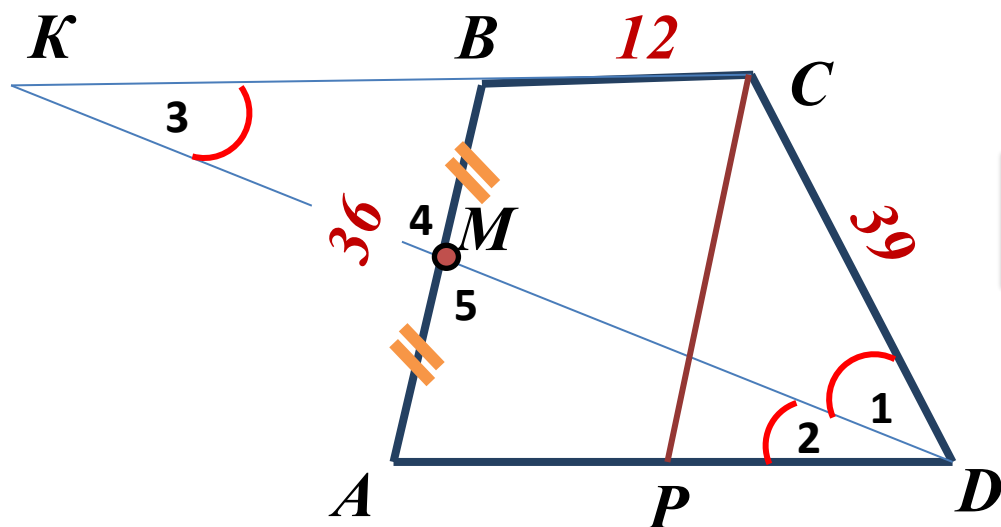


Вариант 1 № 26



План решения.

1. $\triangle KCD$ – равнобедренный,
 $KC = CD = 39$

2. $\triangle KBM = \triangle AMD$,
 $AD = 27$

3. Пусть $CP \parallel BA$, $ABCP$ – параллелограмм, $CP = 36$, $PD = 15$

4. В треугольнике CPD $CD = 39$, $CP = 36$, $PD = 15$.
По теореме, обратной теореме Пифагора $\triangle CPD$ –
прямоугольный, CP – высота трапеции.

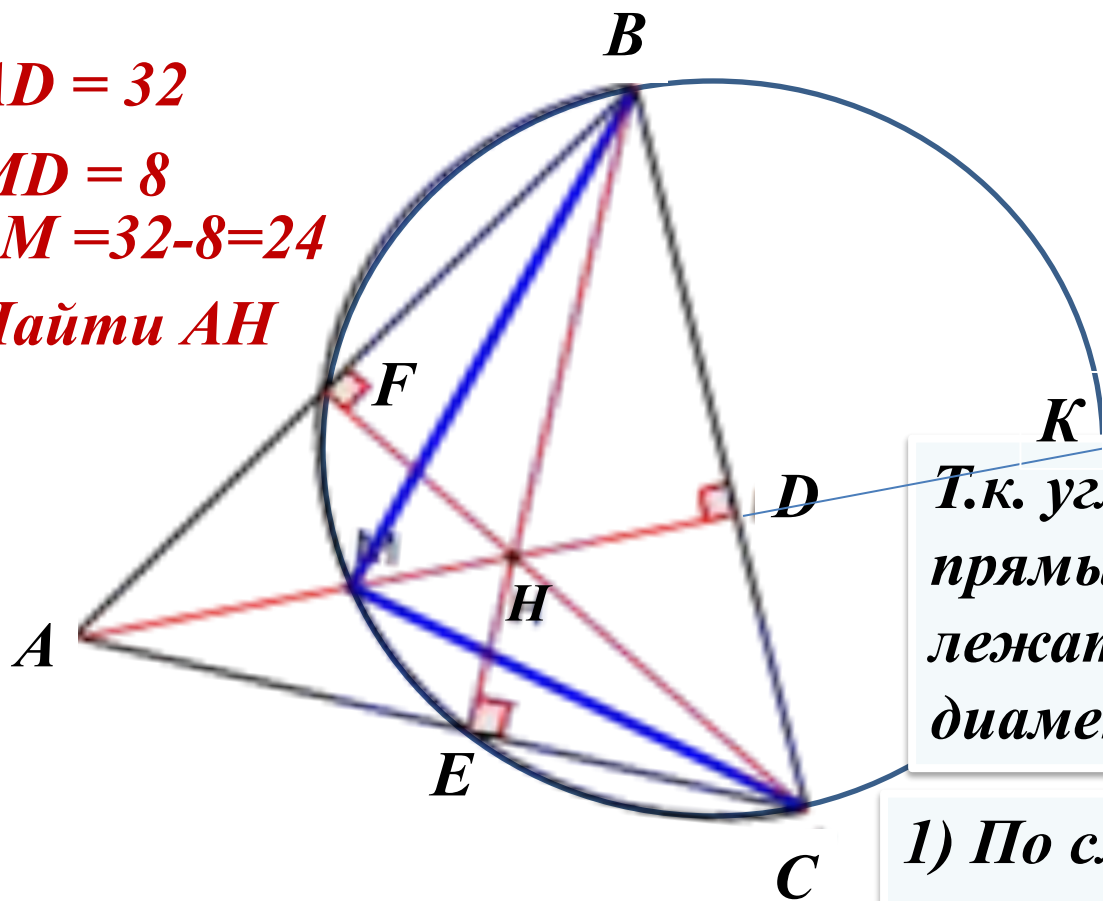
5. $S_{ABCD} = \frac{12+27}{2} \cdot 36 = 702$

$$AD = 32$$

$$MD = 8$$

$$AM = 32 - 8 = 24$$

Найти AH



Вариант 2 № 26

План решения.

Т.к. углы BMC , BFC , BEC – прямые, то их вершины лежат на окружности с диаметром BC .

1) По следствию из теоремы о секущей и касательной $AM \cdot AK = AF \cdot AB$,
 $24 \cdot (24 + 16) = AF \cdot AB = 960$

2) $\triangle AFH \sim \triangle ABD$, $\frac{AH}{AB} = \frac{AF}{AD}$, $AH = \frac{AF \cdot AB}{AD} = \frac{960}{32} = 30$

Вариант 3 № 26

План решения.

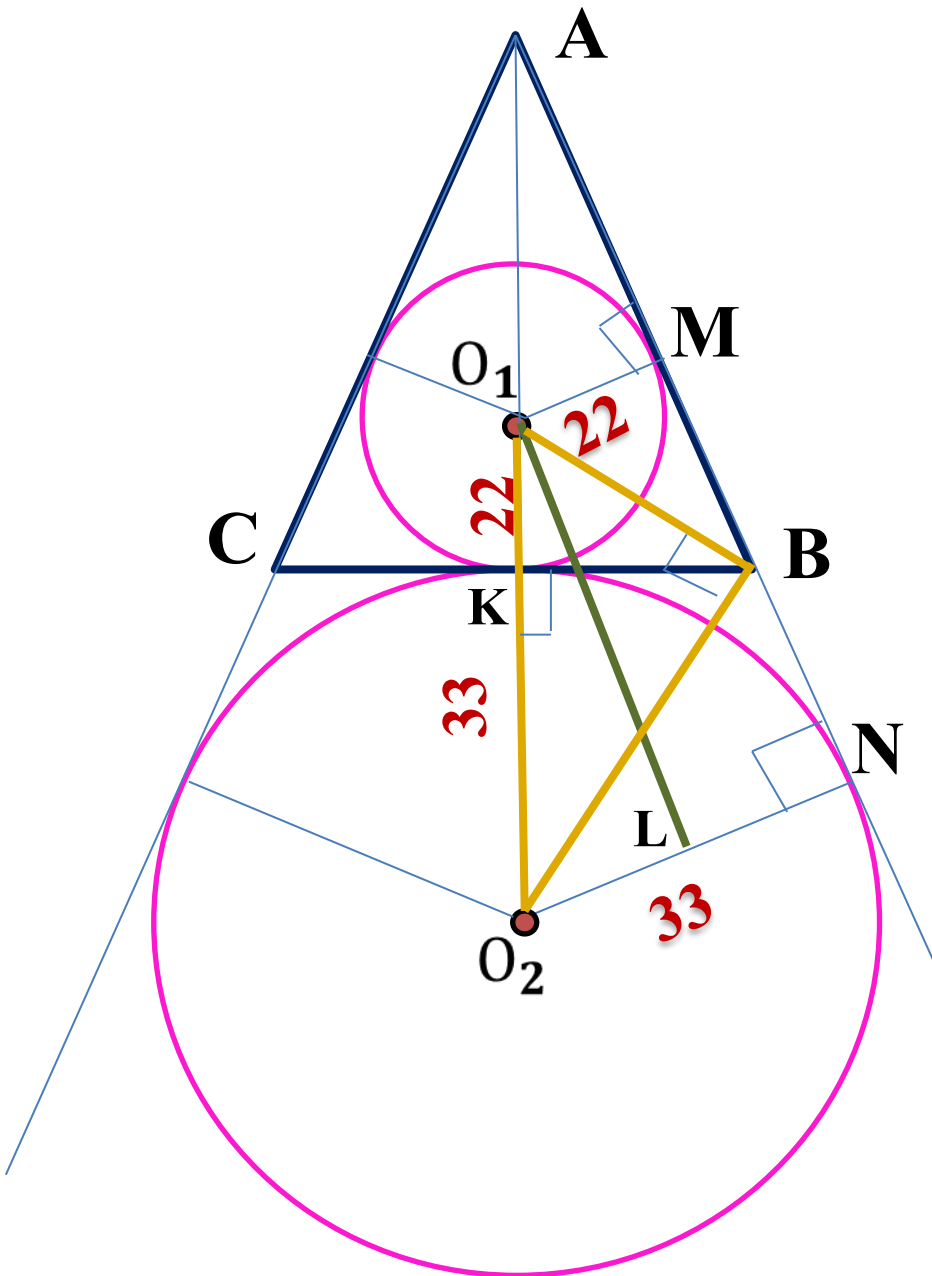
1. Пусть $O_1L \parallel MN$,
 $O_2L = 11$, $O_1L = 22\sqrt{6}$

2. $\triangle O_1O_2B$ – прямоугольный ,
 KB – высота , $KB = 11\sqrt{6}$

3. $\triangle O_1O_2L \sim \triangle АКВ$,
 $AK = 132$, $AB = 55\sqrt{6}$

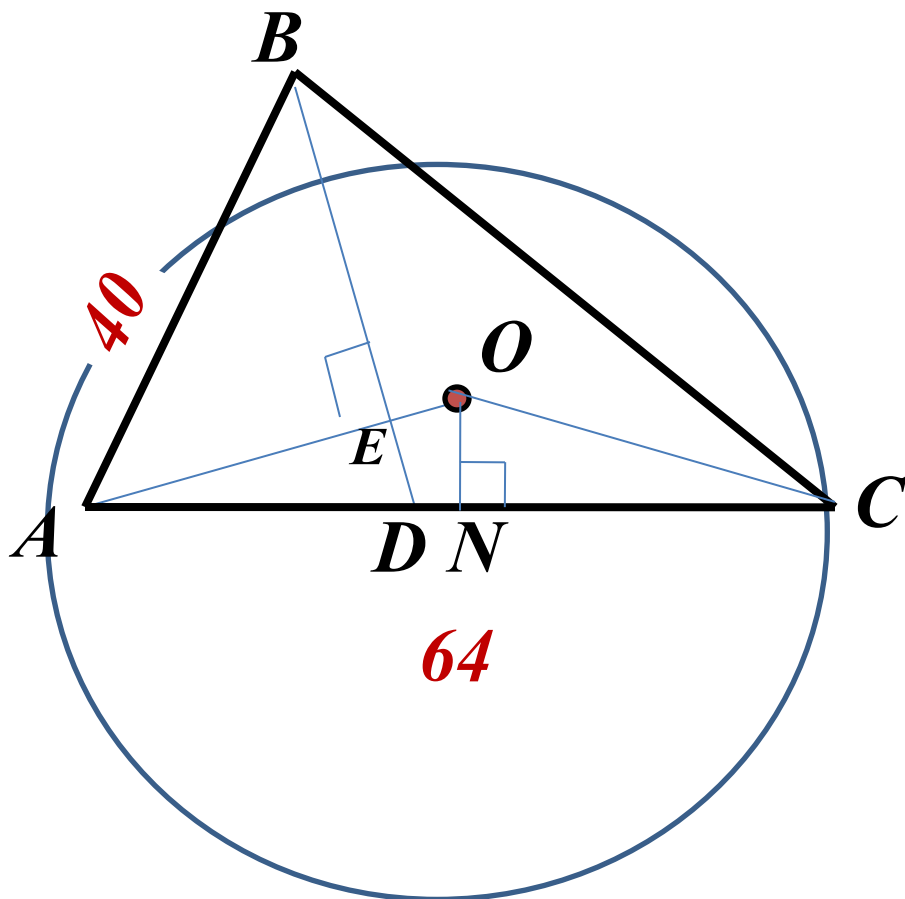
4. $\frac{AK}{AB} = \sin \angle B$,
 $\sin \angle B = \frac{2\sqrt{6}}{5}$.

5. В ABC по теореме синусов
 $\frac{AC}{\sin \angle B} = \frac{AB}{\sin \angle B} = 2R$, $R = 68,75$



$AB = 40$, $AC = 64$.

