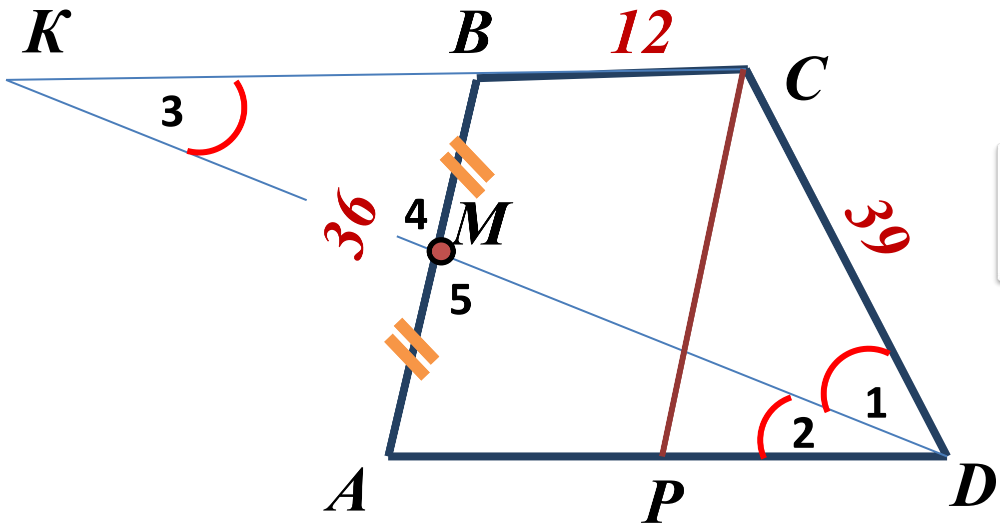
Вариант 1 № 26



План решения.

1. ΔKCD – *равнобедренный* , $KC = CD = 39$

2. $\Delta KBM = \Delta AMD$, $AD = 27$

3. *Пусть* $CP \parallel BA$, $ABCP$ – *параллелограмм*, $CP = 36$, $PD = 15$

4. *В треугольнике* CPD $CD = 39$, $CP = 36$, $PD = 15$.
По теореме , обратной теореме Пифагора ΔCPD– *прямоугольный* , CP – *высота трапеции* .

