

**ВоГУ**

*Лекция 29 (11)*

**Магнитное поле в  
веществе  
Закон полного тока  
Граничные условия**

**Кузина Л.А.,**

**к.ф.-м.н.,**

**2017 г. доцент**

# План

1. Закон полного тока для магнитного поля в веществе
2. Условия для магнитного поля на границе раздела двух изотропных сред
3. Поле тороида
4. Магнитные цепи

## Закон полного тока для магнитного поля в веществе

По закону полного тока для магнитного поля в вакууме, циркуляция вектора магнитной индукции для поля **в вакууме** по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охваченных контуром, умноженной на магнитную постоянную

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i$$

**В веществе нужно учитывать также микроток; индукция результирующего поля определяется суммой внешнего поля токов проводимости (макротоков) и поля микротоков вещества:**

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \left( \sum_i I_i^{\text{макро}} + \sum_k I_k^{\text{микро}} \right)$$

# Закон полного тока для магнитного поля в веществе

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left( \sum_i I_i^{\text{макро}} + \sum_k I_k^{\text{микро}} \right)$$

$$B = \mu\mu_0 H = \mu \cdot B_0$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu\mu_0 \sum_i I_i^{\text{макро}}$$

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_i I_i^{\text{макро}}$$

Циркуляция вектора напряжённости магнитного поля равна алгебраической сумме макротоков (токов проводимости), охваченных контуром

# Закон полного тока для магнитного поля в веществе

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum_i I_i^{\text{макро}}$$

Циркуляция вектора напряжённости магнитного поля равна алгебраической сумме макротоков (токов проводимости), охваченных контуром

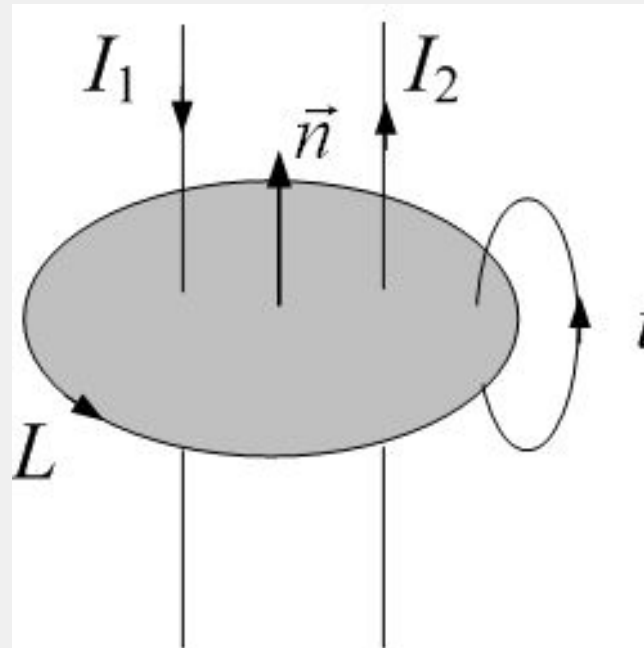
Пример:

Здесь

$I$  –

макроток

$i$  – микроток

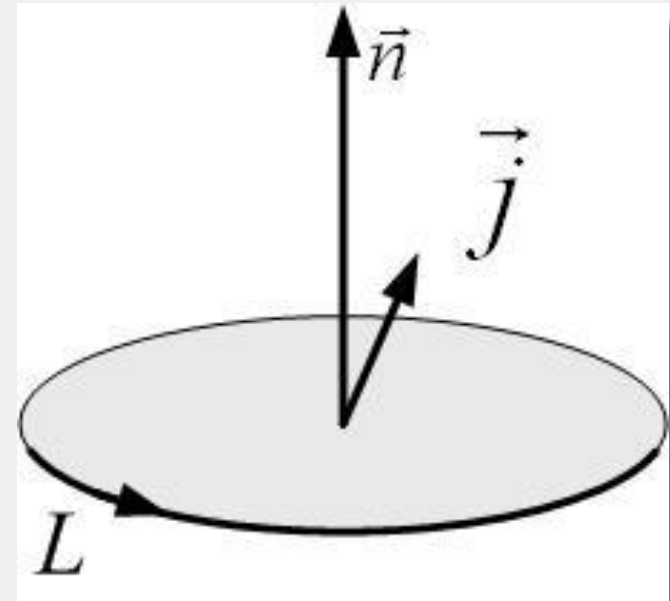


$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I_2 - I_1$$

# Закон полного тока для магнитного поля в веществе

Если заданы не токи, а плотность тока:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j}^{\text{макро}} d\vec{S}$$



