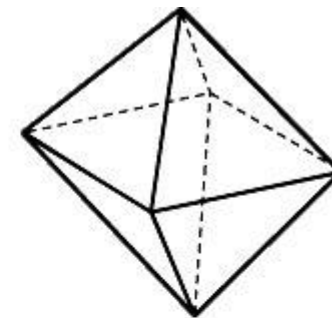
Многогранник — это геометрическое тело, ограниченное плоскими многоугольниками. Эти многоугольники называются гранями, линии их пересечения — ребрами, а угол, образованный гранями, сходящимися в одной точке — вершине, называется многогранным углом



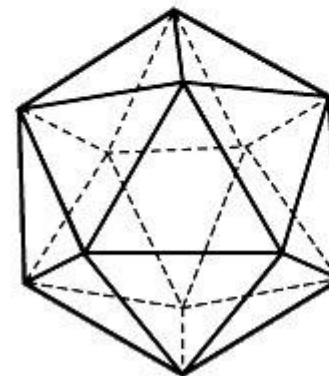
Тетраэдр



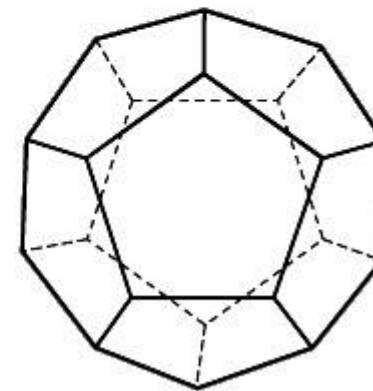
Куб



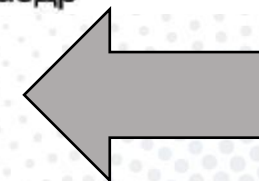
Октаэдр



Икосаэдр



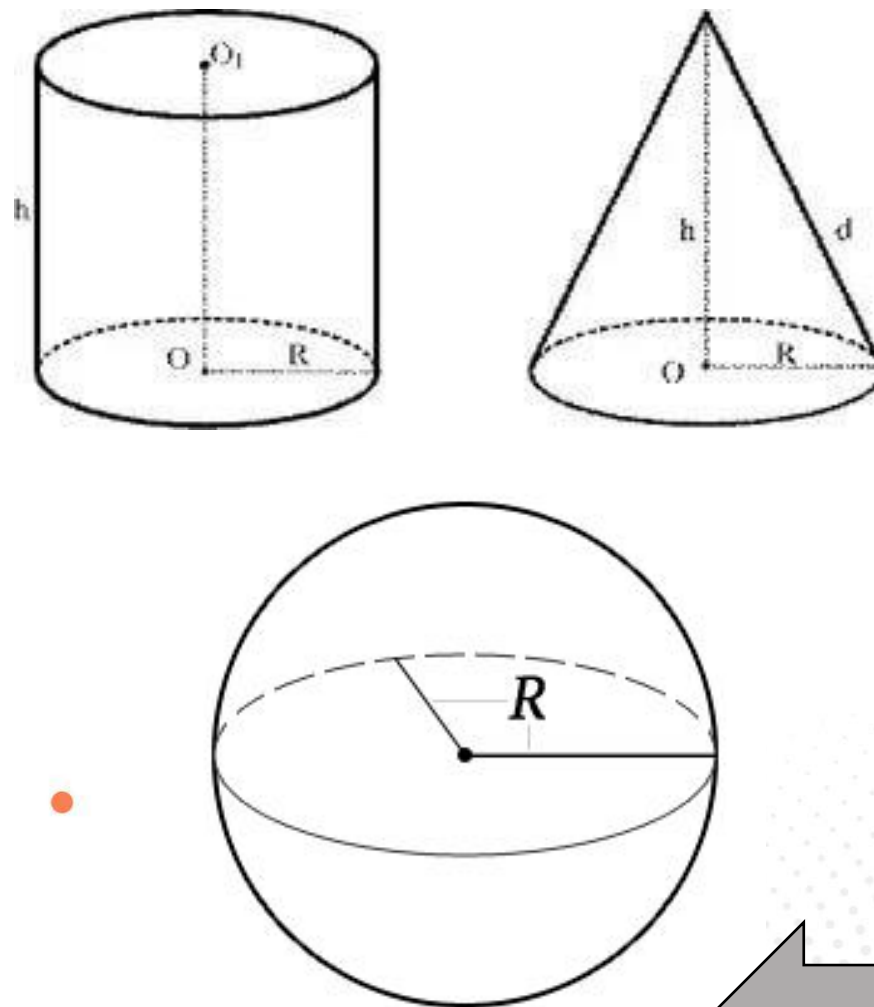
Додекаэдр



## 1.2 Тела вращения

Для полного понимания картины, следует узнать что такое тела вращения:

Тела вращения — фигуры, ограниченные поверхностями, которые получаются в результате вращения какой-либо линии вокруг неподвижной оси. Линия, которая при своем движении образует поверхность, называется образующей, а линия, по которой она перемещается — направляющей.

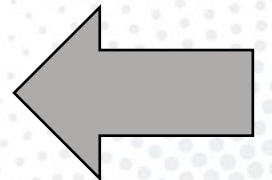
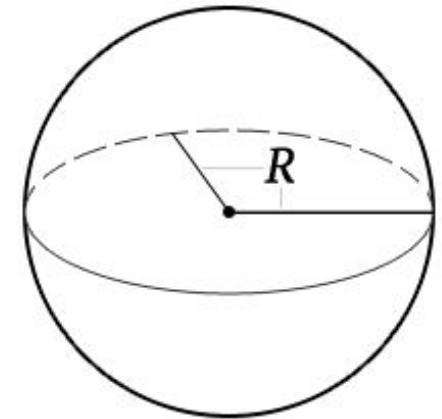
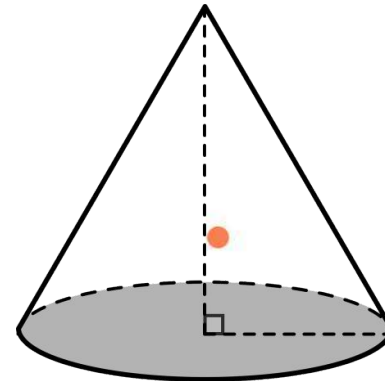
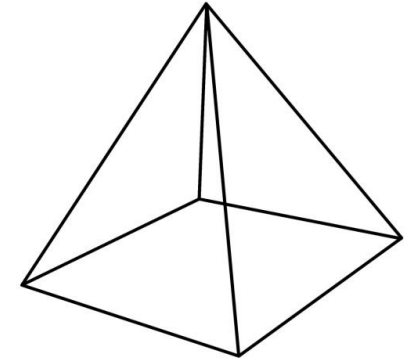
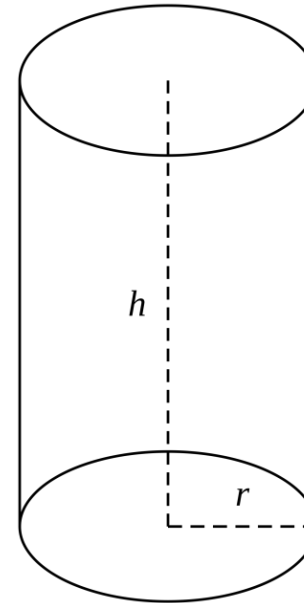
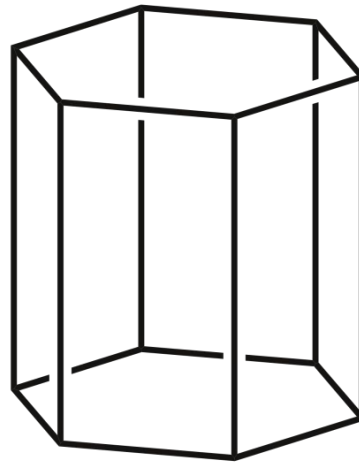


# 1.3 Виды фигур

Существует огромное множество как многогранников, так и тел вращения, но мы рассмотрим несколько наиболее часто встречающихся, это:

- Конус
- Цилиндр
- Шар
- Призма
- Пирамида

Далее мы рассмотрим каждую из них по отдельности и более подробно.