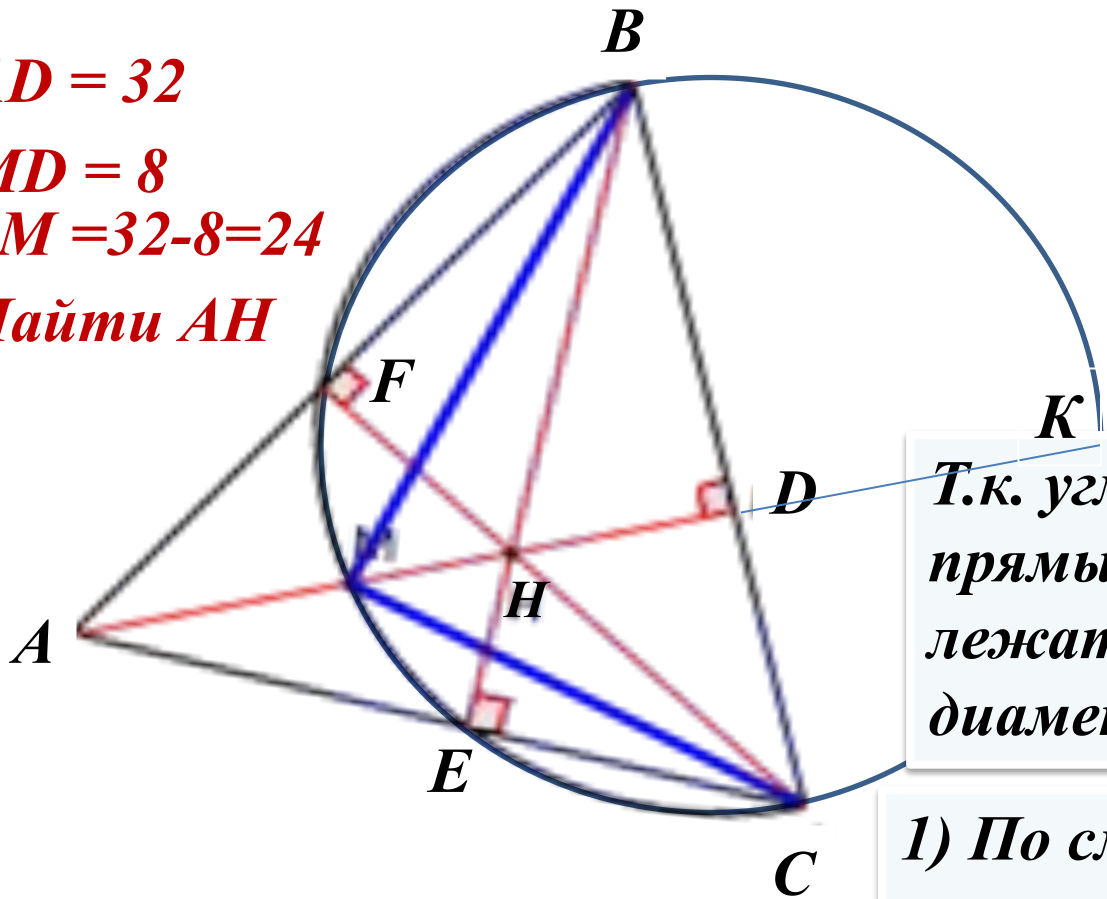
5. $S_{ABCD} = \frac{12+27}{2} \cdot 36 = 702$

$AD = 32$

$MD = 8$

$AM = 32 - 8 = 24$

Найти AH



Вариант 2 № 26

План решения.