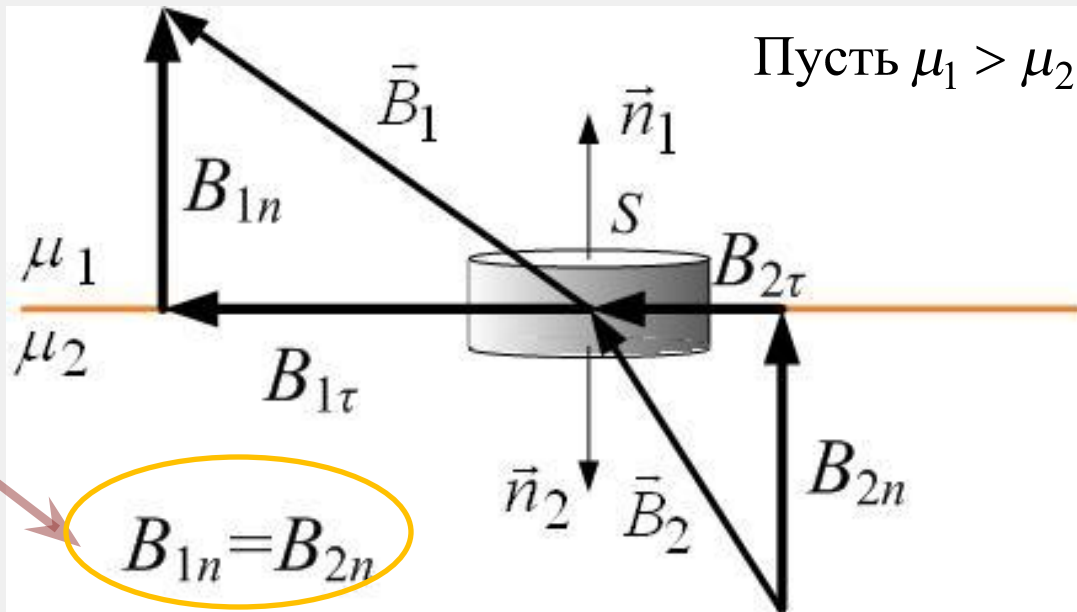
Интеграл берётся по любой поверхности, натянутой на контур  $L$

# Условия для магнитного поля на границе раздела двух изотропных сред

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint_S B_n \cdot dS = 0$$

$$B_{2n}S - B_{1n}S = 0$$



$$B_{1n} = B_{2n}$$

Нормальная составляющая индукции непрерывна на границе магнетиков

$$B_n = \mu\mu_0 H_n$$

$$\begin{cases} B_{1n} = \mu_1\mu_0 H_{1n} \\ B_{2n} = \mu_2\mu_0 H_{2n} \end{cases}$$

$$\mu_1\mu_0 H_{1n} = \mu_2\mu_0 H_{2n}$$

$$\frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

Нормальная составляющая напряжённости испытывает разрыв

**Условия для магнитного поля на границе раздела двух изотропных сред**

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = H_{2\tau} \cdot l - H_{1\tau} \cdot l = 0$$