Найти DC



Вариант 4 № 26

План решения.

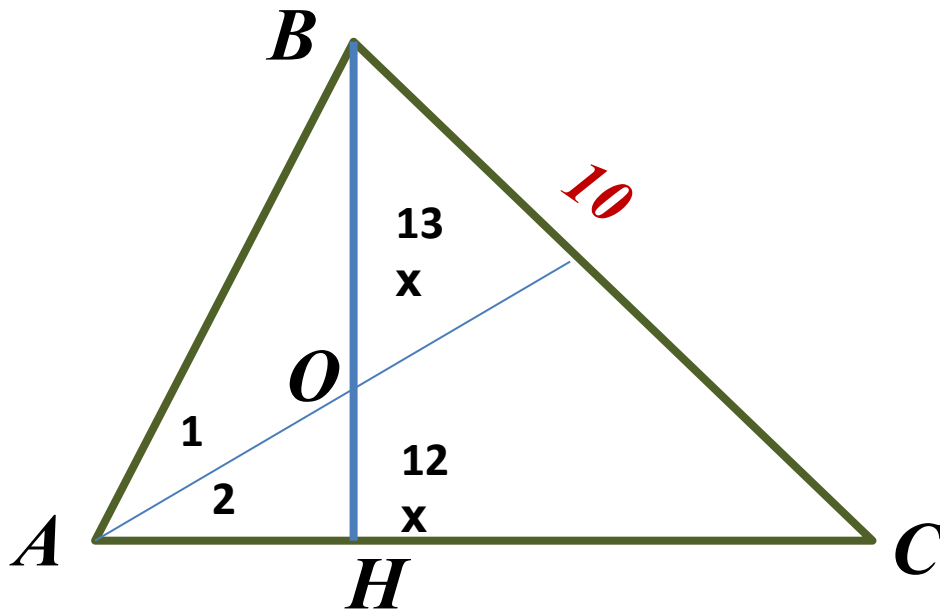
1. $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$,
 $\angle ABC = \angle AON$.

2. $\triangle AON \sim \triangle AED$,
 $\angle ABC = \angle ADE$.

3. $\triangle ABD \sim \triangle ABC$,
 $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB}$, $AD = 25$.

4. $AC = 64$, $AD = 25$,
 $DC = 64 - 25 = 39$

$BC = 10$,
 $BO : OH = 13 : 12$.
Найти R .



Вариант 5 № 26

Решение.

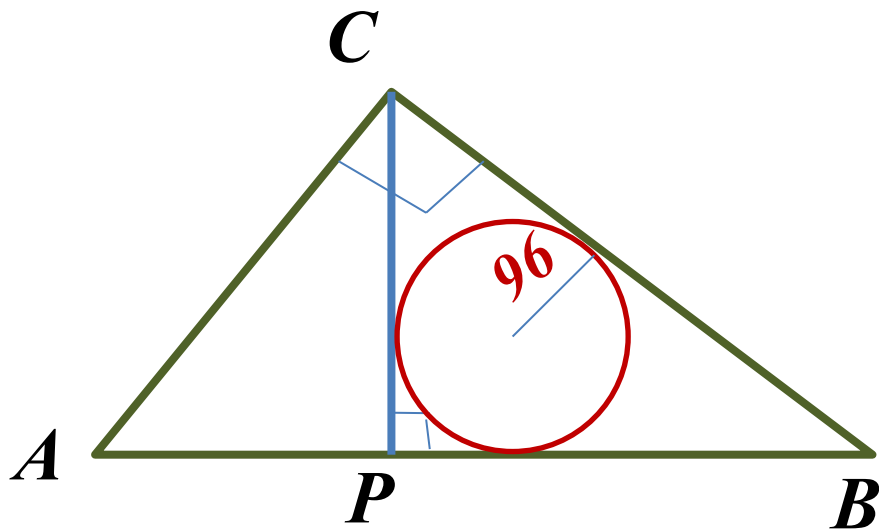
1) Т.к. AO - биссектриса $\triangle ABH$, то $\frac{OH}{AH} = \frac{OB}{AB}$, т.е.
 $\frac{12x}{AH} = \frac{13x}{AB}$,
или $\frac{12x}{13x} = \frac{AH}{AB}$, $\frac{AH}{AB} = \frac{12}{13} = \cos A$.
Тогда из основного тригонометрического тождества $\sin A = \frac{5}{13}$

2) По теореме синусов $\frac{BC}{\sin A} = 2R$,
 $10 : \frac{5}{13} = 2R, R = 13$

Ответ: 13 .

$$\operatorname{tg} \angle A = \frac{8}{15}, \quad r_{\Delta CPB} = 96.$$

Найти $r_{\Delta ABC}$



Вариант 6 № 26

План решения.

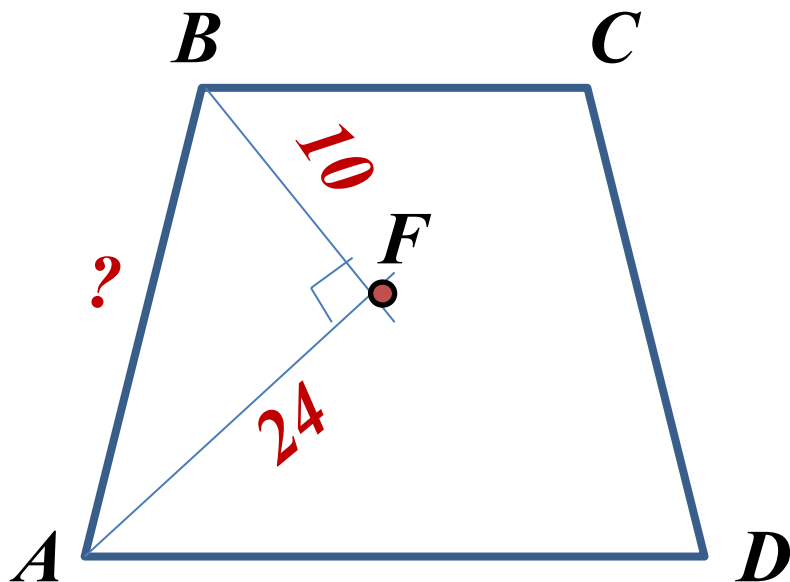
$$1) \angle A = \angle PCB, \quad \operatorname{tg} \angle A = \frac{8}{15},$$
$$\frac{PB}{CP} = \frac{8}{15}.$$

$$2) \Delta CPB \text{ — прямоугольный,}$$
$$PB = 8x, \quad CP = 15x,$$
$$CB = 17x.$$

$$3) \Delta CPB \sim \Delta ABC, \quad k = \frac{8}{17},$$
$$\frac{r_{\Delta CPB}}{r_{\Delta ABC}} = \frac{8}{17}, \quad r_{\Delta ABC} = 204$$

Ответ: 204.

Вариант 7 № 26

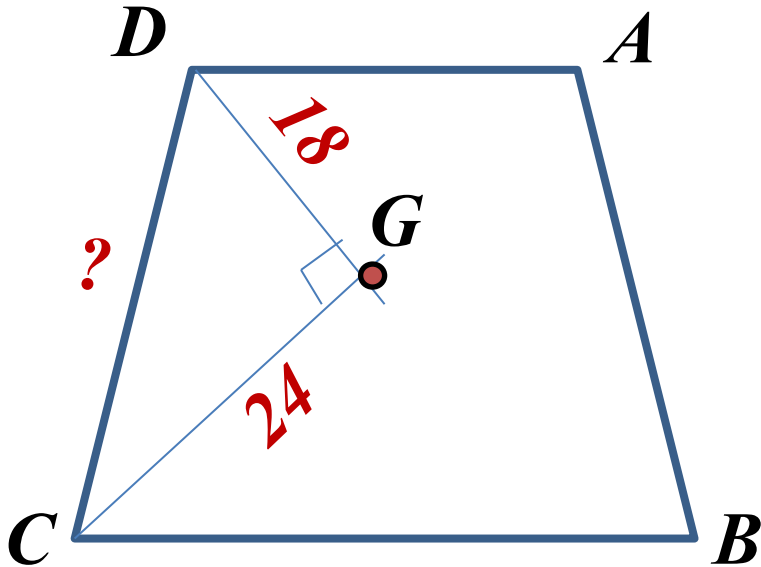


План решения.

1. $\triangle ABF$ - прямоугольный

**2. По теореме Пифагора
 $AB = 26$**

Вариант 8 № 26

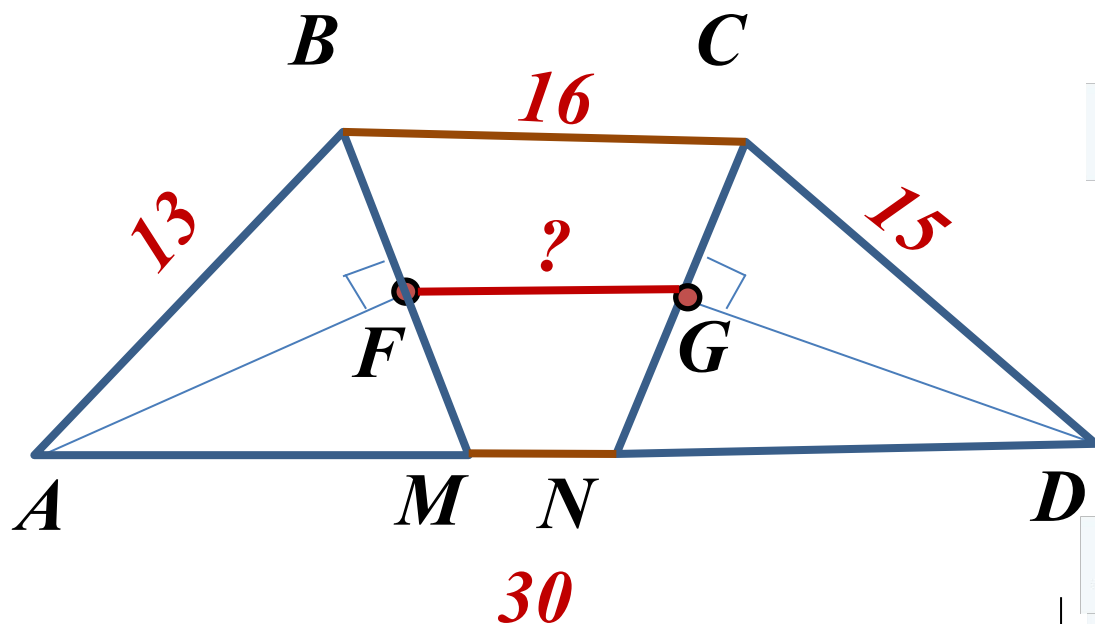


План решения.

1. $\triangle ABG$ - прямоугольный

**2. По теореме Пифагора
 $AB = 30$**

Вариант 9 № 26



План решения.

1. $\triangle ABF$ - прямоугольный

$\triangle ABM$ - равнобедренный

F – середина BM

$AM = AB = 13$

2. $\triangle CDG$ - прямоугольный

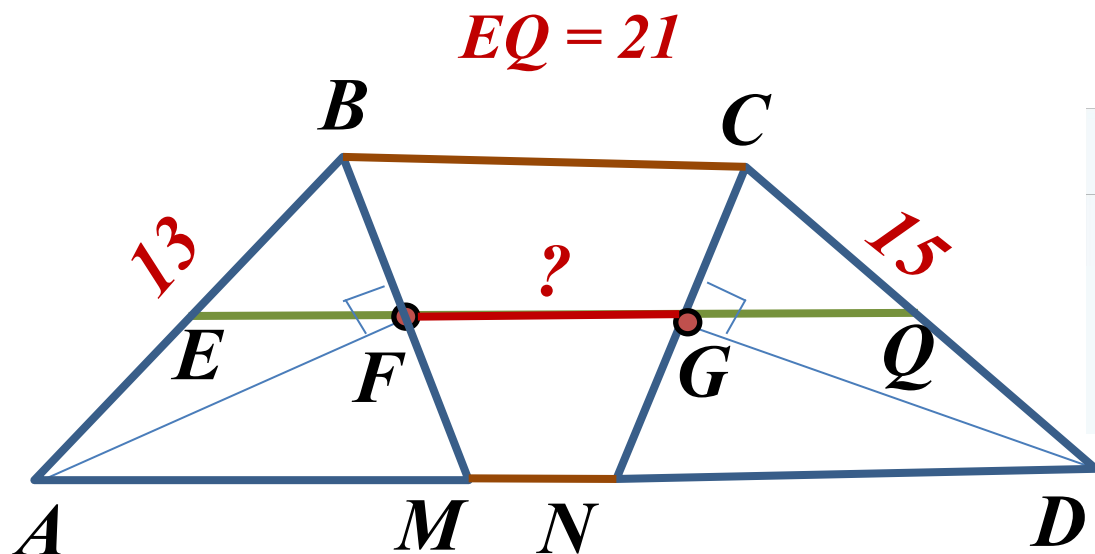
$\triangle CDN$ - равнобедренный

G – середина NC

$CD = DN = 15$

3. FG – средняя линия трапеции $MBCN$,
 $MN = 2$, $FG = 9$.

План решения.