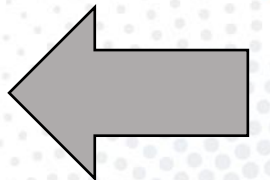
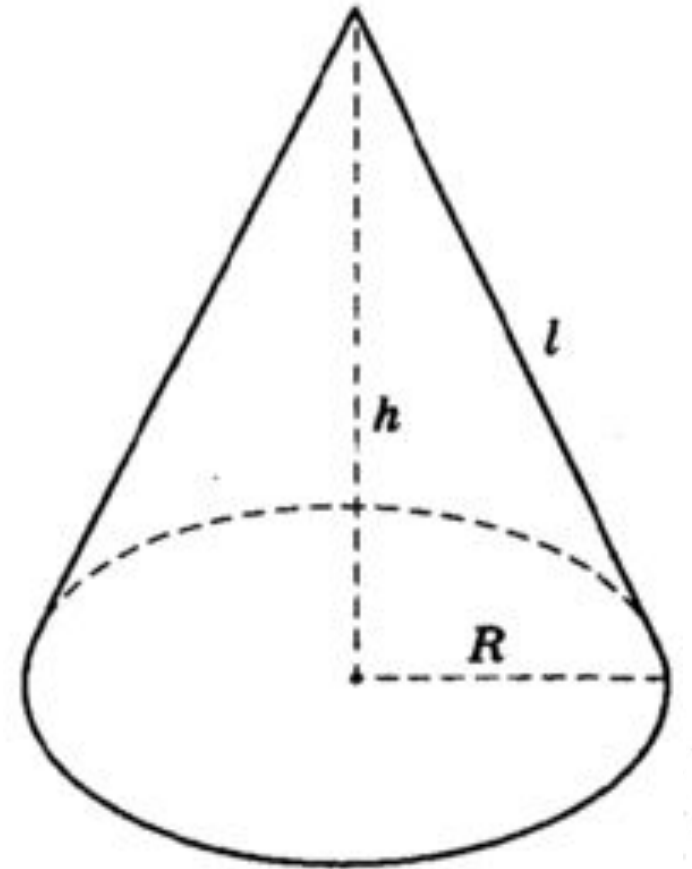


## 2.1 Конус

Объем конуса равен:  $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} Sh$

$R$  – радиус основания конуса,  
 $h$  – его высота.

Формула для вычисления объема конуса в точности совпадает с аналогичной формулой для пирамиды, так как конус – это, по сути, и есть пирамида, только в основании лежит «бесконечноугольник» – окружность.



## 2.2 Цилиндр

Все что вам необходимо сделать, что бы вычислить объём цилиндра, это найти его высоту и радиус основания и подставить их в формулу:

$$V = \pi r^2 h$$

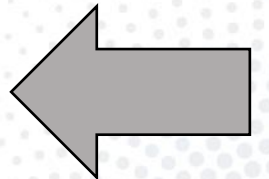
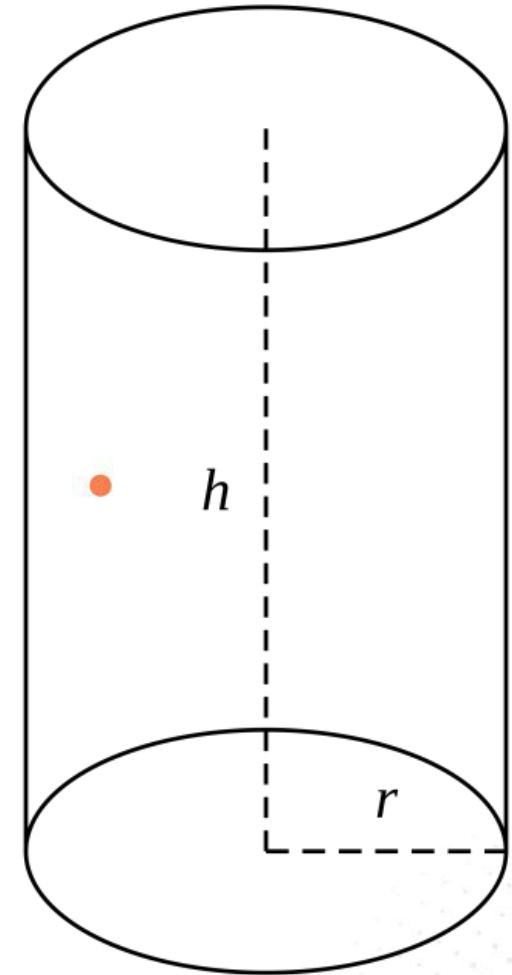
Где:

$r$  — радиус основания цилиндра,

$h$  — высота цилиндра

$\pi r^2$  — это формула площади круга, что в данном случае — площадь основания. Поэтому формулу объема цилиндра можно записать через площадь основания и высоту:

$$V = Sh$$



## 2.3 Шар

Объём сферы можно вычислить через радиус этой самой сферы:

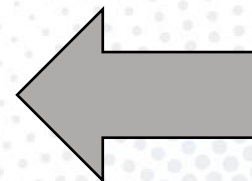
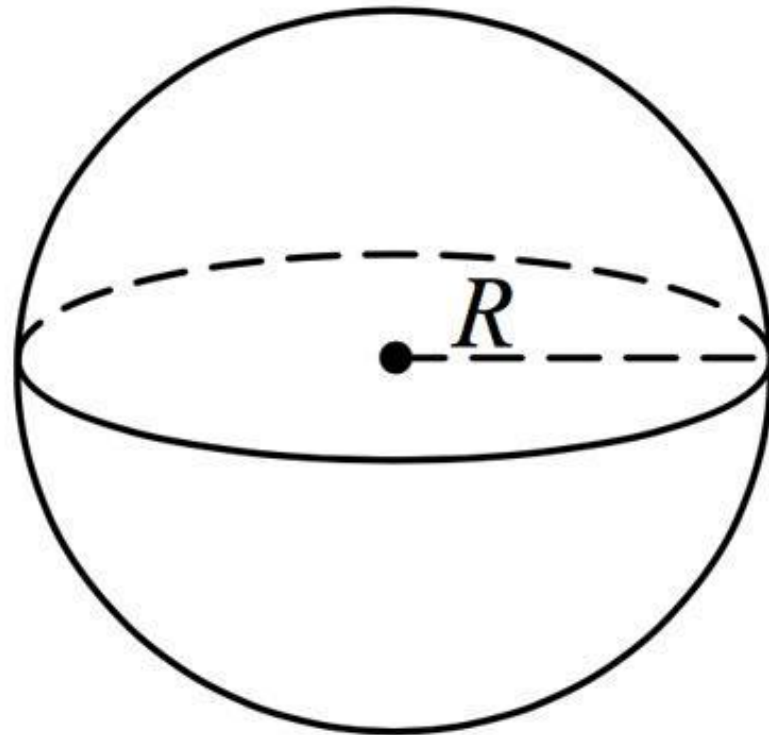
$$V = \frac{4}{3} \pi R^2$$

В этой формуле:

$V$  — это объём, который мы ищем

$R$  — радиус шара

$\pi$  — число Пи, которое равно 3,1415





## 2.4 Призма

Формула для вычисления объёма призмы:

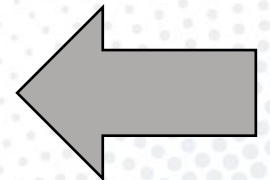
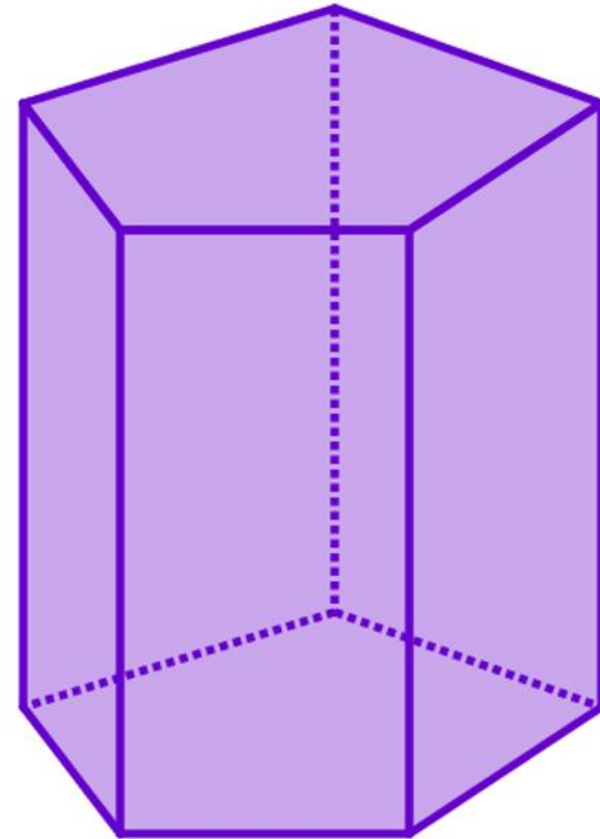
$$V=Sh$$

Где:

***S*** – площадь основания

***h*** – высота между основаниями

Которая получается при опускании перпендикуляра из любой точки основания на плоскость, в которой лежит другое основание этой призмы.