Касательная

составляющая напряжённости непрерывна

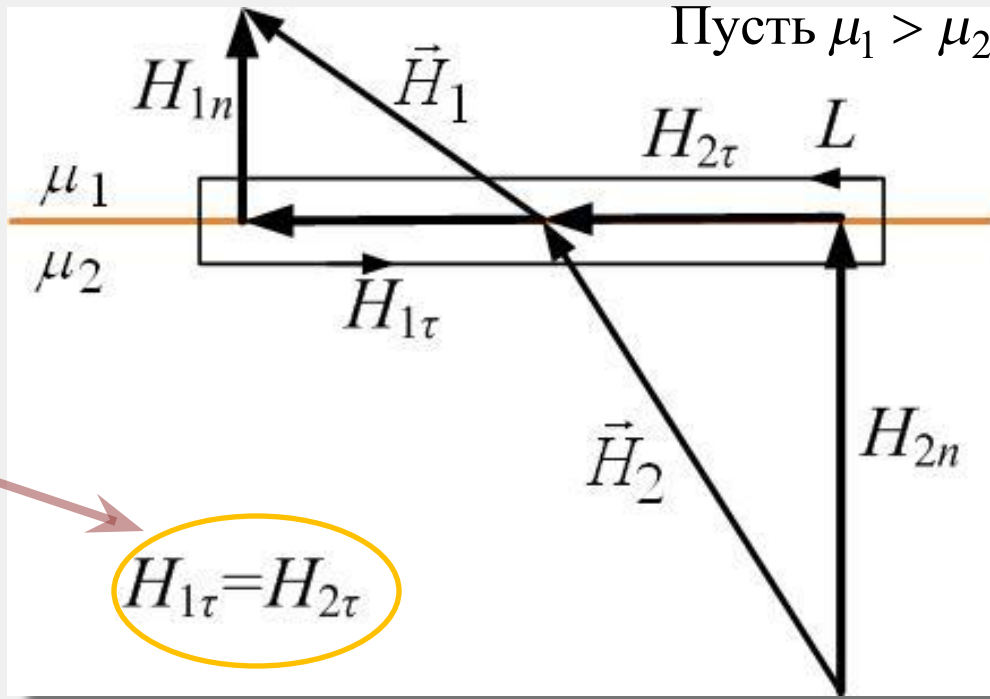
$$B_{\tau} = \mu\mu_0 H_{\tau}$$

$$\begin{cases} H_{1\tau} = \frac{B_{1\tau}}{\mu_1\mu_0} \\ H_{2\tau} = \frac{B_{2\tau}}{\mu_2\mu_0} \end{cases}$$

$$\frac{B_{1\tau}}{\mu_1\mu_0} = \frac{B_{2\tau}}{\mu_2\mu_0}$$

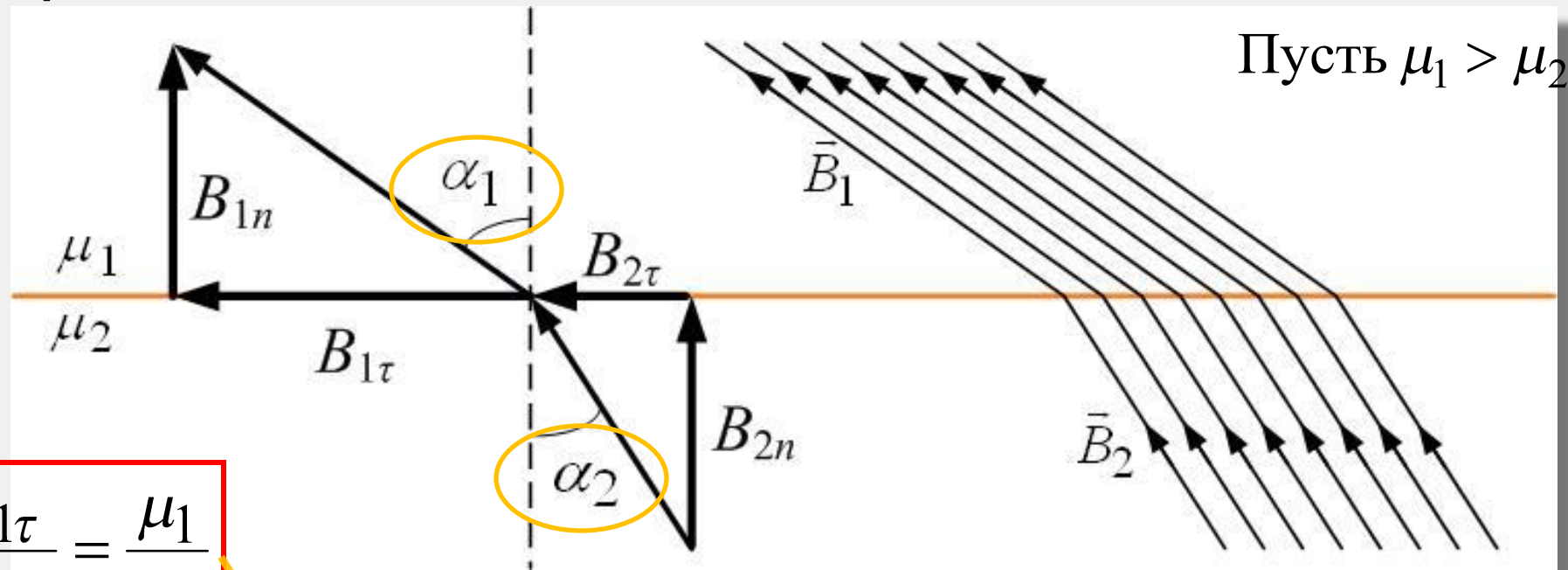
$$\frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