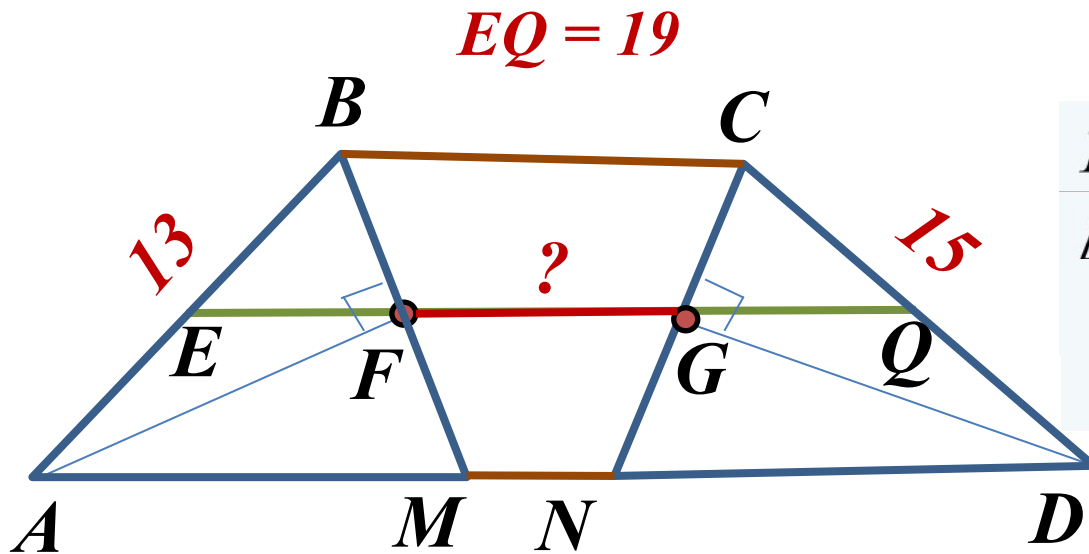


1. $\triangle ABF$ - прямоугольный
 $\triangle ABM$ - равнобедренный
 F - середина BM
 $AM = AB = 13$

3. EF - средняя линия $\triangle ABM$,
 $EF = 6,5$
 GQ - средняя линия $\triangle NCD$,
 $GQ = 7,5$
 $FG = 21 - (6,5 + 7,5) = 7$

2. $\triangle CDG$ - прямоугольный
 $\triangle CDN$ - равнобедренный
 G - середина NC
 $CD = DN = 15$

План решения.



1. $\triangle ABF$ - прямоугольный

$\triangle ABM$ - равнобедренный

F – середина BM

$AM = AB = 13$

3. EF – средняя линия $\triangle ABM$,

$$EF = 6,5$$

GQ - средняя линия $\triangle NCD$,

$$GQ = 7,5$$

$$FG = 19 - (6,5 + 7,5) = 5$$

2. $\triangle CDG$ - прямоугольный

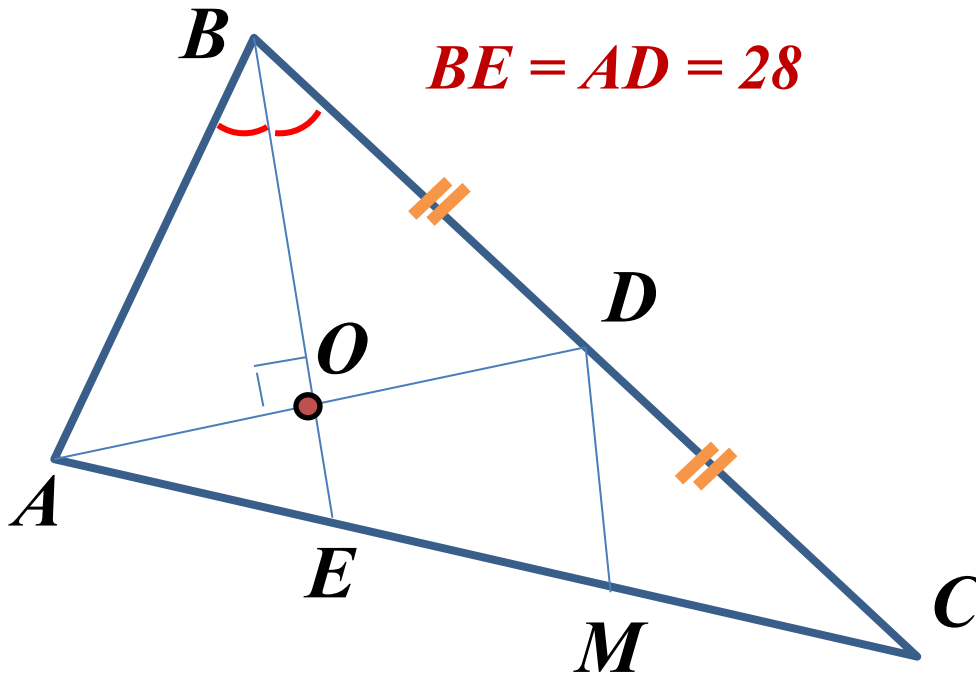
$\triangle CDN$ - равнобедренный

G – середина NC

$$CD = DN = 15$$

Вариант 12 № 26

План решения.



1. $\triangle ABD$ – равнобедренный,
 BO – медиана,
 $AO = OD = 14$

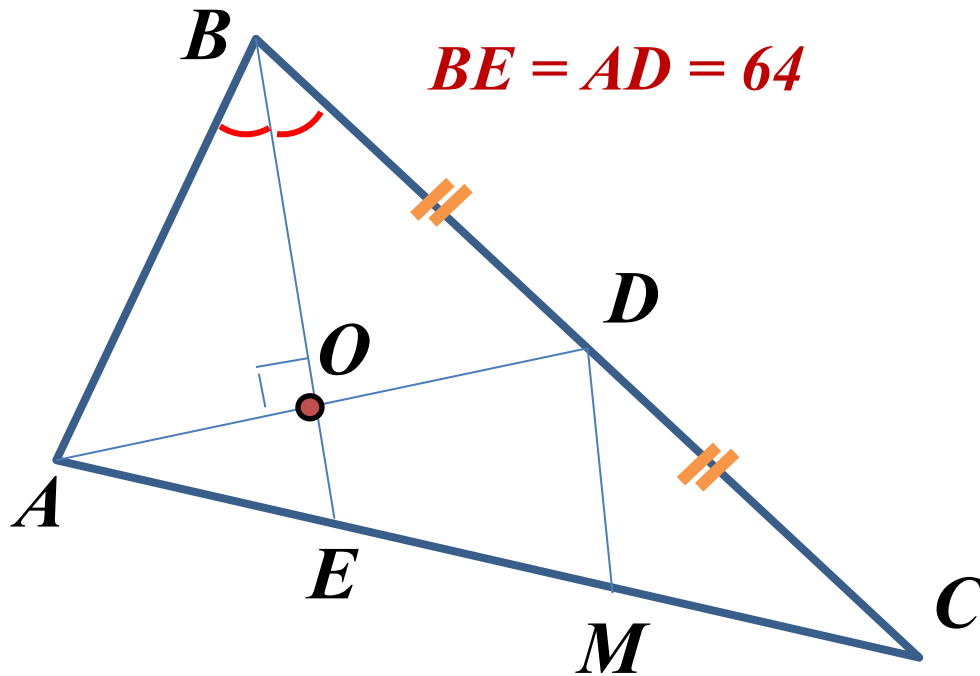
2. Пусть $DM \parallel BE$,
 $DM = 14$, $EM = MC$,
 $OE = 7$, $AE = EM$,
 $AE = \frac{1}{3} AC$

3. Из $\triangle AOE$ по теореме Пифагора $AE = 7\sqrt{5}$,
 $AC = 21\sqrt{5}$.

Из $\triangle AOB$ $OB = 21$, $AB = 7\sqrt{13}$, $BC = 2 AB = 14\sqrt{13}$

Вариант 13 № 26

План решения.

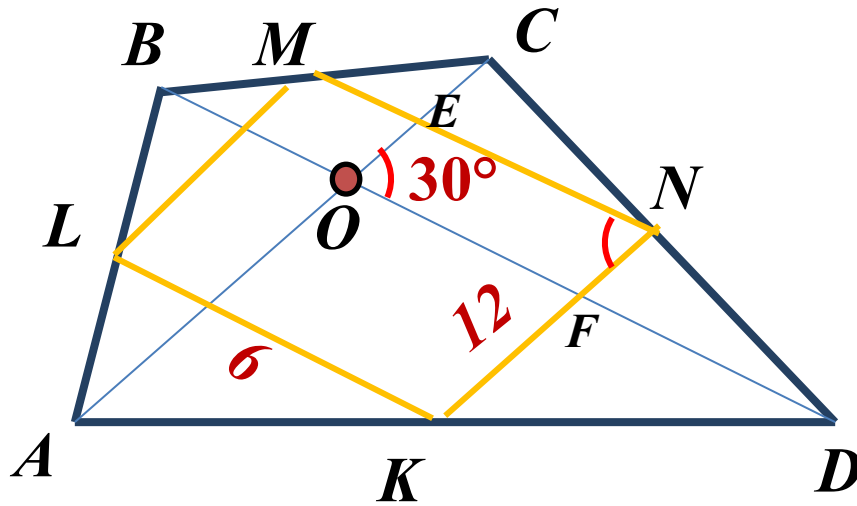


1. $\triangle ABD$ – равнобедренный,
 BO – медиана,
 $AO = OD = 32$

2. Пусть $DM \parallel BE$,
 $DM = 32$, $EM = MC$,
 $OE = 16$, $AE = EM$,
 $AE = \frac{1}{3} AC$

3. Из $\triangle AOE$ по теореме Пифагора $AE = 16\sqrt{3}$, $AC = 48\sqrt{3}$.
Из $\triangle AOB$ $OB = 21$, $AB = 16\sqrt{13}$, $BC = 2 AB = 32\sqrt{13}$

Найти S_{KLMN}



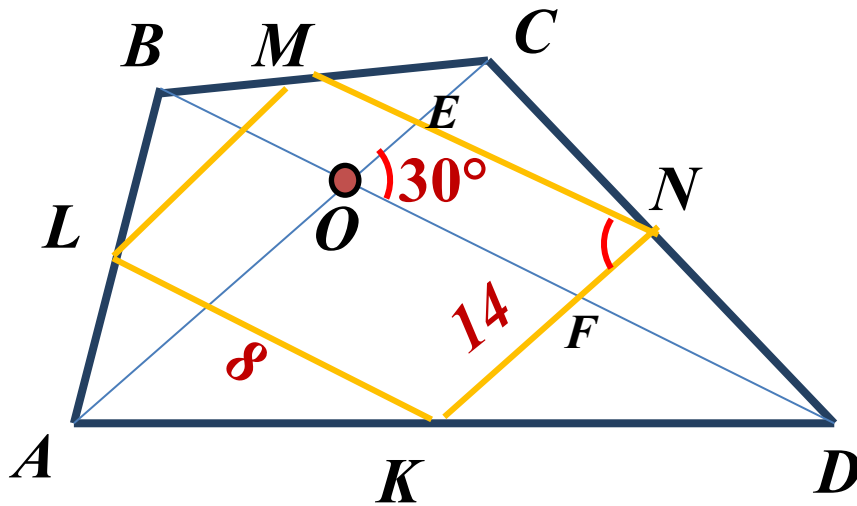
План решения.

1. $KLMN$ - параллелограмм,
 $\angle N = 30^\circ$

$$\begin{aligned}
 2. S_{KLMN} &= \\
 &= 2 \cdot \left(\frac{1}{2} MN \cdot KN \cdot \sin 30^\circ \right) = \\
 &= 36
 \end{aligned}$$

Вариант 15 № 26

Найти S_{KLMN}

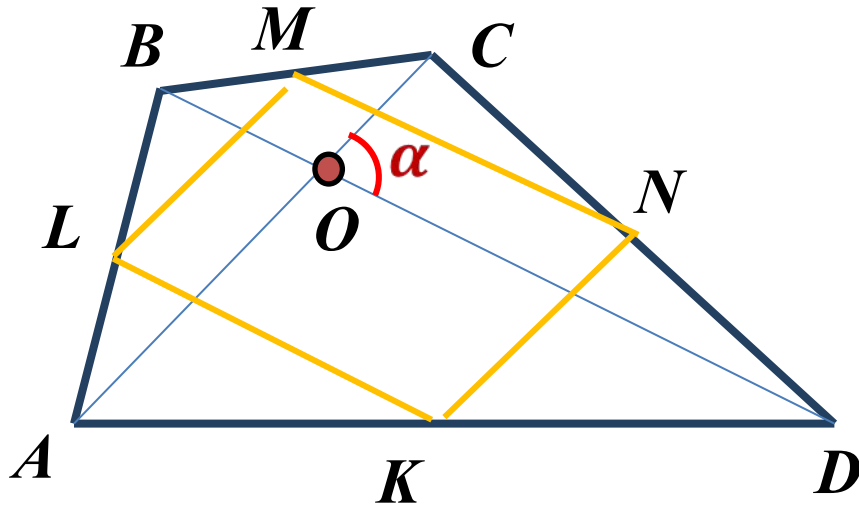


План решения.

1. $KLMN$ - параллелограмм,
 $\angle N = 30^\circ$

$$2. S_{KLMN} = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} MN \cdot KN \cdot \sin 30^\circ \right) = 56$$

Найти S_{KLMN}



План решения.