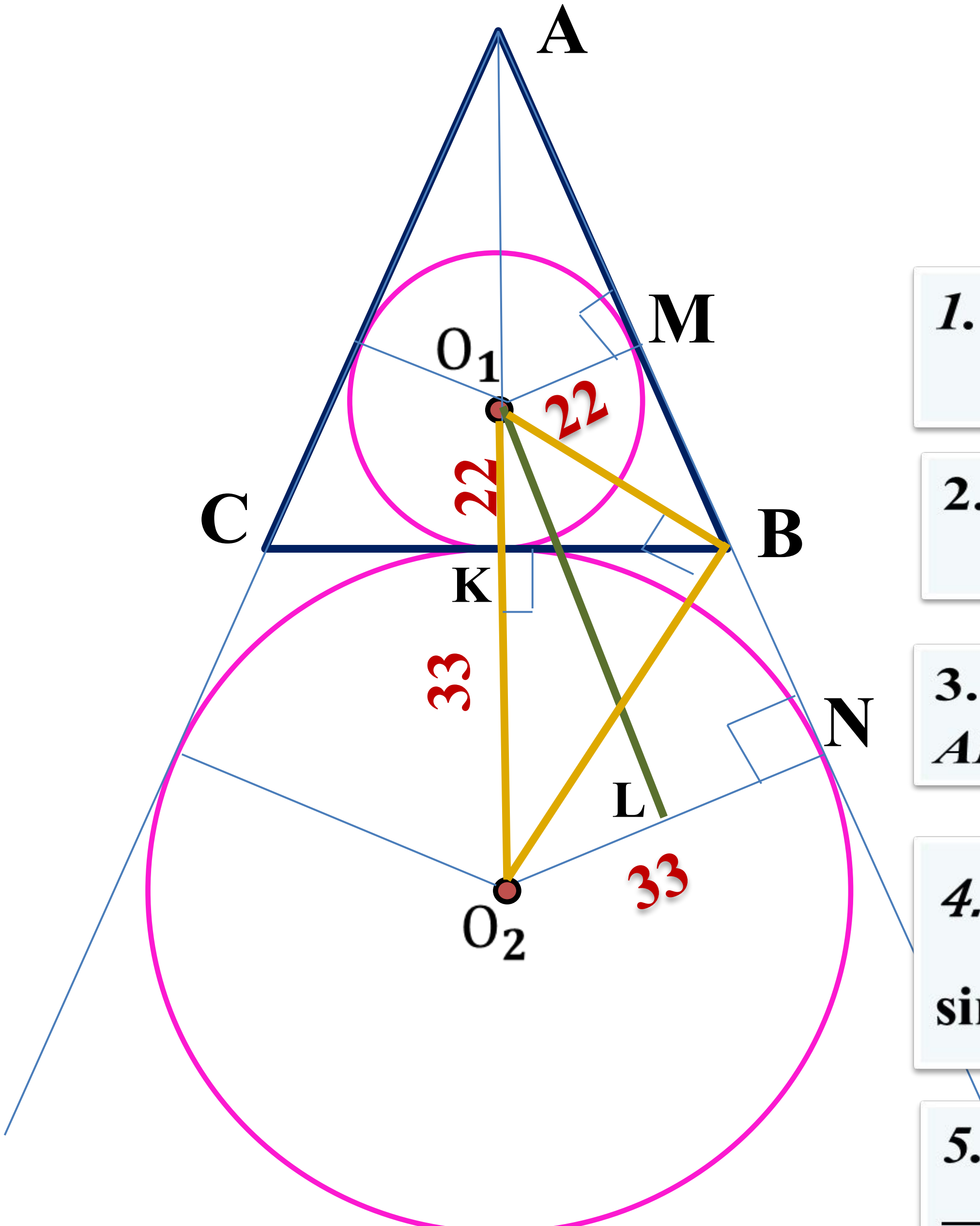
Т.к. углы BMC, BFC, BEC – прямые, то их вершины лежат на окружности с диаметром BC.

1) По следствию из теоремы о секущей и касательной

$AM \cdot AK = AF \cdot AB$,

$24 \cdot (24 + 16) = AF \cdot AB = 960$

2) $\Delta AFH \sim \Delta ABD$, $\quad \dfrac{AH}{AB} = \dfrac{AF}{AD}$, $\quad AH = \dfrac{AF \cdot AB}{AD} = \dfrac{960}{32} = 30$



Вариант 3 № 26

План решения.

