Лекция №4
по дисциплине : «Метрология стандартизация и сертификация»

Тема: «Обработка многократных измерений»

Учебные вопросы:

- **Вопрос №1** Обработка результатов неравноточных измерений.
- **Вопрос №2** Обработка прямых многократных равноточных измерений.

Вопрос №*1*

Обработка результатов неравноточных измерений.

измерений.

Если обработке подлежат ряды измерений, выполненные в разных условиях или разными операторами, или в разное время, то для оценки действительного значения измеряемой величины необходимо проверить их на равноточность.

Для проверки гипотезы равноточности двух рядов, состоящих из $\boldsymbol{n_1}$ и $\boldsymbol{n_2}$ результатов измерений, вычисляют эмпирические дисперсии для каждого ряда

$$s_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_1}(x_i - \overline{X_1})^2}{n_1 - 1}} \quad \text{и} \quad s_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_1}(x_i - \overline{X_2})^2}{n_2 - 1}}$$

Затем находят дисперсионное отношение

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

Которое составляется так, чтобы $\boldsymbol{s_1 > s_2}$.

измерений.

Значения F_q для различных уровней значимости q и степеней свободы $k_1=n_1-1$ и $k_2=n_2-1$ берутся из таблицы критерия Фишера или вычисляются по аппроксимирующим уравнениям. (Уравнения и таблица будут рассмотрены на лабораторной работе)

Для проверки равноточности результатов измерений применяется также критерий Романовского R. Для этого определяют отношение

$$R = \frac{|Q-1|}{s(Q)}$$

где

$$Q = \frac{n_2-3}{n_1-1} * \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

и

$$s(Q) = \sqrt{\frac{2(n_1+n_2)-4}{(n_1-1)(n_2-3)}}$$

Результаты наблюдений считаются равноточными, если $R < 3$.

Обработка неравноточных измерений сводиться к определению достоверного значения измеряемой величины и оценке воспроизводимости измерений.

измерений.

Пусть некоторая величина X была измерена многократно различными операторами и в разных условиях. В процессе измерений получены следующие результаты $x_1, x_2 \ldots x_n$ со средними квадратическими отклонениями $s_1, s_2 \ldots s_n$, то наблюдение $\overline{X_p}$ может быть найдено по форму

$$\overline{X_p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{s_i^2}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{s_i^2}}$$

Для удобства вычислений по этой формуле вводят веса $p_i = \frac{\mu^2}{s_i^2}$, где μ^2 – некоторый коэффициент, выбранный таким образом, чтобы отношение $\frac{\mu^2}{s_i^2}$ было близким к единице.

С учетом этого предыдущую формула имеет следующий вид:

$$\overline{X_p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} p_i}$$

измерений.

Среднее квадратическое отклонение результатов измерений вычисляется по формуле

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i-1}^{n} p_i (x_i - \bar{X}_p)^2}{n-1}}$$

а для оценки среднего квадратичного отклонения S_{X_p} весового среднего $\overline{X_p}$ используется формула

$$S_{X_p} = \frac{s}{\sqrt{\sum_{i-1}^{n} p_i}}$$

Если значение s_i не вычислялись, а известны лишь средние значения величины в каждой i-й серии (x_i) и количество наблюдений n_i, то весовое среднее вычисляется по формуле

$$\bar{X}_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i}$$

неравноточных измерений.

Выполнено шесть серий измерений значения размера и получены следующие результаты: значение размера в ***i***-й серии: 20,617; 20,666; 20,643; 20,635; 20,629 и 20,654. Среднее квадратическое отклонение размера в ***i***-й серии:32; 24; 18; 20; 16; 16.

1. Выберем значение μ^2 равным, например, 24 (значение среднего квадратичного отклонения во второй серии – s_2).

2. Вычислим веса p_i по формуле $p_i = \frac{\mu^2}{s_i^2}$. Получим соответственно:

0,5625; 1; 1,778; 1,44; 1,5; 1,5.

3. Вычислим весовое среднее:

$\overline{X_p}$ = (20,617*0,5625 + 20,666*1 + 20,643*1,778 + 20,635*1,44 + + 20,629*1,5 + 20,654*1,5)/(0,5625 + 1 + 1,778 + 1,44 + 1,5 + 1,5) = 20,642.