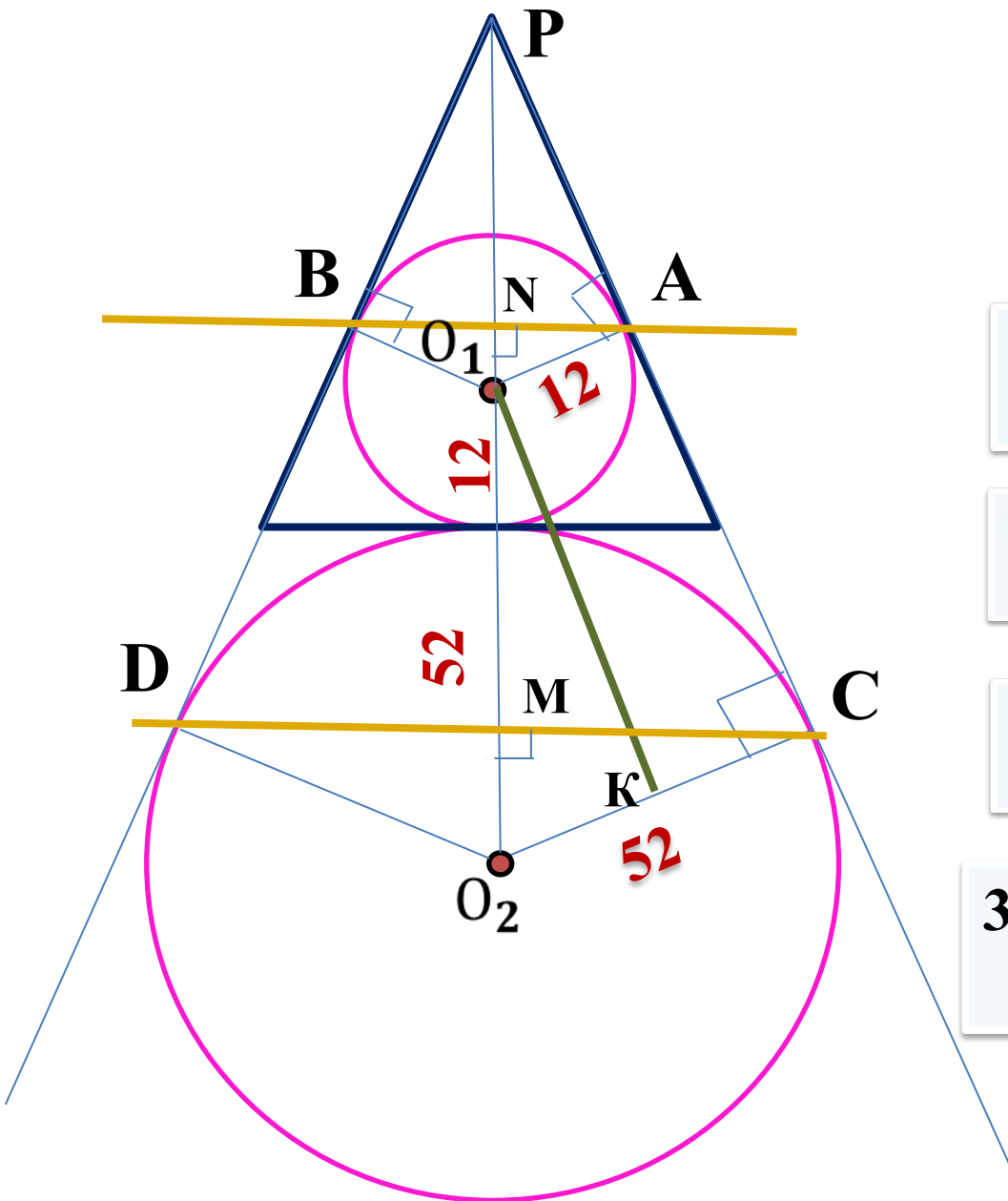
$$1. S_{ABCD} = \frac{1}{2} BD \cdot AC \cdot \sin \alpha$$

$$2. S_{KLMN} = \frac{1}{4} BD \cdot AC \cdot \sin \alpha$$

$$3. \frac{S_{ABCD}}{S_{KLMN}} = \frac{\frac{1}{2} BD \cdot AC \cdot \sin \alpha}{\frac{1}{4} BD \cdot AC \cdot \sin \alpha} = 2$$

Вариант 17 № 26

План решения.



1. Пусть $O_1K \parallel AC$,
 $O_2K = 40$

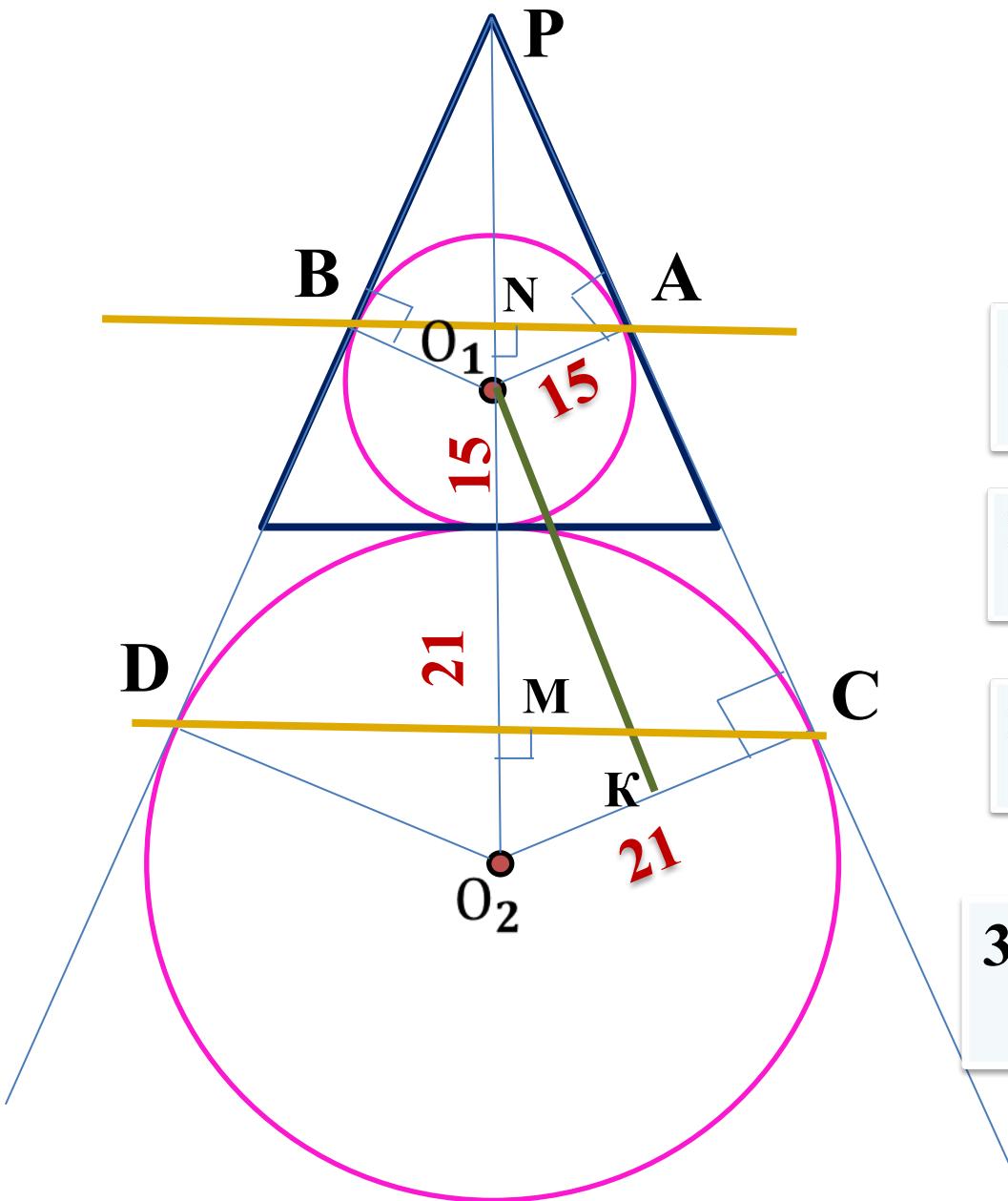
2. $\triangle O_2MC \sim \triangle O_1O_2K$,
 $O_2M = 32,5$

2. $\triangle O_2MC \sim \triangle O_1NA$,
 $O_1N = 7,5$

3. $MN = 64 - 32,5 + 7,5 =$
 $= 39$

Вариант 18 № 26

План решения.



1. Пусть $O_1K \parallel AC$,
 $O_2K = 6$

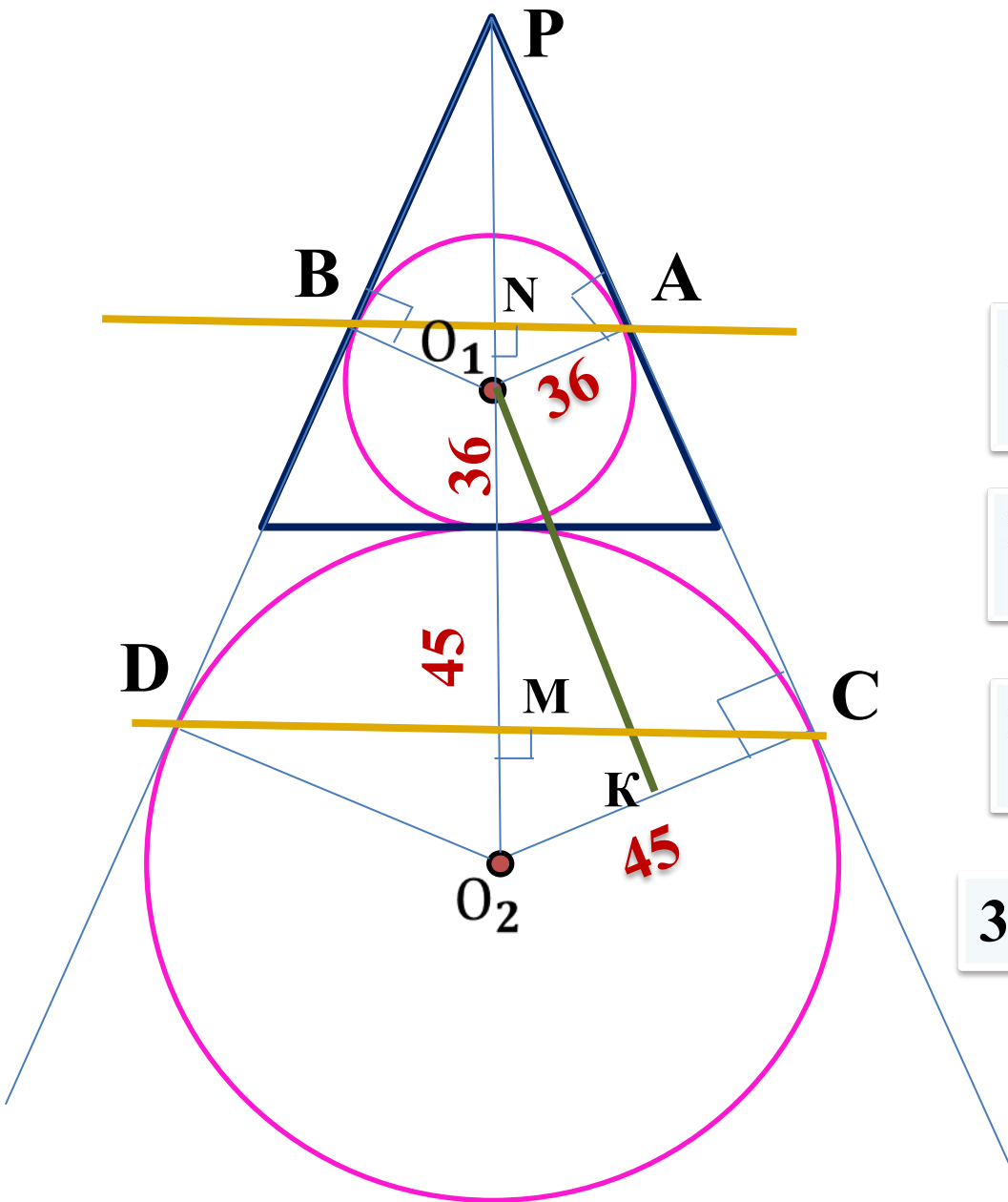
2. $\triangle O_2MC \sim \triangle O_1O_2K$,
 $O_2M = 3,5$

2. $\triangle O_2MC \sim \triangle O_1NA$,
 $O_1N = 2,5$

3. $MN = 36 - 3,5 + 2,5 =$
 $= 35$

Вариант 19 № 26

План решения.