1. *Пусть* $O_1L \parallel MN$,
$O_2L = 11$, $O_1L = 22\sqrt{6}$

2. ΔO_1O_2B *– прямоугольный*,
КВ – высота, $KB = 11\sqrt{6}$

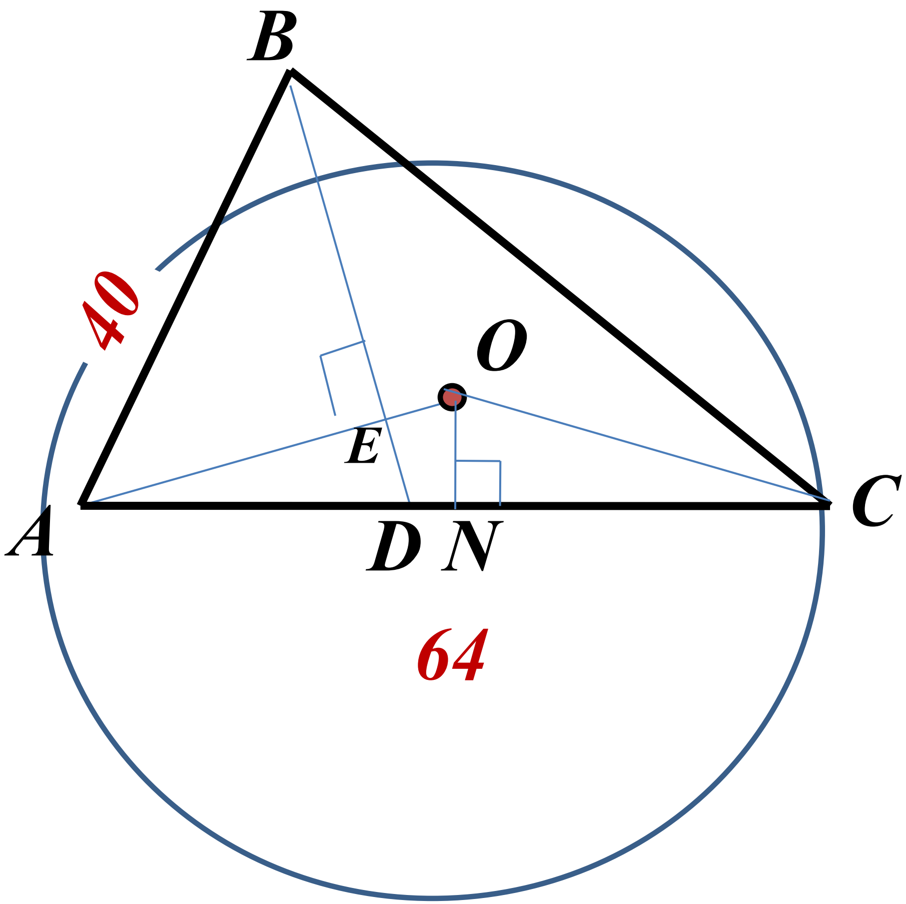
3. $\Delta O_1O_2L \sim \Delta\ AKB$,
$AK = 132$, $AB = 55\sqrt{6}$

4. $\dfrac{AK}{AB} = \sin\angle B$,
$\sin\angle B = \dfrac{2\sqrt{6}}{5}$.

5. *В* ABC *по теореме синусов*
$\dfrac{AC}{\sin\angle B} = \dfrac{AB}{\sin\angle B} = 2R$, $R = 68{,}75$

$AB = 40$, $AC = 64$.

Найти DC



Вариант 4 № 26

План решения.

1. $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$,
$\angle ABC = \angle AON$.

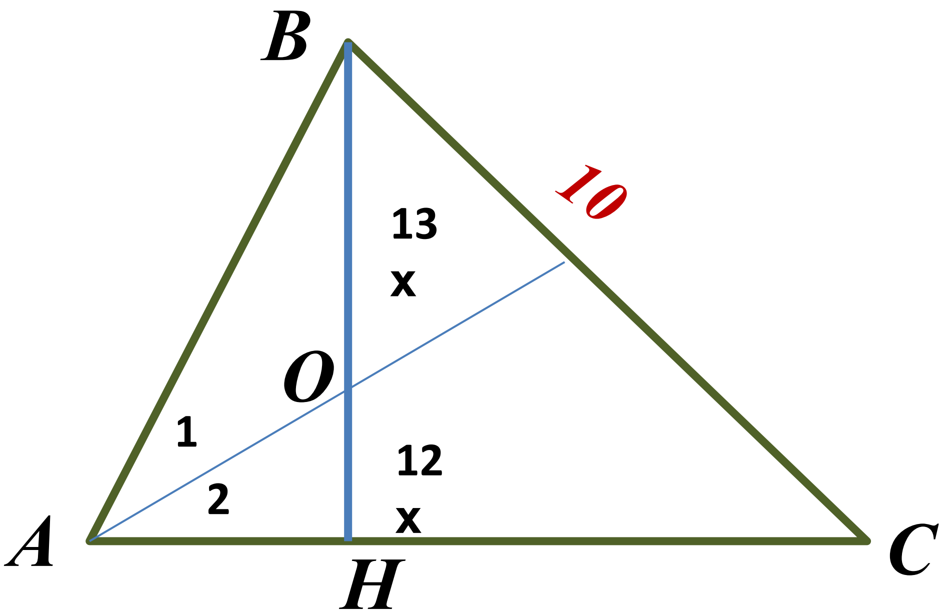
2. $\Delta AON \sim \Delta AED$,
$\angle ABC = \angle ADE$.