Касательная составляющая индукции на границе магнетиков испытывает разрыв





Линии индукции непрерывны на границе ; испытывают преломление



$$\frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{B_{1\tau} / B_{1n}}{B_{2\tau} / B_{2n}} = \frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

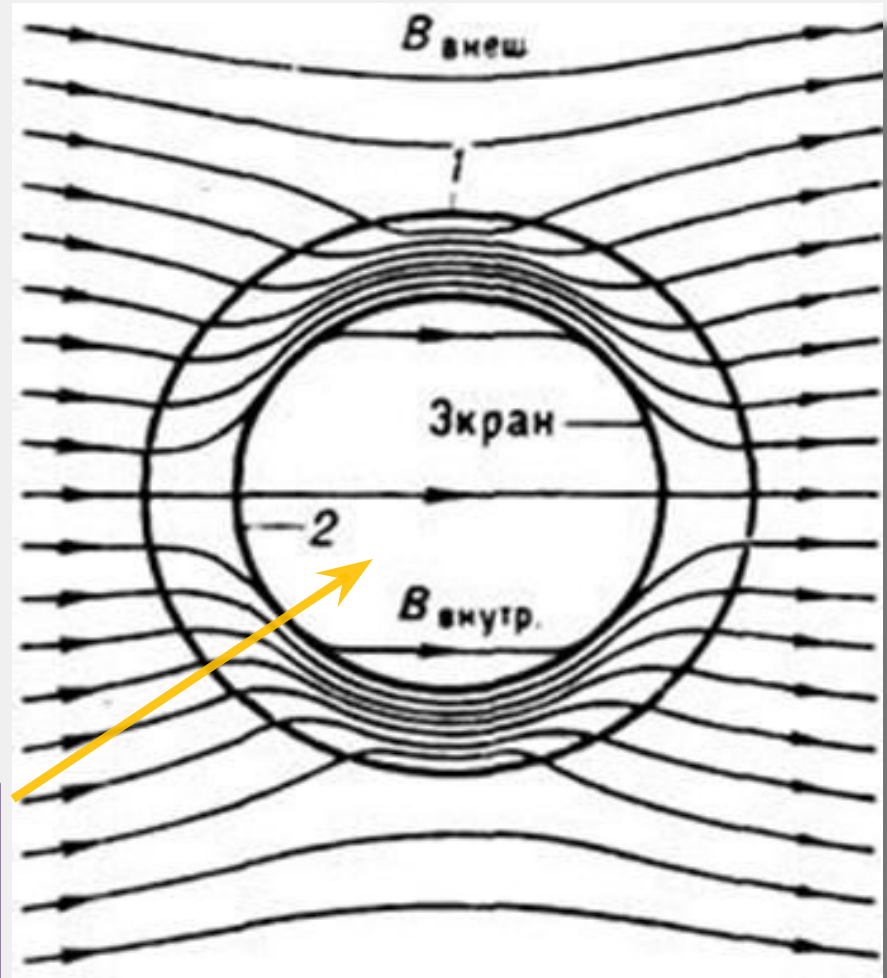
$$B_{1n} = B_{2n}$$

Угол к нормали больше в магнетике с большей магнитной проницаемостью , в такой магнетике линии индукции сгущаются (индукция больше)