1. Пусть $O_1K \parallel AC$,
 $O_2K = 9$

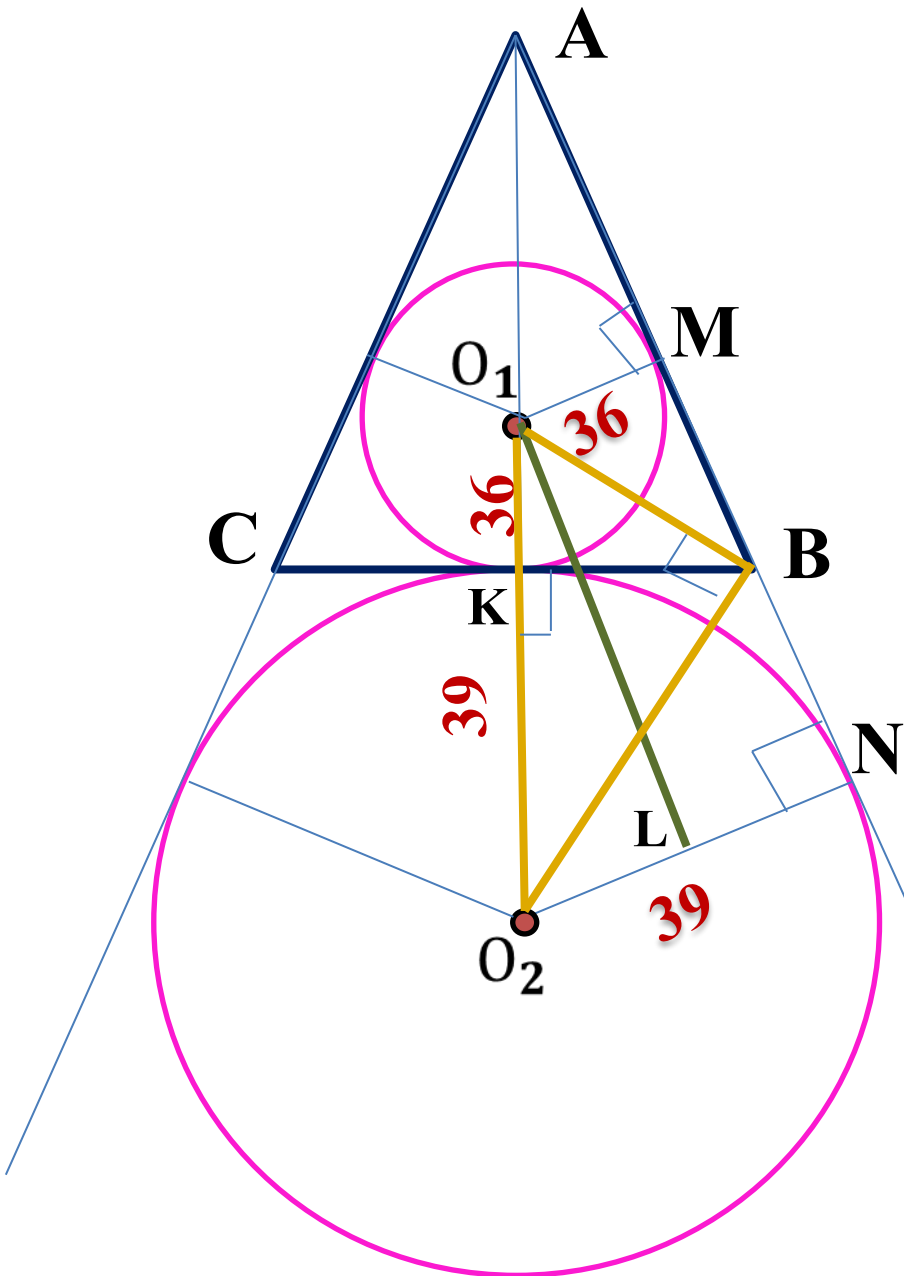
2. $\triangle O_2MC \sim \triangle O_1O_2K$,
 $O_2M = 5$

2. $\triangle O_2MC \sim \triangle O_1NA$,
 $O_1N = 4$

3. $MN = 81 - 5 + 4 = 80$

Вариант 20 № 26

План решения.



1. Пусть $O_1L \parallel MN$,
 $O_2L = 3$, $O_1L = 6\sqrt{182}$

2. $\triangle O_1O_2B$ – прямоугольный,
 KB – высота, $KB = 3\sqrt{182}$

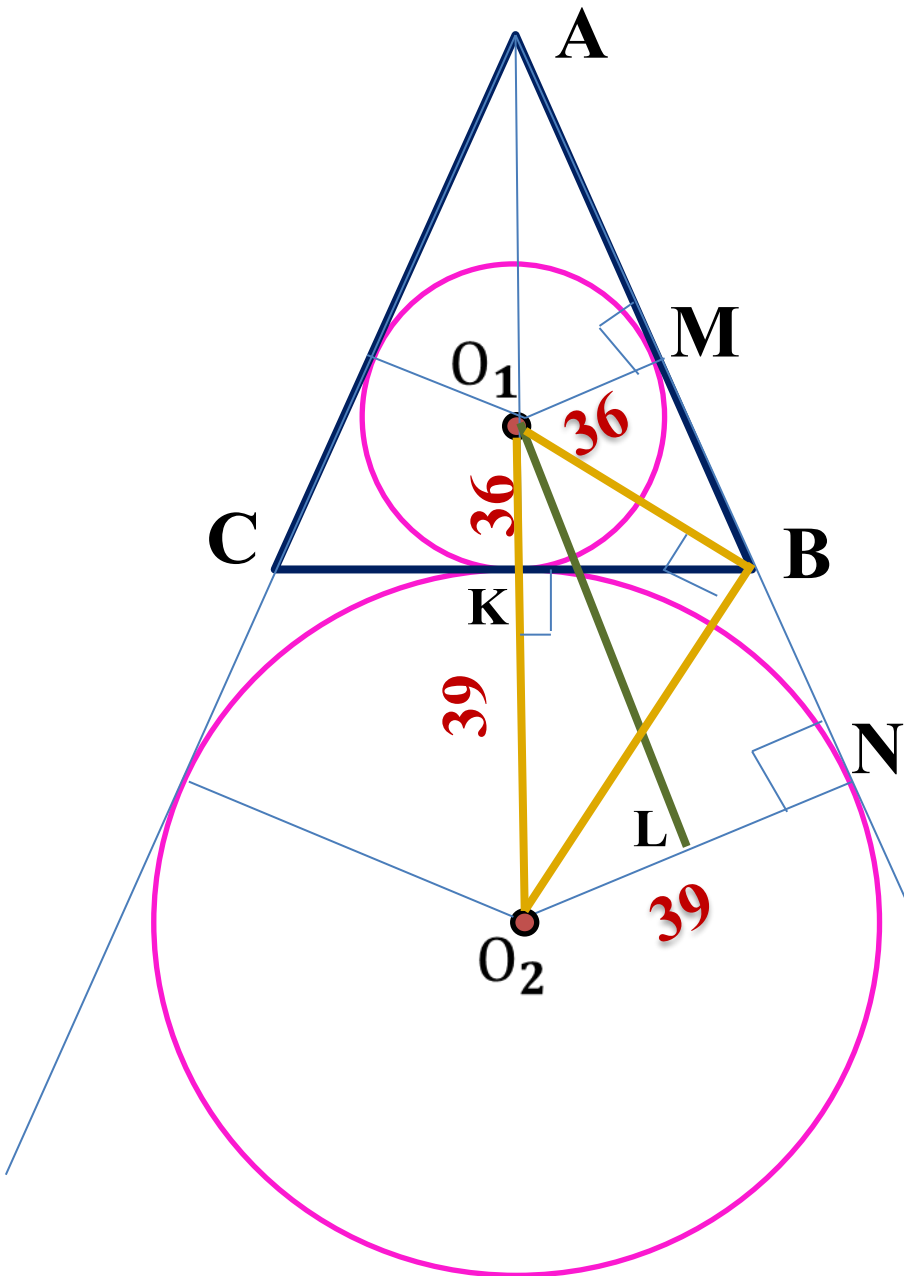
3. $\triangle O_1O_2L \sim \triangle АКВ$,
 $AK = 1092$, $AB = 81\sqrt{182}$

4. $\frac{AK}{AB} = \sin \angle B$, $\sin \angle B = \frac{2\sqrt{182}}{27}$.

5. В ABC по теореме синусов
 $\frac{AC}{\sin \angle B} = 2R$, $R = 546,75$

Вариант 21 № 26

План решения.



1. Пусть $O_1L \parallel MN$,
 $O_2L = 3$, $O_1L = 12\sqrt{39}$

2. $\triangle O_1O_2B$ — прямоугольный,
 KB — высота, $KB = 6\sqrt{39}$

3. $\triangle O_1O_2L \sim \triangle АКВ$,
 $AK = 936$, $AB = 150\sqrt{39}$

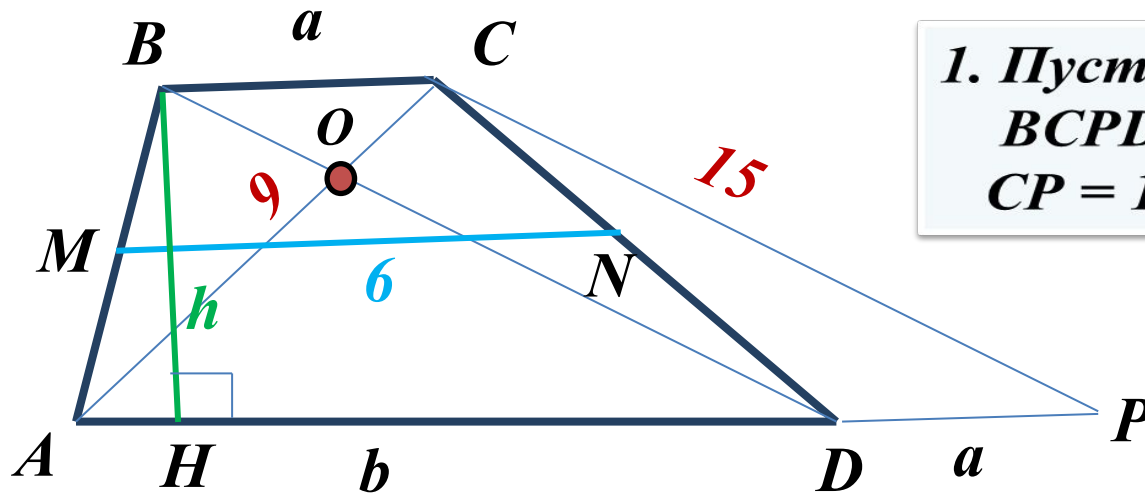
4. $\frac{AK}{AB} = \sin \angle B$, $\sin \angle B = \frac{4\sqrt{39}}{25}$.

5. В ABC по теореме синусов
 $\frac{AC}{\sin \angle B} = 2R$, $R = 468,75$

$AC = 9, BD = 15$

Найти S_{ABCD}

План решения.



1. Пусть $CP \parallel BD$,
 $BSPD$ – параллелограмм,
 $CP = 15$, $BC = DP = a$

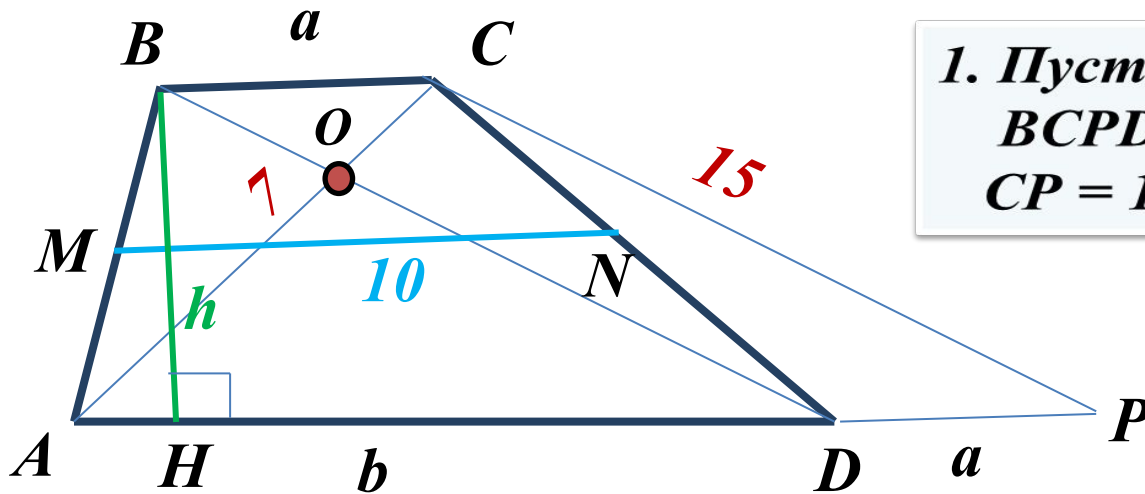
2. $S_{ABCD} = \frac{a+b}{2} \cdot h$,
 $S_{\triangle ACP} = \frac{a+b}{2} \cdot h$,
 $S_{ABCD} = S_{\triangle ACP}$.

3. $a + b = 12$. По формуле Герона
 $S_{\triangle ACP} = 54 = S_{ABCD}$

$AC = 7, BD = 15$

Найти S_{ABCD}

План решения.