3. $\Delta ABD \sim \Delta ABC$,
$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB}$, $AD = 25$.

4. $AC = 64$, $AD = 25$,
$DC = 64 - 25 = 39$

$BC = 10$,
$BO : OH = 13 : 12$.
Найти R.

Вариант 5 № 26



Решение.

1) Т.к. AO- биссектриса ΔABH, то $\frac{OH}{AH} = \frac{OB}{AB}$, т.е. $\frac{12x}{AH} = \frac{13x}{AB}$,
или $\frac{12x}{13x} = \frac{AH}{AB}$, $\frac{AH}{AB} = \frac{12}{13} = \cos A$.
Тогда из основного тригонометрического тождества $\sin A = \frac{5}{13}$

2) По теореме синусов $\frac{BC}{\sin A} = 2R$,
$10 : \frac{5}{13} = 2R, R = 13$

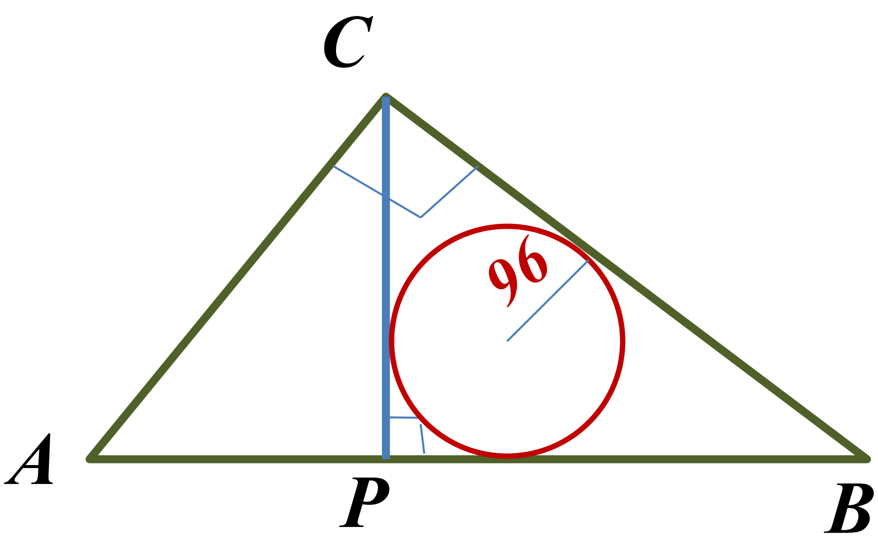
Ответ: 13.

$\text{tg}\,\angle A = \frac{8}{15}$, $r_{\Delta CPB} = 96$.

Найти $r_{\Delta ABC}$

Вариант 6 № 26

План решения.