Линии индукции сгущаются  
в магнетике с большей  
магнитной проницаемостью

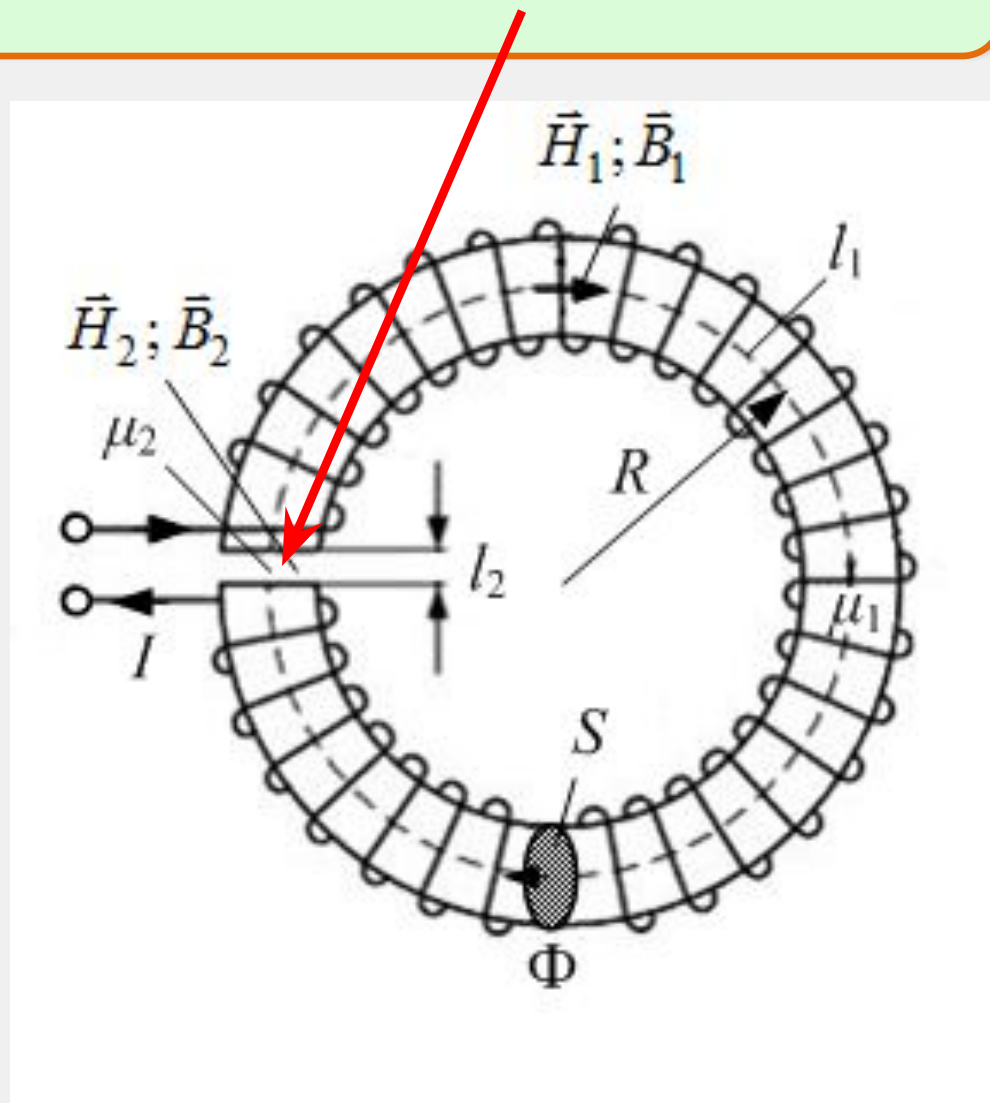
Это можно использовать  
для экранирования

Внутри ферромагнитной  
трубки поле ослаблено



Свойство сгущения линий в ферромагнетике используется для создания сильных полей в зазоре сердечника электромагнита

$B_{2n} = B_{1n}$   
Линии индукции замкнуты  
Магнитный поток в зазоре сердечника тороида практически не рассеивается  
Индукция в зазоре практически такая же, как в сердечнике