1. Пусть $CP \parallel BD$,
 $BSPD$ – параллелограмм,
 $CP = 15$, $BC = DP = a$

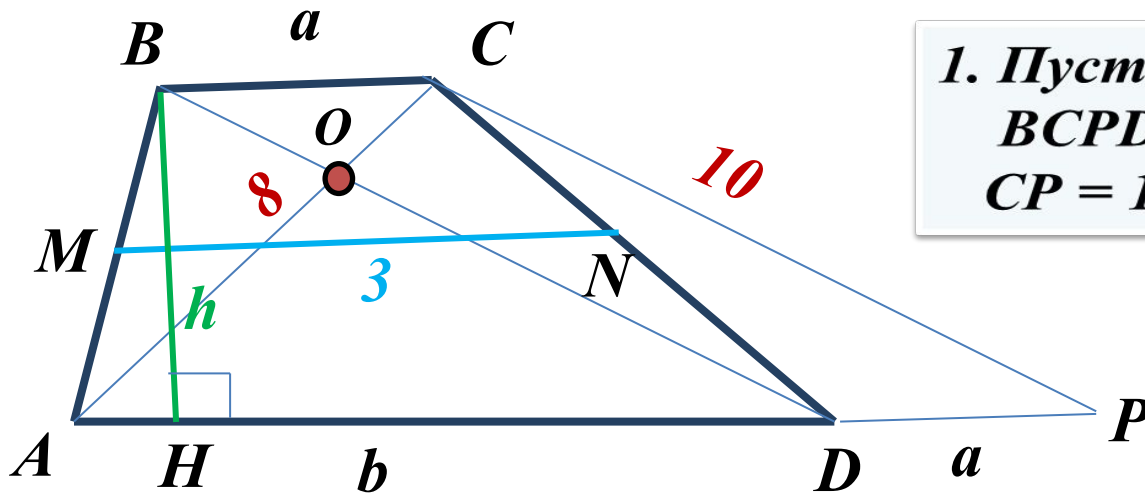
2. $S_{ABCD} = \frac{a+b}{2} \cdot h$,
 $S_{\triangle ACP} = \frac{a+b}{2} \cdot h$,
 $S_{ABCD} = S_{\triangle ACP}$.

3. $a + b = 20$. По формуле Герона
 $S_{\triangle ACP} = 42 = S_{ABCD}$

$AC = 8, BD = 10$

Найти S_{ABCD}

План решения.

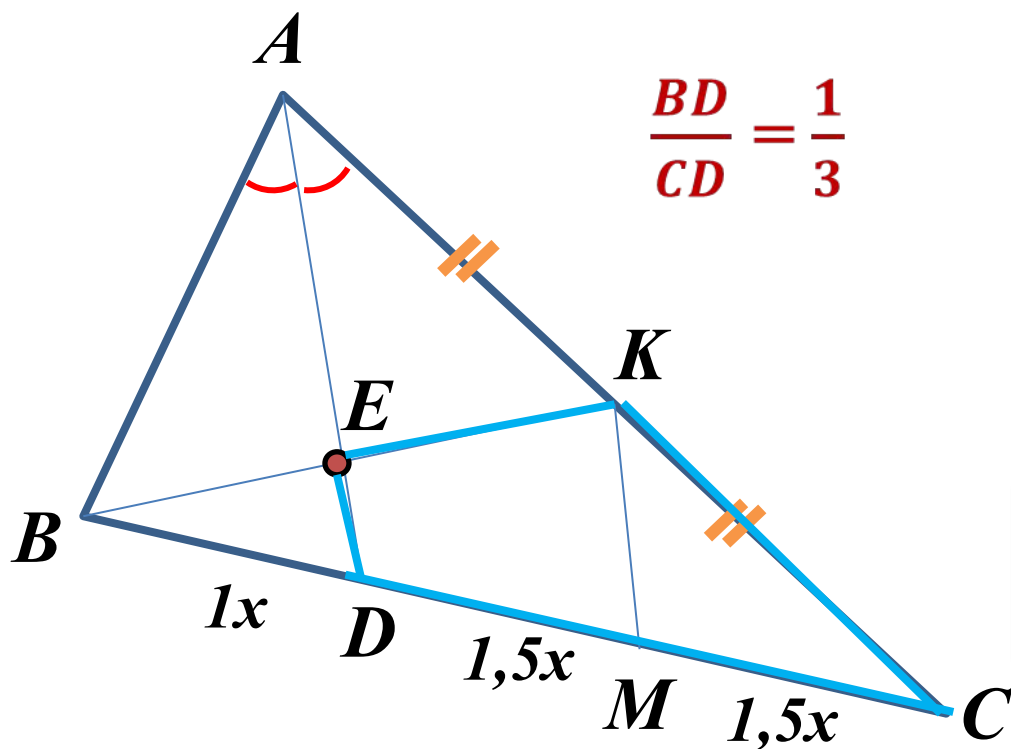


1. Пусть $CP \parallel BD$,
 $BSPD$ – параллелограмм,
 $CP = 10, BC = DP = a$

2. $S_{ABCD} = \frac{a+b}{2} \cdot h,$
 $S_{\triangle ACP} = \frac{a+b}{2} \cdot h,$
 $S_{ABCD} = S_{\triangle ACP}.$

3. $a + b = 6$. По формуле Герона
 $S_{\triangle ACP} = 24 = S_{ABCD}$

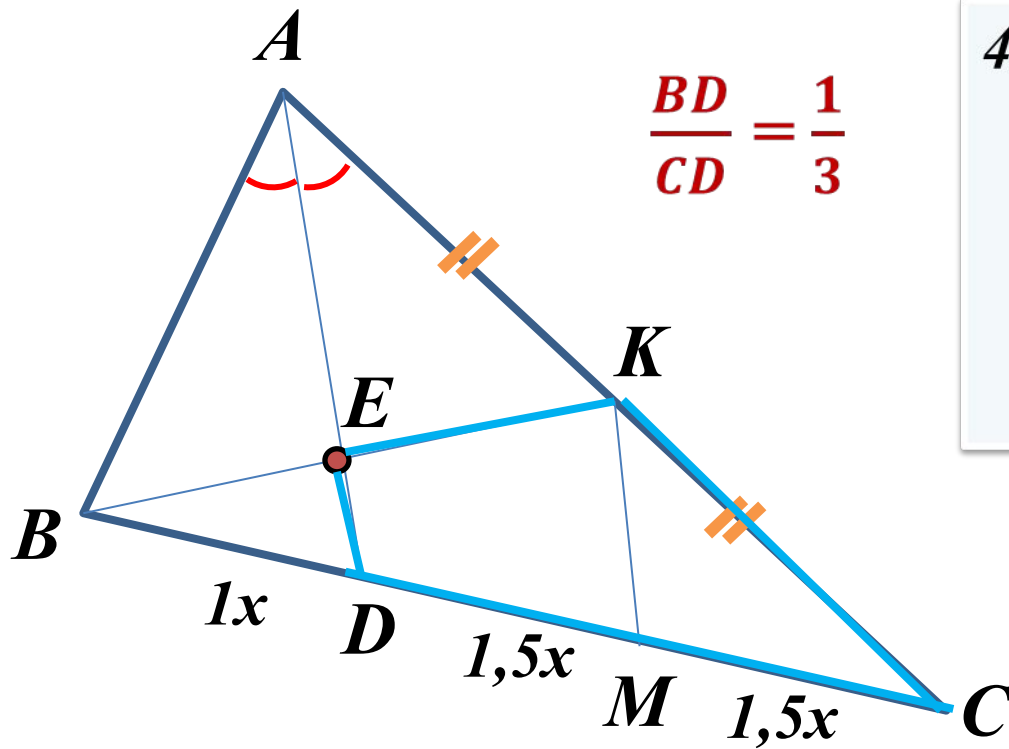
План решения.



$$1. \quad S_{\Delta KBC} = \frac{1}{2} \cdot 80 = 40, \\ S_{\Delta ABK} = 40, \\ S_{\Delta ADC} = \frac{3}{4} \cdot 80 = 60$$

$$2. \quad \text{Пусть } KM \parallel AD, \\ BD = x, DM = MC = 1,5x$$

$$3. \quad \text{По свойству площадей треугольников, имеющих по} \\ \text{одному равному углу} \quad \frac{S_{\Delta ABE}}{S_{\Delta AЕК}} = \frac{AE \cdot AB}{AE \cdot AK} = \frac{AB}{AK}.$$



$$\frac{BD}{CD} = \frac{1}{3}$$

4. По свойству биссектрисы

$$\Delta ABC \quad \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} = \frac{1}{3},$$

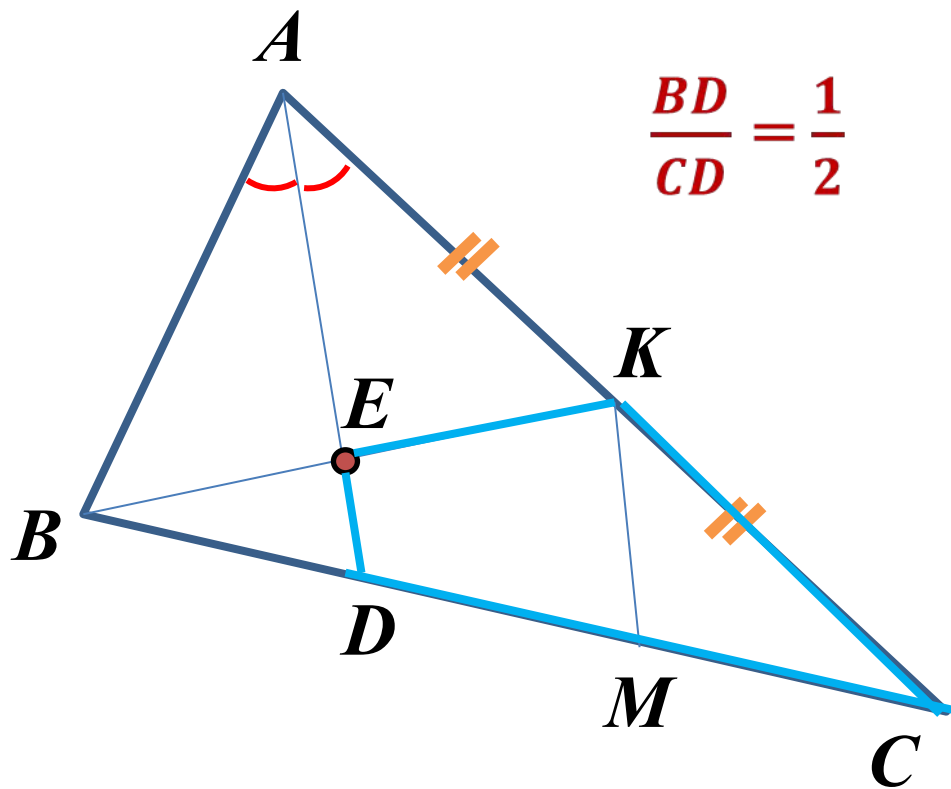
$$\frac{AB}{AK} = \frac{AB}{\frac{1}{2}AC} = \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3},$$

$$\frac{S_{\Delta ABE}}{S_{\Delta AЕК}} = \frac{2}{3}$$

5. $\frac{S_{\Delta ABE}}{S_{\Delta AЕК}} = \frac{2}{3},$
 $S_{\Delta AЕК} = 40 : 5 \cdot 3 = 24$

6. $S_{KEDC} = S_{\Delta ADC} - S_{\Delta AЕК} = 60 - 24 = 36$

Вариант 26 № 26



План решения.

$$\begin{aligned} 1. \quad S_{\Delta KBC} &= \frac{1}{2} \cdot 60 = 30, \\ S_{\Delta ABK} &= 30, \\ S_{\Delta ADC} &= \frac{2}{3} \cdot 60 = 40 \end{aligned}$$

4. По свойству биссектрисы

$$\Delta ABC \quad \frac{BD}{AB} = \frac{DC}{AC},$$

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}, \quad AB = AK,$$

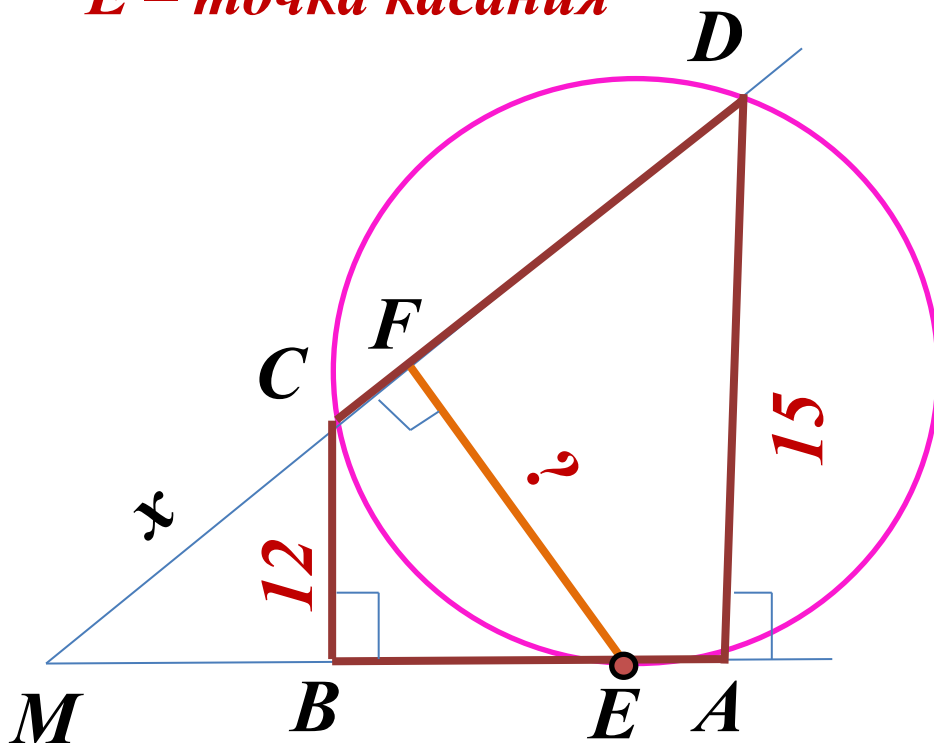
$$S_{\Delta ABE} = S_{\Delta AEC} = 30 : 2 = 15$$

$$5. \quad S_{KEDC} = S_{\Delta ADC} - S_{\Delta AEC} = 40 - 15 = 25$$

Вариант 27 № 26

*ABCD – трапеция,
E – точка касания*

План решения.