## 2.5 Пирамида

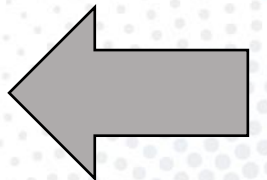
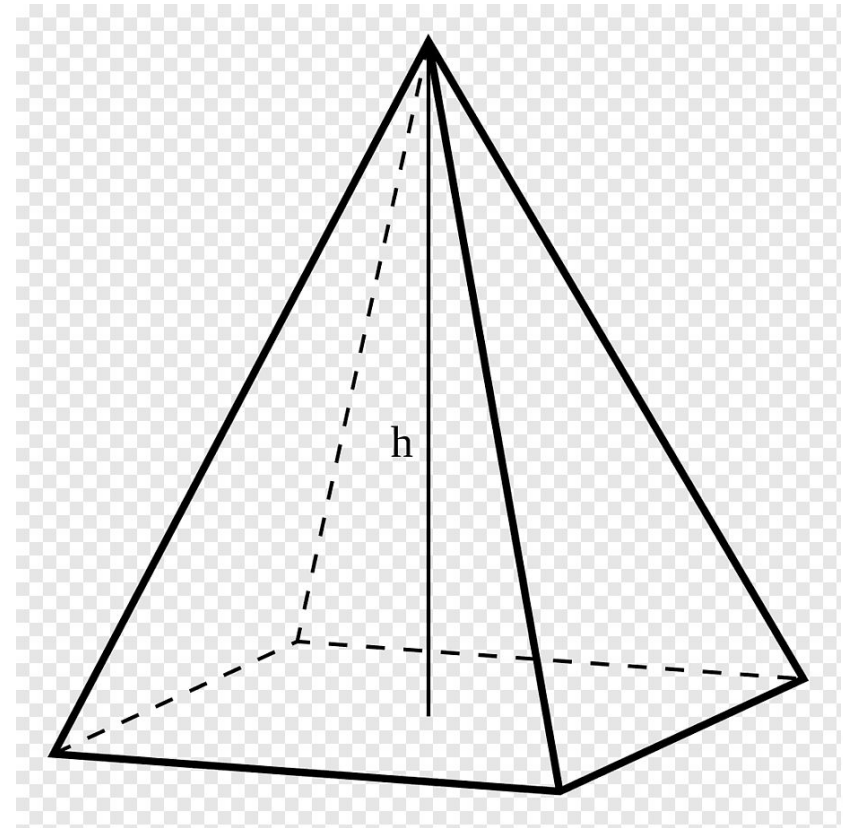
Формула для нахождения объема пирамиды через площадь основания и высоту:

$$V = \frac{1}{3}Sh$$

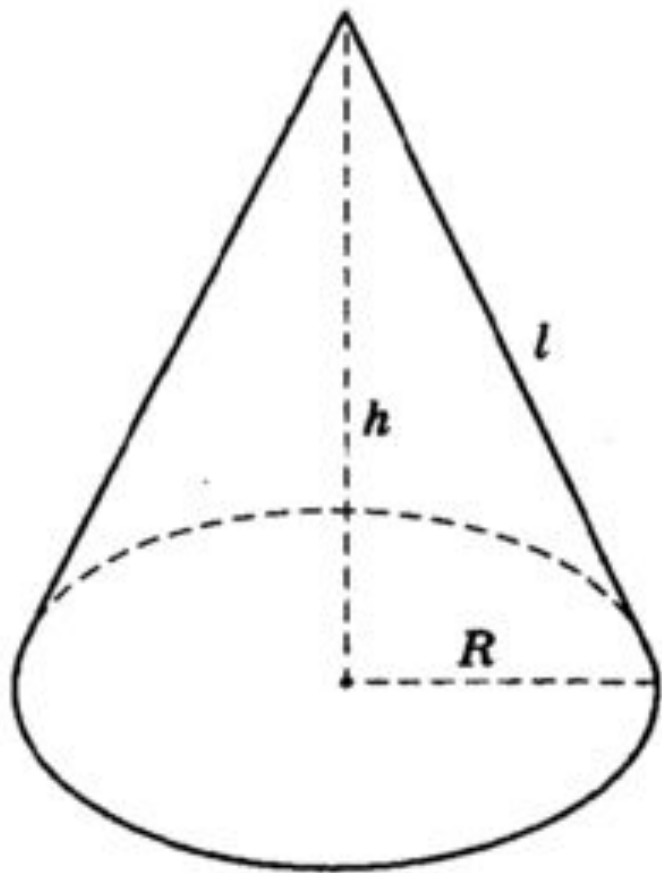
Где:

***S*** — площадь основания

***h*** — высота пирамиды.



**Конус. Задача 1.** Высота конуса равна 6, образующая равна 10.  
Найдите его объем, деленный на  $\pi$



**Решение.**

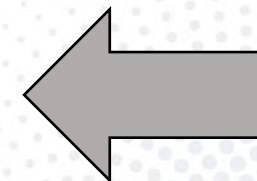
По теореме Пифагора найдем, что радиус основания равен

$$r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

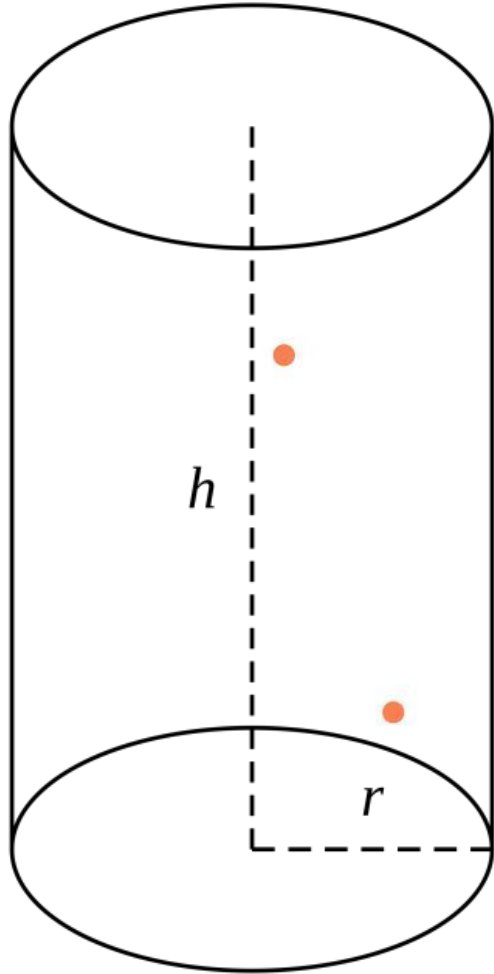
Тогда объем конуса, деленный на  $\pi$  :

$$\frac{v}{\pi} = \frac{1}{3} * \frac{Sh}{\pi} = \frac{1\pi * r^2 h}{3\pi} = \frac{1}{3} * 8^2 * 6 = 128$$

**Ответ: 128**



**Цилиндр. Задача 1.** Радиус основания цилиндра равен 2, высота равна 3. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на  $\pi$ .