4. Вычислим среднее квадратичное результатов измерений ***S***:

$$S = \left[\frac{(20{,}617 - 20{,}6419)^2 * 0{,}5625 + \cdots + (20{,}654 - 20{,}6419)^2 * 0{,}5625}{0{,}5625 + 1{,}778 + 1{,}44 + 2{,}25 + 2{,}25}\right]^{0,5} = 1{,}846 * 10^{-2}$$

неравноточных измерений.
(продолжение)

5. Вычислим среднее квадратичное отклонение весового среднего по формуле:

$$S_{X_p} = \frac{s}{\sqrt{\sum_{i-1}^{n} p_i}} = \frac{1{,}846 * 10^{-2}}{1{,}846 * 10^{-2}/(0{,}565 + 1 + 1{,}178 + 1{,}44 + 2{,}25 + 2{,}25)^{0{,}5}} = 6{,}06 * 10^{-3}\text{мм.}$$

6. Результат представим в виде:

$$X_p = 20{,}6419 \pm 6{,}06 * 10^{-3}$$

Вопрос №2

Обработка прямых многократных равноточных измерений.

Введение.

Как уже говорилось на предыдущих лекциях, многократные измерения обычно проводятся для уменьшения влияния возможных погрешностей. Результат каждого измерения при этом дает оценку измеряемой величины.

Результат наблюдения отличается от истинного значения измеряемой величины из-за наличия случайной Δ и систематической Δc, составляющих погрешности

$$x' = X + \Delta_c + \Delta$$

Если систематическая погрешность результата измерений известна, то вводят поправки

$$u_i = -\Delta_c$$

Подставив в верхнюю формулу получаем:

$$x = X + \Delta$$

Если результаты измерений подчиняются нормальному закону распределения, то, как уже отмечалось, оптимальной оценкой распределения X является среднее арифметическое результатов измерений

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Алгоритм обработки прямых многократных равноточных измерений.

В общем случаи алгоритм обработки результатов измерений сводиться к следующему.

1. Исключают из результатов наблюдений известные систематические погрешности. Если известно, что все результаты наблюдений имеют одинаковую систематическую погрешность, ее исключают из результата измерений.
2. Если есть подозрение о наличии грубых погрешностей, то их исключают из результатов измерения, используя критерии, приведенные в лекции №2.
3. Вычисляют среднее арифметическое $\bar{X}$ исправленных результатов наблюдений.
4. Вычисляют оценку среднего квадратичного отклонения результата измерений по фор

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

5. Рассчитывают оценку среднего квадратичного отклонения среднего арифметического значения по форму $\sigma(x) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Алгоритм обработки прямых многократных равноточных измерений. (Продолжение)

6. Определяют принадлежность результатов измерений нормальному распределению.

При числе результатов измерений $\boldsymbol{n}$ > 50 для проверки этой гипотезы используют критерий $\boldsymbol{\omega}$ или $\boldsymbol{\chi 2}$.

Если 15 < $\boldsymbol{n}$ < 50, то используют составной критерий (ГОСТ 8.207-76).

При n ≤ 15 гипотеза о нормальности распределения не проверяется. В. этом случае предполагается, что вид закона распределения известен заранее. Обработка результатов измерения при n < 15 приведена в ГОСТ 8.532-2002.

6.1. Проверка гипотезы с помощью составного критерия.

6.1.1. Определяется отношение ***d*** ***<u>(Критерий 1)</u>***: $d = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{X}|}{nS_x}$

6.1.2. Выбирают уровень значимости критерия (обычно $0{,}02 < \boldsymbol{q_1} < 0{,}1$ или в % $2 < \boldsymbol{q_1} < 10$

равноточных измерений. (Продолжение Критерий 1)

6.1.3. Определяют теоретические значения критерия $\frac{q}{2}$, и $1-\frac{q}{2}$ по таблице или рассчитывают по следующим формулам:

при $\frac{q_1}{2} = 0.01$

$$d_{0,01;n} = \frac{1,1946 + 0,0075 \ln n}{1 + \ln n(0,1508 - 0,01153 \ln n)}$$

при $1 - \frac{q_1}{2} = 0.01$

$$d_{0,01;n} = \frac{0,7167 + n(-0,0412 - 0,0036n)}{1 + n(-0,0625 - 0,0046n)} (0,34\%)$$

при $\frac{q_1}{2} = 0.05$

$$d_{0,05;n} = \frac{1,1617 + 0,0891 \ln n}{1 + \ln n(0,2403 - 0,0105) \ln n)} (0,66\%)$$

при $1 - \frac{q_1}{2} = 0.05$

$$d_{0,05;n} = \sqrt{\frac{0,4728 + 0,01624n}{1 + n(0,02467 + 1,686 * 10^{-5}n}} (0,03\%)$$

при $\frac{q_1}{2} = 0.1$

$$d_{0,10;n} = \frac{1,2242 + 0,5783 \ln n}{1 + 0,8069 \ln n} (0,04\%)$$

при $1 - \frac{q_1}{2} = 0.1$

$$d_{0,10;n} = \frac{0,6013 + 0,0436n}{1 + n(0,0563 + 1,0775 * 10^{-6}n}} (0,65\%)$$

Значения квантилей распределения составного критерия d

n	$\frac{q}{2}$			$1-\frac{q}{2}$		
	0,01	*0,05*	*0,10*	*0,01*	*0,05*	*0,10*
11	*0,9359*	*0,9073*	*0,8899*	*0,7409*	*0,7153*	*0,6675*
16	*0,9137*	*0,8884*	*0,8733*	*0,7452*	*0,7234*	*0,6829*
21	*0,9001*	*0,8768*	*0,8631*	*0,7495*	*0,7304*	*0,6950*
26	*0,8901*	*0,8686*	*0,8570*	*0,7530*	*0,7360*	*0,7040*
31	*0,8827*	*0,8625*	*0,8511*	*0,7559*	*0,7404*	*0,7110*
36	*0,8769*	*0,8578*	*0,8468*	*0,7583*	*0,7440*	*0,7167*
41	*0,8722*	*0,8540*	*0,8436*	*0,7640*	*0,7470*	*0,7216*
46	*0,8682*	*0,8508*	*0,8409*	*0,7621*	*0,7496*	*0,7256*
51	*0,8648*	*0,8481*	*0,8385*	*0,7636*	*0,7518*	*0,7291*

Формулы справедливы для 11≤n≤50

Гипотеза о нормальности по критерию d принимается, если

$$d_{1-\frac{q_1}{2}} \le n \le d_{\frac{q_1}{2}}$$

В противном случаи отвергается

равноточных измерений. (Продолжение Критерий 2)

6.2. ***Критерий 2*** введен дополнительно для проверки «концов распределения». Считается, что результаты наблюдений соответствуют нормальному распределению, если не более m разностей $|x_i - \bar{X}|$ превзойдет значение $t_{\frac{p}{2}} S_x$, где $t_{\frac{p}{2}}$ - квантель распределения нормированной функции Лапласа, отвечающий вероятности $\frac{P}{2}$.

Вероятность P определяют по n и q как корень уравнения:

$$1 - \sum_{i=1}^{m} C_n^k (1-P)^2 P^{n-k} = q$$

Значения P из уравнения

n	m	Уровень значимости ***q***		
		0,01	0,02	0,03
10	1	0,98	0,98	0,96
11-14	1	0,99	0,98	0,97
15-20	1	0,99	0,99	0,98
21-22	2	0,98	0,97	0,96
23	2	0,98	0,98	0,96
24-27	2	0,98	0,98	0,97
28-32	2	0,99	0,98	0,97
33-35	2	0,99	0,98	0,98
36-39	2	0,99	0,99	0,98

Для нахождения P по заданным n и q составлена таблица.

При 10 < ***n*** < 20 следует принимать ***m***-1, а при 20 < ***n*** < 50 следует принимать ***m***-2.

Гипотеза о нормальности принимается, если число разностей $|x_i - \bar{X}|$, больше $t_{\frac{p}{2}} S_x$, не превышает ***m***.