1. $\triangle MDA \sim \triangle MCB$.

Пусть $MC = x$, $MD = \frac{5}{4}x$

2. По свойству секущей и касательной, проведённых к окружности из одной точки $ME^2 = MD \cdot MC$,

$$ME = \frac{\sqrt{5}}{2}x$$

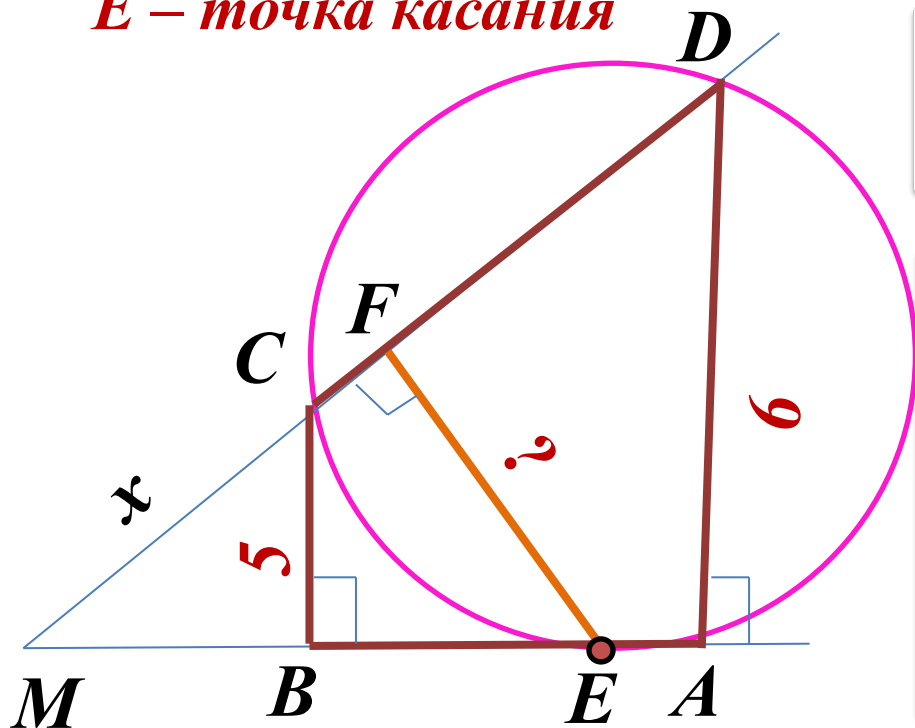
3. В прямоугольном треугольнике MCB $\sin \angle M = \frac{12}{x}$

4. Из $\triangle MFE$ $FE = ME \cdot \sin \angle M = \frac{\sqrt{5}}{2}x \cdot \frac{12}{x} = 6\sqrt{5}$

Вариант 28 № 26

План решения.

ABCD – трапеция,
E – точка касания



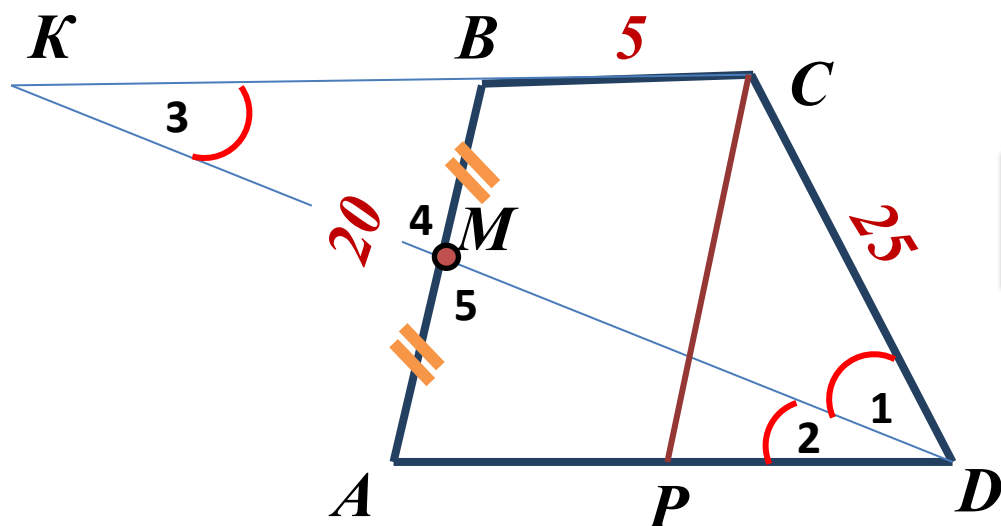
1. $\triangle MDA \sim \triangle MCB$,
Пусть $MC = x$, $MD = \frac{6}{5}x$

2. По свойству секущей и касательной, проведённых к окружности из одной точки $ME^2 = MD \cdot MC$,
 $ME = \sqrt{\frac{6}{5}x}$

3. В прямоугольном треугольнике MCB $\sin \angle M = \frac{5}{x}$

4. Из $\triangle MFE$ $FE = ME \cdot \sin \angle M = \sqrt{\frac{6}{5}x} \cdot \frac{5}{x} = \sqrt{30}$

Вариант 29 № 26



План решения.

1. $\triangle KCD$ – равнобедренный,
 $KC = CD = 25$

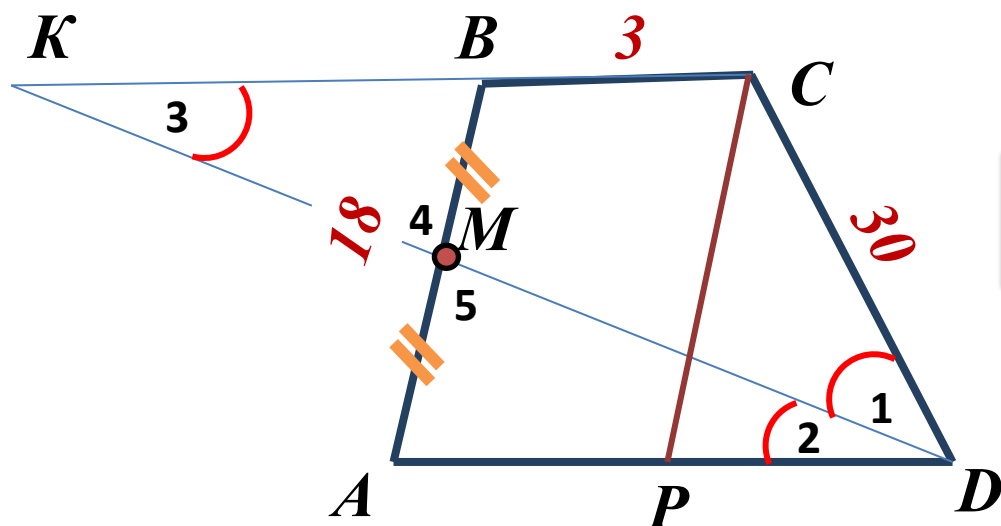
2. $\triangle KBM = \triangle AMD$,
 $AD = 20$

3. Пусть $CP \parallel BA$, $ABCP$ – параллелограмм, $CP = 20$, $PD = 15$

4. В треугольнике CPD $CD = 25$, $CP = 20$, $PD = 15$.
По теореме, обратной теореме Пифагора $\triangle CPD$ –
прямоугольный, CP – высота трапеции.

5. $S_{ABCD} = \frac{5+20}{2} \cdot 20 = 250$

Вариант 30 № 26



План решения.

1. $\triangle KCD$ – равнобедренный,
 $KC = CD = 30$

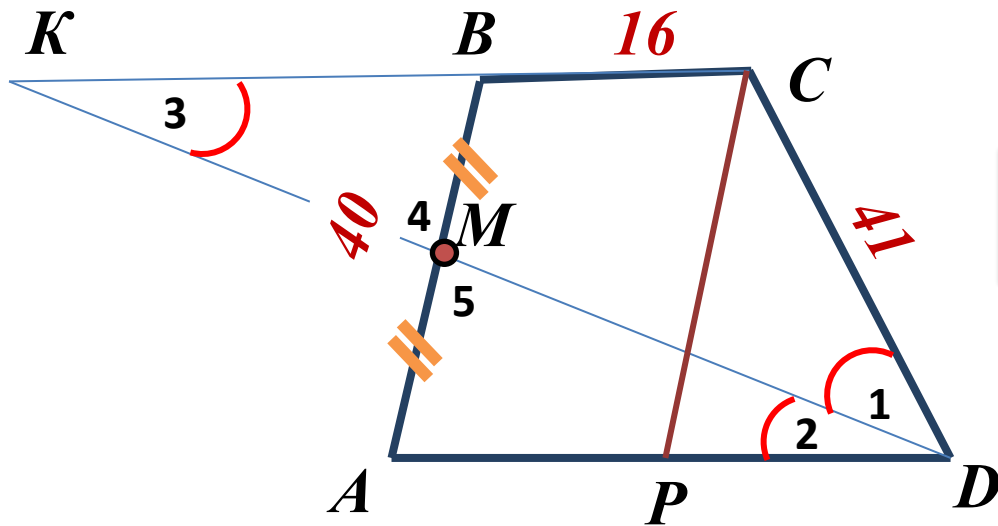
2. $\triangle KBM = \triangle AMD$,
 $AD = 27$

3. Пусть $CP \parallel BA$, $ABCP$ – параллелограмм, $CP = 18$, $PD = 24$

4. В треугольнике CPD $CD = 30$, $CP = 18$, $PD = 24$.
По теореме, обратной теореме Пифагора $\triangle CPD$ –
прямоугольный, CP – высота трапеции.

5. $S_{ABCD} = \frac{3+27}{2} \cdot 18 = 270$

Вариант 31 № 26



План решения.

1. $\triangle KCD$ – равнобедренный,
 $KC = CD = 41$

2. $\triangle KBM = \triangle AMD$,
 $AD = 25$

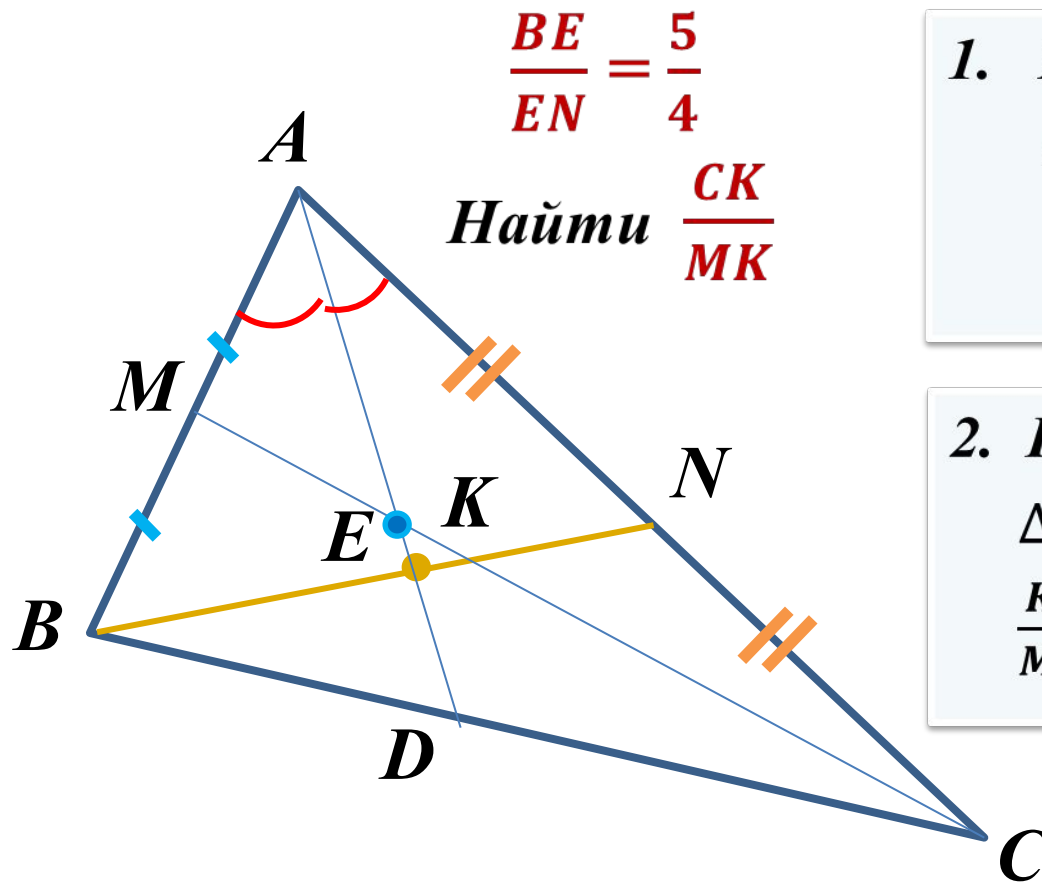
3. Пусть $CP \parallel BA$, $ABCP$ – параллелограмм, $CP = 40$, $PD = 9$

4. В треугольнике CPD $CD = 41$, $CP = 40$, $PD = 9$.
По теореме, обратной теореме Пифагора $\triangle CPD$ –
прямоугольный, CP – высота трапеции.