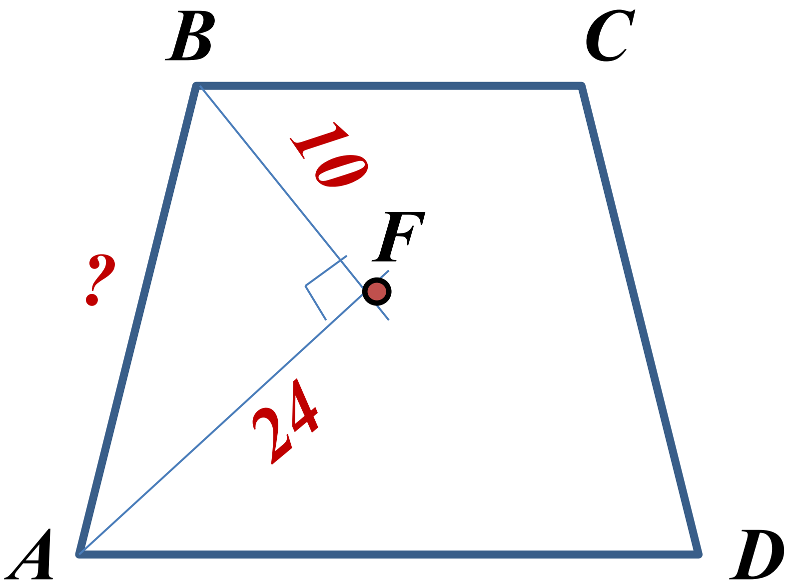


1) $\angle A = \angle PCB$, $\text{tg}\,\angle A = \frac{8}{15}$,
$\frac{PB}{CP} = \frac{8}{15}$.

2) ΔCPB – прямоугольный,
$PB = 8x$, $CP = 15x$,
$CB = 17x$.

3) $\Delta CPB \sim \Delta ABC$, $k = \frac{8}{17}$,
$\frac{r_{\Delta CPB}}{r_{\Delta ABC}} = \frac{8}{17}$, $r_{\Delta ABC} = 204$

Ответ: 204.



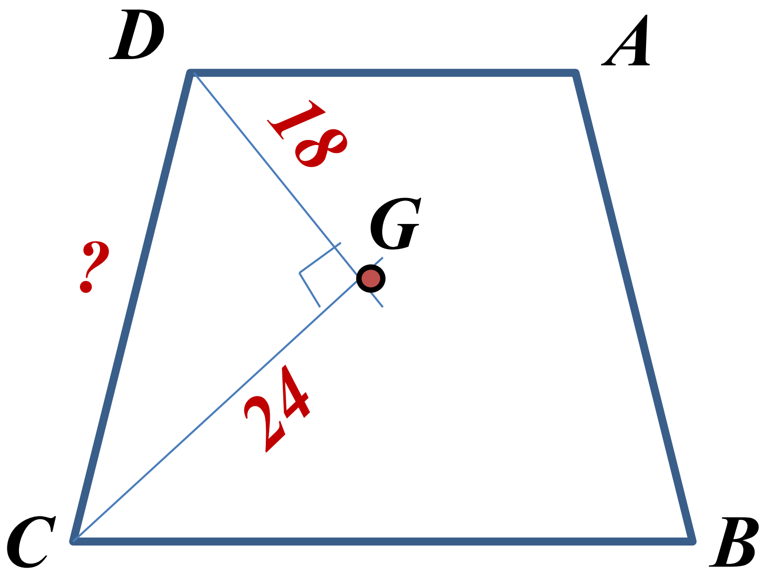
Вариант 7 № 26

План решения.