Расчёт индукции поля в зазоре толщиной  $\delta$  ферромагнитного сердечника с магнитной проницаемостью  $\mu$  тороидальной катушки со средним радиусом  $R$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = N \cdot I \Rightarrow \oint_L \vec{H} d\vec{l} = H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2$$

$$B_1 = B_2 = B$$

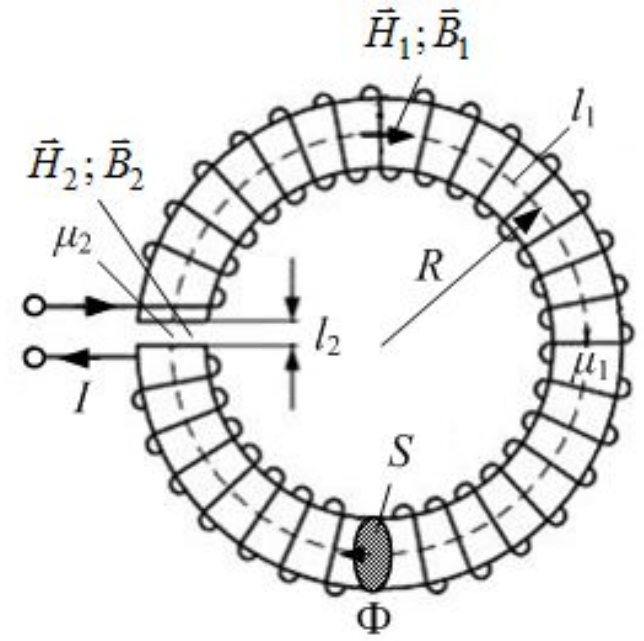
$$H_1 = \frac{B}{\mu_0 \mu_1}$$

$$H_2 = \frac{B}{\mu_0 \mu_2}$$

$$\frac{B}{\mu_0 \mu_1} l_1 + \frac{B}{\mu_0 \mu_2} l_2 = N \cdot I$$

$$B = \frac{N \cdot I}{\frac{l_1}{\mu_0 \mu_1} + \frac{l_2}{\mu_0 \mu_2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 \mu N \cdot I}{2\pi R + \delta(\mu - 1)}$$



$$\delta = l_2$$

$$l_1 = 2\pi R - \delta$$

## Магнитные цепи

Магнитный поток в магнитной цепи играет роль, аналогичную электрическому току в электрической цепи.

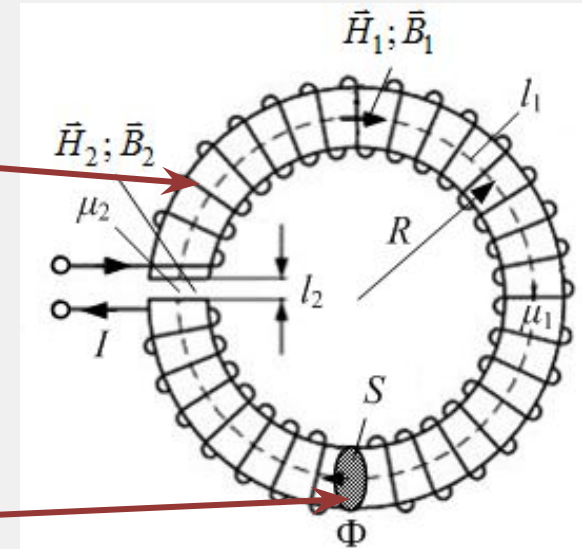
Во всех сечениях неразветвленной магнитной цепи

$\Phi = \text{const}$   
Магнитной цепью называется совокупность тел или областей пространства, в которых сосредоточено магнитное поле

$$B = \frac{N \cdot I}{\frac{l_1}{\mu_0 \mu_1} + \frac{l_2}{\mu_0 \mu_2}}$$

Магнитный поток  $\Phi$ :

$$\Phi = B \cdot S = \frac{N \cdot I}{\frac{1}{\mu_0 \mu_1} \cdot \frac{l_1}{S} + \frac{1}{\mu_0 \mu_2} \cdot \frac{l_2}{S}}$$