<u>Пример №2 О</u>бработки прямых многократных равноточных измерений.

6.3. В результате точечной обработки результатов измерений имеем: $\boldsymbol{q}$ = 0,02; $\boldsymbol{n}$ = 16; $\boldsymbol{P}$ = 0,09; $\boldsymbol{S_x}$ =0,206.

По формуле $t_{\frac{P}{2}} = Z_{\frac{P}{2}}$;

$$Z_{\frac{P}{2}} = \frac{0{,}490593052 - 0{,}48122423P}{1 - 1{,}75082783P + 0{,}753815248P^2} = 2{,}5807$$

Тогда $t_{\frac{P}{2}} S_x$ = 2,5807*0,206 = 0,5316.

При $\boldsymbol{q}$ = 0,02; $\boldsymbol{n}$ = 16 из таблицы находим m(m=1). Если ни одно из значений $|x_i - \bar{X}|$ ряда измерений не превышает 0,5316 то гипотеза о нормальности распределения принимается.

И в общем случае гипотеза о нормальности принимается, если для проверяемой группы измерений выполняются оба критерия.

Уровень значимости составного критерия $\boldsymbol{q=q_1+q_2}$,

где $\boldsymbol{q_1}$ – уровень значимости для критерия 1 (d-критерия);

$\boldsymbol{q_2}$- то же для критерия 2.

Алгоритм обработки прямых многократных равноточных измерений. (Продолжение)

7. Находят доверительную погрешность результата измерений и доверительный интервал для среднего квадратичного отклонения.

7.1. Нахождение доверительных интервалов при известной точности измерений. Если заранее известна средняя квадратичная погрешность σ^*, то доверительный интервал имеет вид:

$$|x_i - \bar{X}| < \frac{t_p \sigma^*}{\sqrt{n}}$$

Значение ***t=tp*** определяется по заданной доверительной вероятности Р из условия ***2Ф(t) = P***.

7.2. Нахождение доверительного интервала при неизвестной точности измерений. Доверительный интервал принимает следующий вид:

$$|x_i - \bar{X}| < \frac{t_p(k) S_x^*}{\sqrt{n}}$$

где ***k=n-1***, а множитель ***$t_p(k)$*** зависит от доверительной вероятности Р и числа измерений n. Уровень значимости ***q=1-P.***

Значения множителя ***$t_p(k)$*** можно определить по формулам приведенным в предыдущей лекции.

Пример №3 Обработки прямых многократных равноточных измерений. (Продолжение)

В результате 10 измерений получены следующие результаты: $\bar{X} = 36{,}06$, среднее квадратичное отклонение $S_x = 0{,}25$. Вычислить доверительные границы интервала, в котором находится действительное значение величины $\boldsymbol{x}$ с доверительной вероятностью $\boldsymbol{P} = 0{,}99$.

Решение. Число степеней свободы $\boldsymbol{k = n - 1 = 10 - 1 = 9}$.

Находим множитель

$$t_{0,99;k} = 2{,}611993239 + \frac{3{,}623001823}{k} + \frac{21{,}81293438}{k^2} - \frac{34{,}8629238}{k^3} + \frac{70{,}47492516}{k^4} =$$

$$= 2{,}611993239 + \frac{3{,}623001823}{9} + \frac{21{,}81293438}{9^2} - \frac{34{,}8629238}{9^3} + \frac{70{,}47492516}{9^4} = 3{,}2467.$$

Тогда

$$|x_i - 36{,}06| < \frac{3{,}2467 * 0{,}25}{\sqrt{9}} = 0{,}2706$$

Значение величины $\boldsymbol{x}$ будет находиться в диапазоне

$$36{,}06 – 0{,}2706 < \boldsymbol{x} < 36{,}06 + 0{,}2706,$$

$$\text{т.е. } 35{,}789 < \boldsymbol{x} < 36{,}331.$$

Алгоритм обработки прямых многократных равноточных измерений. (Продолжение)

7. Находят доверительную погрешность результата измерений и доверительный интервал для среднего квадратичного отклонения.

7.3. Нахождение доверительных интервалов для средней квадратичной погрешности.