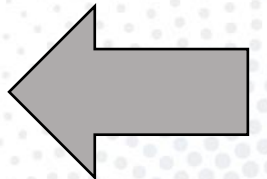
**Решение.**

Площадь боковой поверхности цилиндра

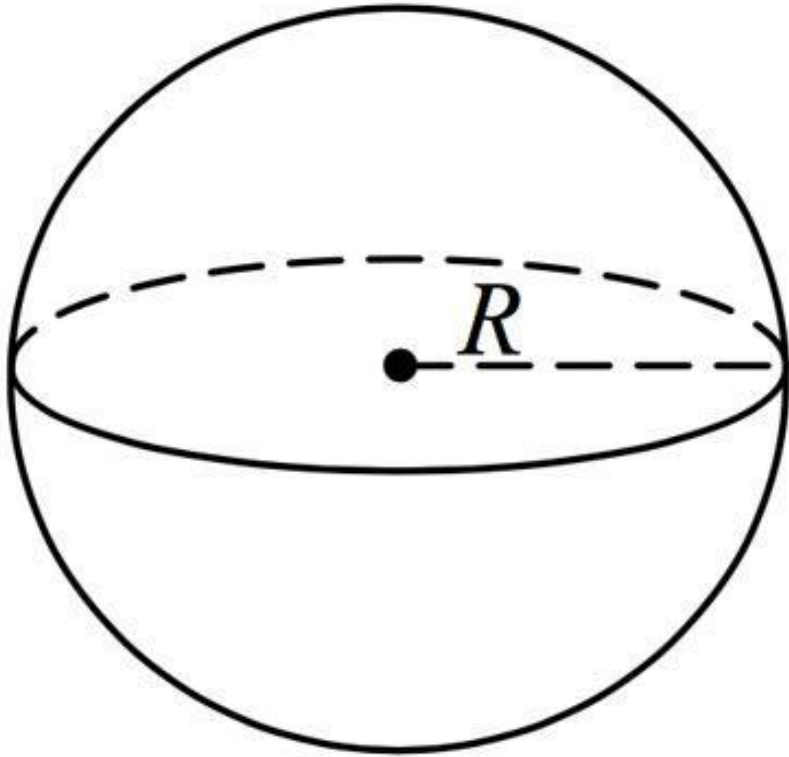
$$S = 2\pi R H, \text{ поэтому}$$

$$S = 2\pi * 2 * 3 = 12\pi.$$

**Ответ: 12**



**шар** **Задача 1.** Объем шара равен  $288\pi$ . Найдите площадь его поверхности, деленную на  $\pi$ .



**Решение.**

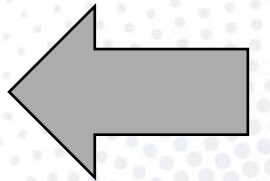
Объем шара радиуса  $R$  вычисляется по формуле:

$$V_{\text{шар}} = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad \text{Откуда, } R = 3 \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = 3 \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 288\pi}{4\pi}} = 6$$

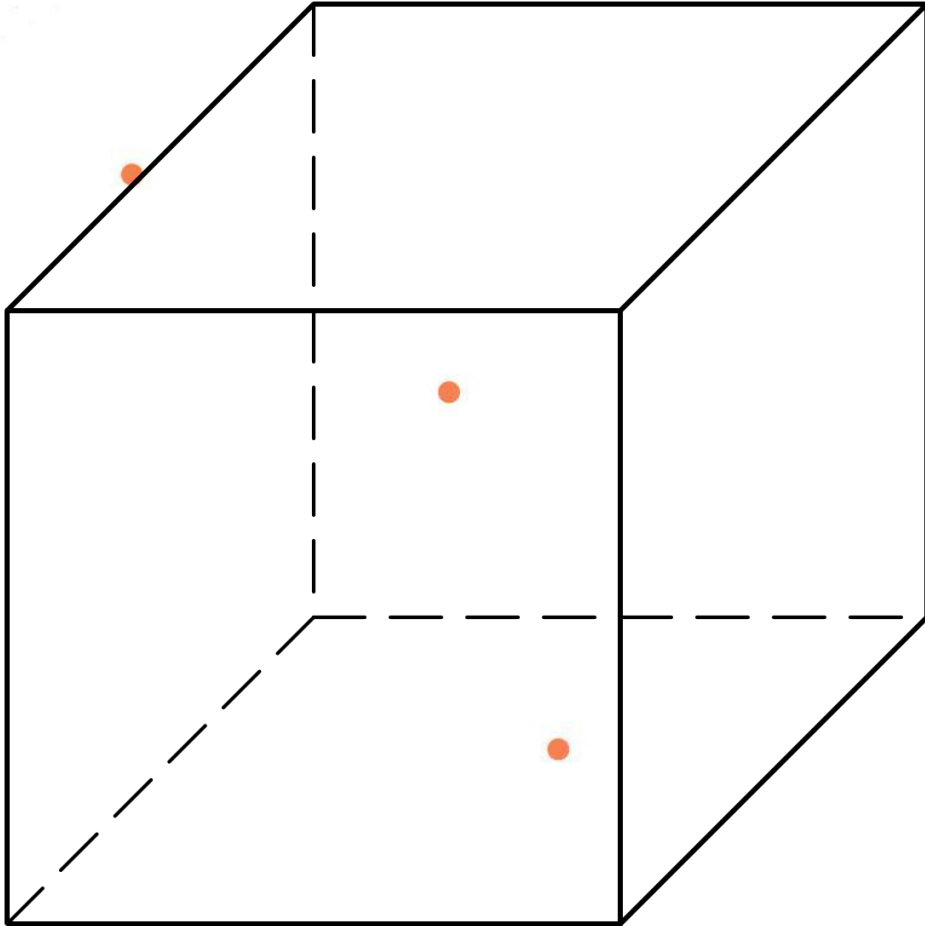
Площадь его поверхности:

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi * 6^2 = 144\pi$$

**Ответ: 144**



**Призма. Задача 1.** Площадь поверхности куба равна 18.  
Найдите его диагональ.

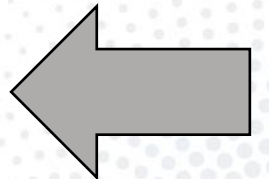


**Решение.**

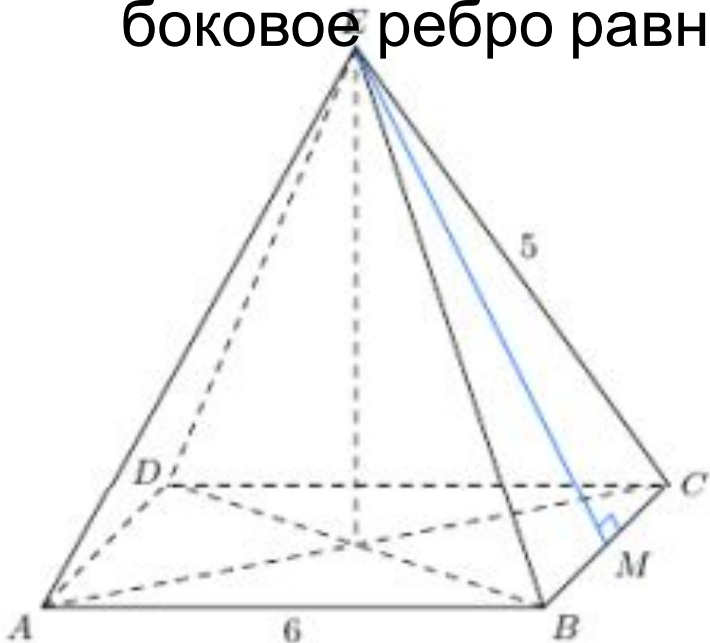
Пусть ребро куба равно  $a$ , тогда  
площадь поверхности куба  $2S = 6a^2$ ,  
а диагональ куба  $d = a\sqrt{3}$

$$\text{Тогда, } d = 3 \sqrt{\frac{s}{6}} = \sqrt{\frac{3 \cdot s}{6}} = \sqrt{\frac{s}{2}} = \sqrt{9} = 3$$

**Ответ: 3**



**Пирамида** **Задача 1.** Найти площадь поверхности правильной четырёхугольной пирамиды, у которой сторона основания равна 6, а боковое ребро равно 5.



**Решение.**

Пусть ABCDE – данная пирамида. Площадь основания 12 пирамиды равна:  $S_{\text{осн.}} = 6^2 = 36$

Остаётся найти площадь боковой поверхности.

Проведём высоту EM боковой грани пирамиды.

Треугольник BEC равнобедренный; значит. EM является также его медианой, и потому  $MC = 3$ .

Отсюда:

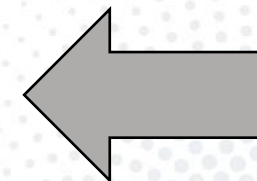
$$EM = \sqrt{EC^2 + MC^2} = \sqrt{5^2 + 3^2} = 4$$

Следовательно, площадь  $S_1$  боковой грани равна:  $S_1 = \frac{1}{2} * BC * EM = \frac{1}{2} * 6 * 4 = 12$

$$S_{\text{бок.}} = 4S_1 = 4 * 12 = 48,$$

$$S = S_{\text{осн.}} + S_{\text{бок.}} = 36 + 48 = 84$$

**Ответ: 84**



# Заключение

Знания полученные сегодня действительно можно считать полезными, поскольку вопросы связанные с нахождением объёма и площади различных тел являются актуальными во все времена, и их можно применить не только к пределам математического класса, но и на практике, в повседневной жизни.



# Список использованных источников

- ТУТ ИСТОЧНИКИ НАПИШИ ПЖ, я помню ты где то записывал их там учебники какие то были найди и напиши. тут славик красавчик в попку чмокаю