## Магнитные цепи

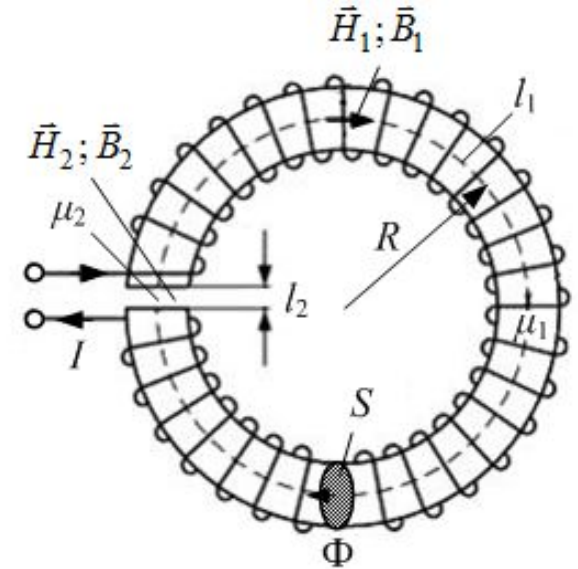
$$\Phi = B \cdot S = \frac{N \cdot I}{\frac{1}{\mu_0 \mu_1} \cdot \frac{l_1}{S} + \frac{1}{\mu_0 \mu_2} \cdot \frac{l_2}{S}}$$

Определени  
я:

- Магнитодвижущая сила  $\mathcal{E}_m = NI$
- Магнитное сопротивление  $R_m = \frac{1}{\mu_0 \mu_1} \cdot \frac{l_1}{S}$
- Магнитное напряжение  $U_m = H \cdot l$

Закон Ома:

$$\Phi = \frac{\mathcal{E}_m}{R_{m1} + R_{m2}}$$



# Формальная аналогия величин и законов для электрических и магнитных цепей

Электрическая цепь		Магнитная цепь	
Сила тока	$I$ $A$	Магнитный поток	$\Phi = B \cdot S$ $B\delta$
ЭДС (электродвижущая сила)	$\mathcal{E}$ $B$	МДС (магнитодвижущая сила)	$\mathcal{E}_m = NI$ $A$
Электрическое сопротивление	$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{l}{S}$ $Ом$	Магнитное сопротивление	$R_m = \frac{1}{\mu_0 \mu} \cdot \frac{l}{S} = \frac{1}{\gamma_m} \cdot \frac{l}{S}$ $Гн^{-1}$
Удельная проводимость	$\gamma$ $Ом^{-1}м^{-1}$	Удельная магнитная проводимость	$\gamma_m = \mu_0 \mu$ $\frac{Гн}{м}$
Электрическое напряжение	$U$ $B$	Магнитное напряжение	$U_m = H \cdot l$ $A$
Закон Ома	$U = I \cdot R$	Закон Ома	$U_m = \Phi \cdot R_m$
Первый закон Кирхгофа	$\sum_i I_i = 0$	Непрерывность магнитных силовых линий (теорема Гаусса)	$\sum_i \Phi_i = 0$
Второй закон Кирхгофа	$\sum_i (IR)_i = \sum_i \mathcal{E}_i$	Закон полного тока	$\sum_i (H \cdot l)_i = \sum_i \mathcal{E}_{mi}$ $\sum_i U_{mi} = \sum_i \mathcal{E}_{mi}$

Модель намагничивания парамагнетика

<https://www.youtube.com/watch?v=nOjBP1MA89o>

Диа- и парамагнетики в неоднородном поле

<https://www.youtube.com/watch?v=Jf4xb4GjjEU>

**Петля гистерезиса ферромагнетика**

<https://www.youtube.com/watch?v=dbTYezvUNC8&list=PLD0529BBBD9EBBDAE79C14&index=17>

**Домены**

<https://www.youtube.com/watch?v=tvURKJIPiqs&list=PLD0529BBBD9EBBDAE79C14&index=16>

Точка Кюри

[https://www.youtube.com/watch?v=ERWR8\\_qSmEI](https://www.youtube.com/watch?v=ERWR8_qSmEI)