Для нахождения доверительных интервалов для средней квадратичной погрешности используют распределение χ2.

7.3.1. Определяем ***Pв*** и ***Pн*** по формулам

$$P_в = \frac{1+P}{2} \quad ; \quad P_н = \frac{1-P}{2}$$

7.3.2. Определяют число степеней свободы по формуле $\boldsymbol{k = n - 1}$.

7.3.3. Для получения значений ***Pв*** и ***Pн*** по уравнениям:

для $\boldsymbol{P}$=0,9; $\boldsymbol{q_1}$ = 1**-** $\boldsymbol{P}$ = 0,1

$$q = 1 - \frac{q_1}{2} = 0{,}95;\ \chi^2_{0{,}95} = \frac{-0{,}3326 + k(0{,}0048 + 0{,}0807k)}{1 + k(0{,}098 - 1{,}431 * 10^{-5}k)}$$

$$q = \frac{q_1}{2} = 0{,}05;\ \chi^2_{0{,}05} = \frac{1{,}7646 + k(2{,}8089 + 0{,}2545k)}{1 + k(0{,}1996 - 0{,}00023k)}$$

Алгоритм обработки прямых многократных равноточных измерений. (Продолжение)

Для ***P***=0,96; $q_1 = 1 - P = 0{,}04$

$$q = 1 - \frac{q_1}{2} = 0{,}98;\quad \chi^2_{0{,}98} = \frac{0{,}05967 + k(-0{,}1969 + 0{,}0843k)}{1 + k(0{,}115 - 0{,}00017k)}$$

$$q = \frac{q_1}{2} = 0{,}02;\quad \chi^2_{0{,}02} = \frac{2{,}9421 + k(3{,}6275 + 0{,}3194k)}{1 + k(0{,}2323 - 0{,}0004k)}$$

Для ***P***=0,99; $q_1 = 1 - P = 0{,}02$

$$q = 1 - \frac{q_1}{2} = 0{,}99;\quad \chi^2_{0{,}99} = \frac{0{,}2121 + k(-0{,}2456 + 0{,}075k)}{1 + k(0{,}1064 - 0{,}00018k)}$$

$$q = \frac{q_1}{2} = 0{,}01;\quad \chi^2_{0{,}01} = \frac{5{,}8422 + k(2{,}1579 + 0{,}0161k)}{1 + k(0{,}0266 - 0{,}00014k)}$$

Значение χ^2_q при различном уровне значимости $q = 1 - P$

K	*при уровне значимости q=1-P*								
	0,99	*0,95*	*0,90*	*0,80*	*0,50*	*0,20*	*0,10*	*0,05*	*0,02*
2	*0,02*	*0,10*	*0,21*	*0,45*	*1,39*	*3,22*	*4,61*	*5,99*	*7,82*
4	*0,30*	*0,71*	*1,06*	*1,65*	*3,36*	*5,99*	*7,78*	*9,49*	*11,67*
6	*0,87*	*1,63*	*2,20*	*3,07*	*5,35*	*8,56*	*10,65*	*12,59*	*15,03*
8	*1,65*	*2,73*	*3,49*	*4,59*	*7,34*	*11,03*	*13,36*	*15,51*	*18,17*
10	*2,56*	*3,94*	*4,87*	*6,18*	*9,34*	*13,44*	*15,99*	*18,31*	*21,16*
12	*3,57*	*5,23*	*6,30*	*7,81*	*11,34*	*15,81*	*18,55*	*21,03*	*24,05*
14	*4,66*	*6,57*	*7,79*	*9,47*	*13,34*	*18,15*	*21,06*	*23,69*	*26,87*
16	*5,81*	*7,96*	*9,31*	*11,20*	*15,34*	*20,46*	*23,54*	*26,30*	*29,63*
20	*8,26*	*10,85*	*12,44*	*14,58*	*19,34*	*25,04*	*28,41*	*31,41*	*35,02*
25	*11,52*	*14,61*	*16,47*	*18,94*	*24,34*	*30,68*	*34,38*	*37,65*	*41,57*
30	*14,95*	*18,46*	*20,60*	*23,36*	*29,34*	*36,25*	*40,26*	*43,77*	*47,96*