5. $S_{ABCD} = \frac{16+25}{2} \cdot 40 = 820$

Вариант 32 № 26

План решения.



$$\frac{BE}{EN} = \frac{5}{4}$$

1. По свойству биссектрисы

$$\Delta ABN \quad \frac{BE}{AB} = \frac{EN}{AN}, \quad \frac{BE}{EN} = \frac{AB}{AN},$$

$$\frac{BE}{EN} = \frac{AB}{\frac{1}{2}AC} = \frac{5}{4}, \quad AB = \frac{5}{8}AC$$

2. По свойству биссектрисы

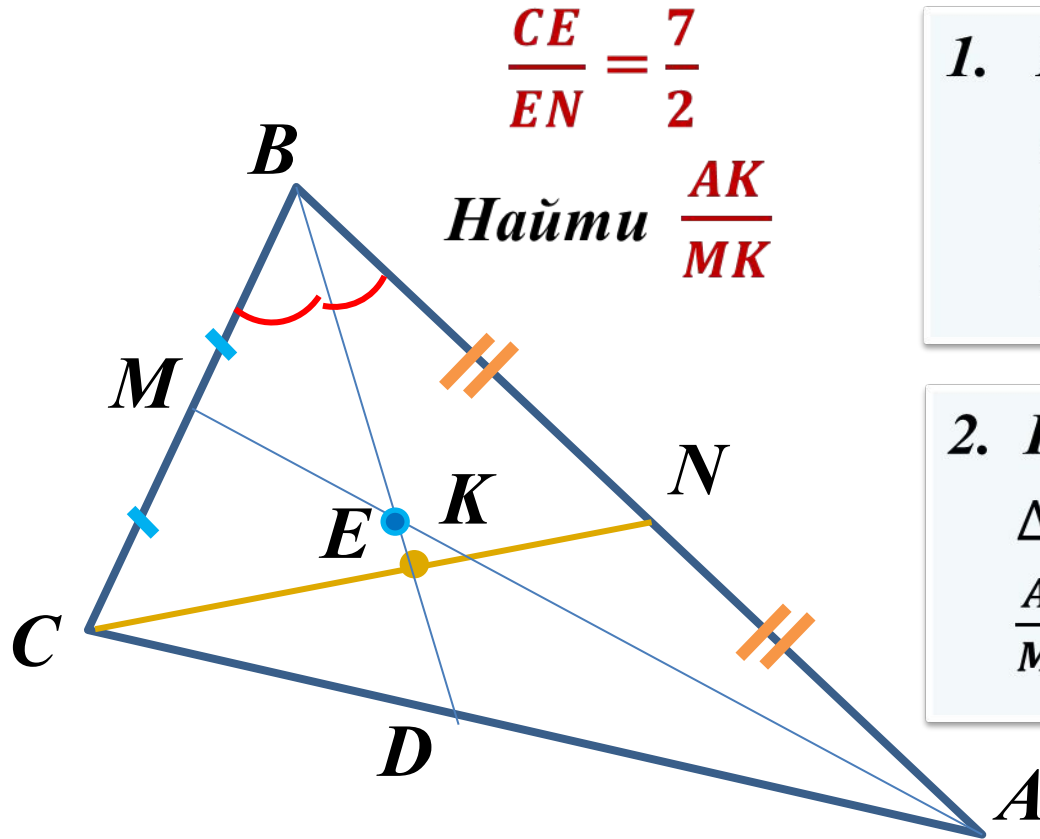
$$\Delta MAC \quad \frac{KC}{AC} = \frac{MK}{AM}, \quad \frac{KC}{MK} = \frac{AC}{AM},$$

$$\frac{KC}{MK} = \frac{AC}{\frac{1}{2}AB}$$

3.
$$\frac{KC}{MK} = \frac{AC}{\frac{1}{2}AB} = \frac{AC}{\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{8}AC} = \frac{16}{5}$$

Вариант 33 № 26

План решения.



$$\frac{CE}{EN} = \frac{7}{2}$$

1. По свойству биссектрисы

$$\Delta CBN \quad \frac{CE}{CB} = \frac{EN}{BN}, \quad \frac{CE}{EN} = \frac{CB}{BN},$$

$$\frac{CE}{EN} = \frac{CB}{\frac{1}{2}AB} = \frac{7}{2}, \quad CB = \frac{7}{4}AB$$

2. По свойству биссектрисы

$$\Delta MAB \quad \frac{AK}{AB} = \frac{MK}{MB}, \quad \frac{AK}{MK} = \frac{AB}{MB},$$

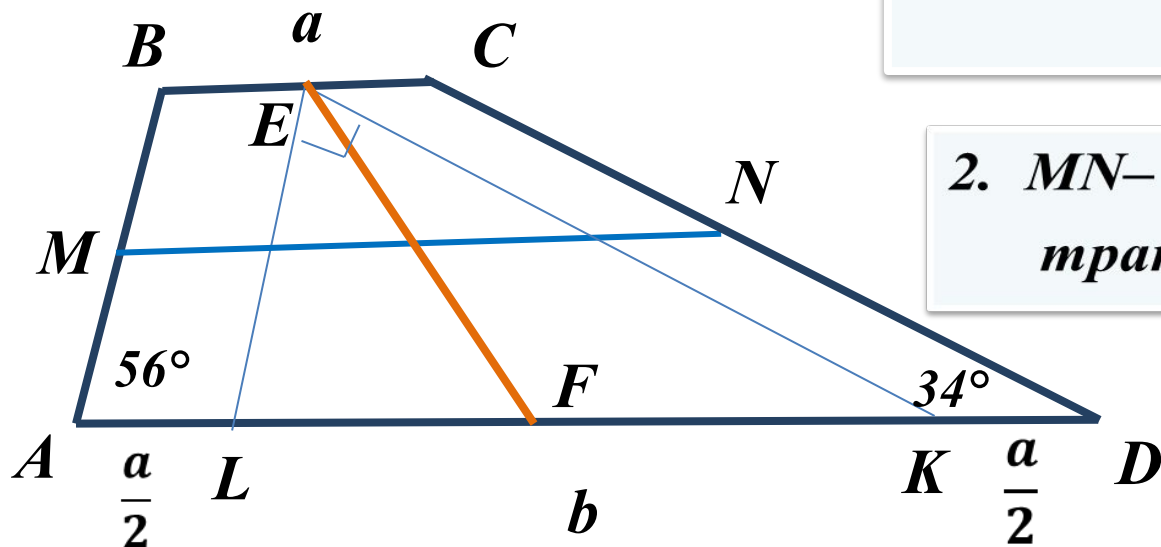
$$\frac{AK}{MK} = \frac{AB}{\frac{1}{2}CB}$$

3.
$$\frac{AK}{MK} = \frac{AB}{\frac{1}{2}CB} = \frac{AB}{\frac{1}{2} \cdot \frac{7}{4}AB} = \frac{8}{7}$$

Вариант 34 № 26

$$MN = 16, EF = 13$$

Найти BC и AD



План решения.

Замечание: $EF = 16$ $MN = 13$
не может быть.

2. MN – средняя линия
трапеции, $MN = \frac{b+a}{2}$.

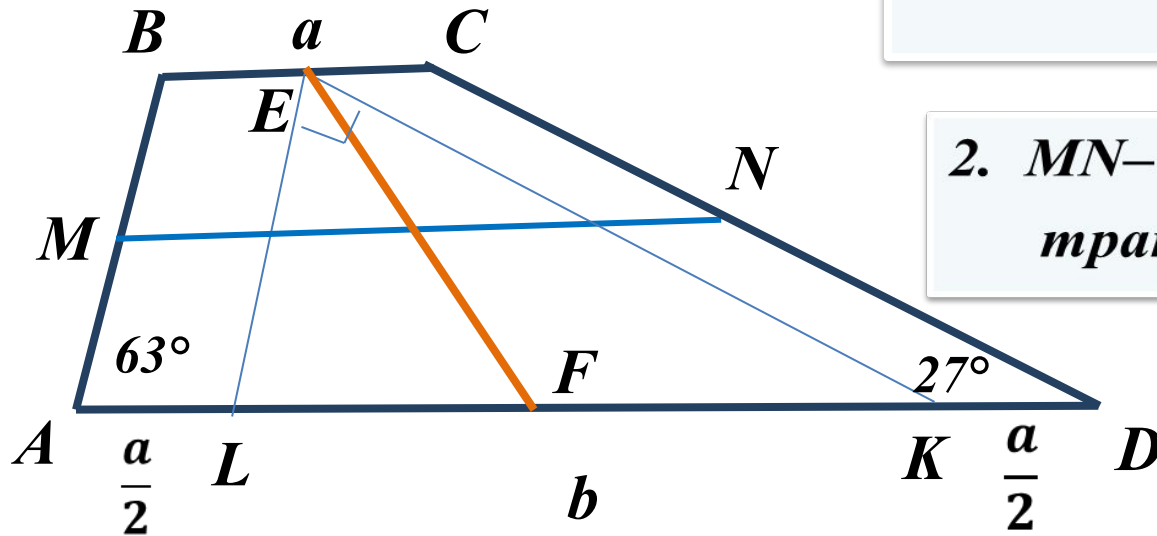
1. Пусть $BC = a$, $AD = b$,
 $EL \parallel AB$, $EK \parallel CD$.
Докажем, что $\angle LEK = 90^\circ$,
 $AL = KD = \frac{a}{2}$, $LK = b - a$,
 $EF = \frac{b-a}{2}$.

3. Решая систему
$$\begin{cases} \frac{b-a}{2} = 13 \\ \frac{b+a}{2} = 16 \end{cases}$$
 получим
 $a = 3$, $b = 29$, т.е.
 $BC = 3$, $AD = 29$.

Вариант 35 № 26

$MN = 13, EF = 10$

Найти BC и AD



План решения.

Замечание: $EF = 13$ и $MN = 10$ не может быть.

2. MN – средняя линия трапеции, $MN = \frac{b+a}{2}$.

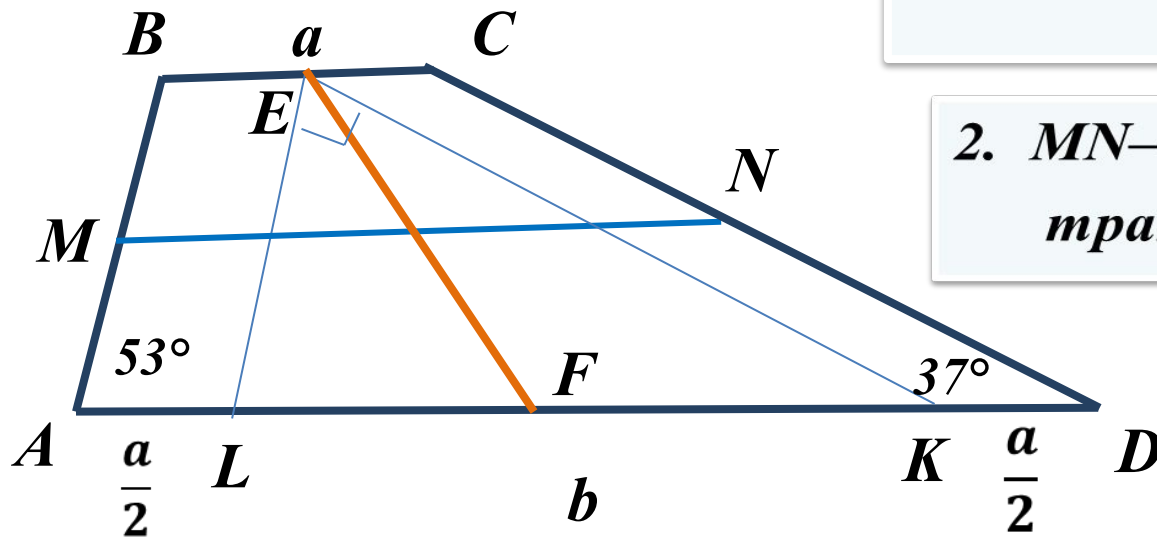
1. Пусть $BC = a, AD = b,$
 $EL \parallel AB, EK \parallel CD.$
Докажем, что $\angle LEK = 90^\circ,$
 $AL = KD = \frac{a}{2}, LK = b - a,$
 $EF = \frac{b-a}{2}.$

3. Решая систему
$$\begin{cases} \frac{b-a}{2} = 10 \\ \frac{b+a}{2} = 13 \end{cases}$$
 получим
 $a = 3, b = 23, \text{ т.е.}$
 $BC = 3, AD = 23.$

Вариант 36 № 26

$$MN = 6, EF = 2$$

Найти BC и AD



План решения.

Замечание: $EF = 6$ и $MN = 2$
не может быть.

2. MN – средняя линия
трапеции, $MN = \frac{b+a}{2}$.

1. Пусть $BC = a$, $AD = b$,
 $EL \parallel AB$, $EK \parallel CD$.
Докажем, что $\angle LEK = 90^\circ$,
 $AL = KD = \frac{a}{2}$, $LK = b - a$,
 $EF = \frac{b-a}{2}$.

3. Решая систему

$$\begin{cases} \frac{b-a}{2} = 2 \\ \frac{b+a}{2} = 6 \end{cases} \text{ получим}$$

$$a = 4, b = 8, \text{ т.е.}$$

$$BC = 4, AD = 8.$$