По таблице находим значения $\chi^2_в$ и $\chi^2_н$

7.3.4. Определяют доверительный интеграл для среднеквадратичного отклонения:

$$\frac{\sqrt{n-1}}{\chi_н} S_x < \sigma < \frac{\sqrt{n-1}}{X_в} S_x$$

Пример №4 Обработки прямых многократных равноточных измерений. (Продолжение)

В результате 10 измерений получено среднее квадратичное отклонение $S_x = 1{,}3$. Требуется определить доверительный интервал для с вероятностью $\boldsymbol{P}$ = 0,90.

Решение. Число степеней свободы $\boldsymbol{k = n - 1 = 10 - 1 = 9}$.

$$P_н = \frac{1+P}{2} = \frac{1+0{,}90}{2} = 0{,}95$$ и $$P_в = \frac{1-P}{2} = \frac{1-0{,}90}{2} = 0{,}05$$

Находим по приведенных на предыдущих двух слайдах $\chi^2_в$ и $\chi^2_н$

$$\chi^2_в = \chi^2_{0,95;k} = \frac{-0{,}3326 + k(0{,}0048 + 0{,}0807k)}{1 + k(0{,}098 - 1{,}431 * 10^{-5}k)} =$$

$$= \frac{-0{,}3326 + 9(0{,}0048 + 0{,}0807 * 9)}{1 + 9(0{,}098 - 1{,}431 * 10^{-5} * 9)} = \frac{6{,}2473}{1 + 0{,}88084089} = 3{,}321546$$

$$\chi^2_н = \chi^2_{0,05;k} = \frac{1{,}7646 + k(2{,}8089 + 0{,}2545k)}{1 + k(0{,}1996 - 0{,}00023k)} =$$

$$= \frac{1{,}7646 + 9(2{,}8089 + 0{,}2545 * 9)}{1 + 9(0{,}1996 - 0{,}00023 * 9)} = \frac{47{,}5692}{2{,}77777} = 17{,}12496$$

Тогда $$\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{17{,}12496}}1{,}3 < \sigma_0 < \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{3{,}321546}}1{,}3$$

т.е. истинное значение σ с вероятностью 0,95 будет находиться в интервале $[0{,}9424316 < \sigma_0 < 2{,}1399]$

Алгоритм обработки прямых многократных равноточных измерений. (Продолжение)

8. Определяют границы неисключенной систематической погрешности. Если известно, что погрешность результата измерений определяется рядом составляющих неисключенных систематических погрешностей, каждая из которых имеет свои доверительные границы, то при неизвестных законах распределения их границы суммарной погрешности находят по формуле:

$$\Theta = k\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\Theta}$$

где: ***m*** – число неисключенных систематических составляющих погрешностей результата измерений;

К – коэффициент, принимаемый равным 1,1 при доверительной вероятности Р=0,95 и зависящий от числа составляющих неисключенных систематических погрешностей.

(Продолжение)

9. Определяют соотношение $\frac{\Theta}{\sigma_x}$

Если соотношени $\frac{\Theta}{\sigma_x} < 0,8$, то неисключенными погрешностями пренебрегают и в качестве границы погрешности результата измерений принимают $\Delta = \pm\frac{t_p(k)S^*}{\sqrt{n}}$

Если $\frac{\Theta}{\sigma_x} > 8$, то пренебрегают случайной погрешностью и считают, что $\Delta = \Theta$.

Если $0,8 < \frac{\Theta}{\sigma_x} < 8$, то при определении погрешности Δ необходимо учитывать и случайную и систематическую составляющую.

10. Определяю $\Delta = \pm kS_\Sigma$ погрешности результата измерений по формуле

где $k = \frac{\varepsilon + \Theta}{S_x + \sqrt{\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{m}\Theta_i}}$ $\quad S_\Sigma = \sqrt{\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{m}\Theta_i^2 + S_X^2}$ $\quad \varepsilon = \pm\frac{t_p(k)S_x^*}{\sqrt{n}}$

11. Представляют результата измерения и погрешности для случая симметричных доверительных границ в форме: X±Δ.