1. ΔABF - прямоугольный

2. По теореме Пифагора

AB = 26



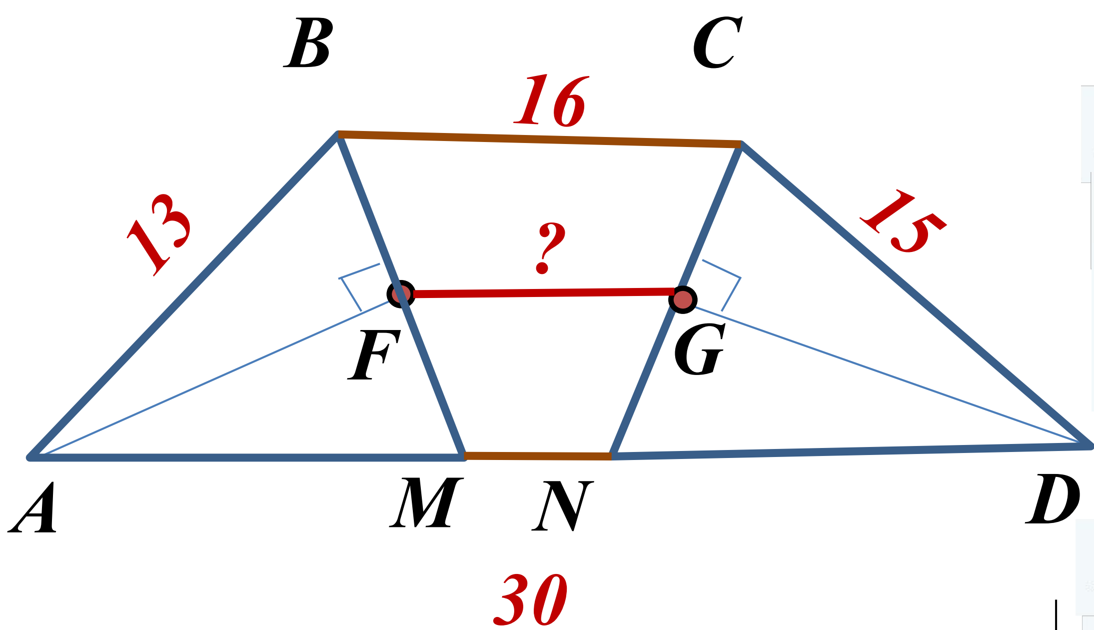
Вариант 8 № 26

План решения.

1. ΔABG - прямоугольный

2. По теореме Пифагора
   AB = 30

Вариант 9 № 26



План решения.

1. ΔABF - прямоугольный

ΔABM - равнобедренный

F – середина BM

$AM = AB = 13$

2. ΔCDG - прямоугольный

ΔCDN - равнобедренный

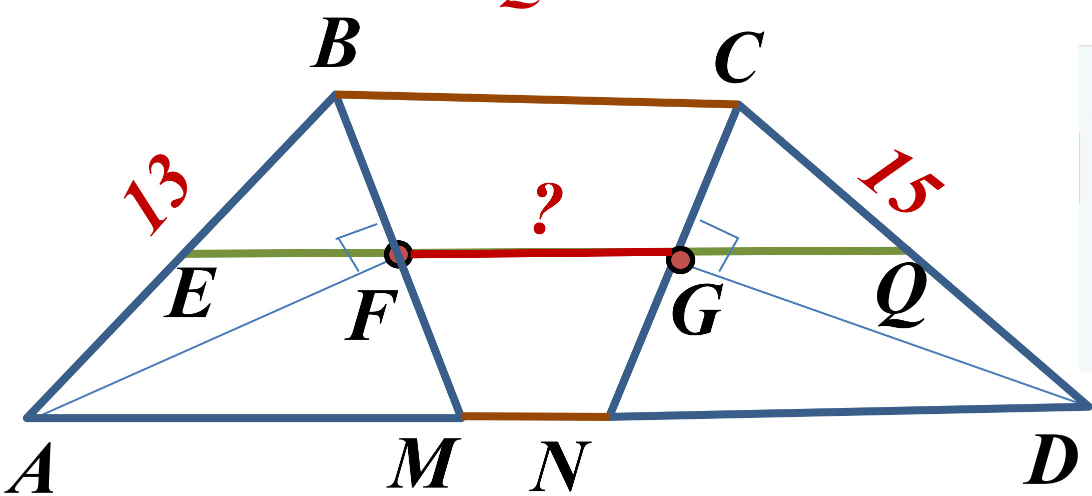
G – середина NC

$CD = DN = 15$

3. FG – средняя линия трапеции $MBCN$,

$MN = 2$, $FG = 9$.

Вариант 10 № 26



План решения.

1. ΔABF - прямоугольный

ΔABM - равнобедренный

F – середина BM

$AM = AB = 13$

2. ΔCDG - прямоугольный

ΔCDN - равнобедренный

G – середина NC

$CD = DN = 15$

3. EF – средняя линия $\Delta\ ABM$,

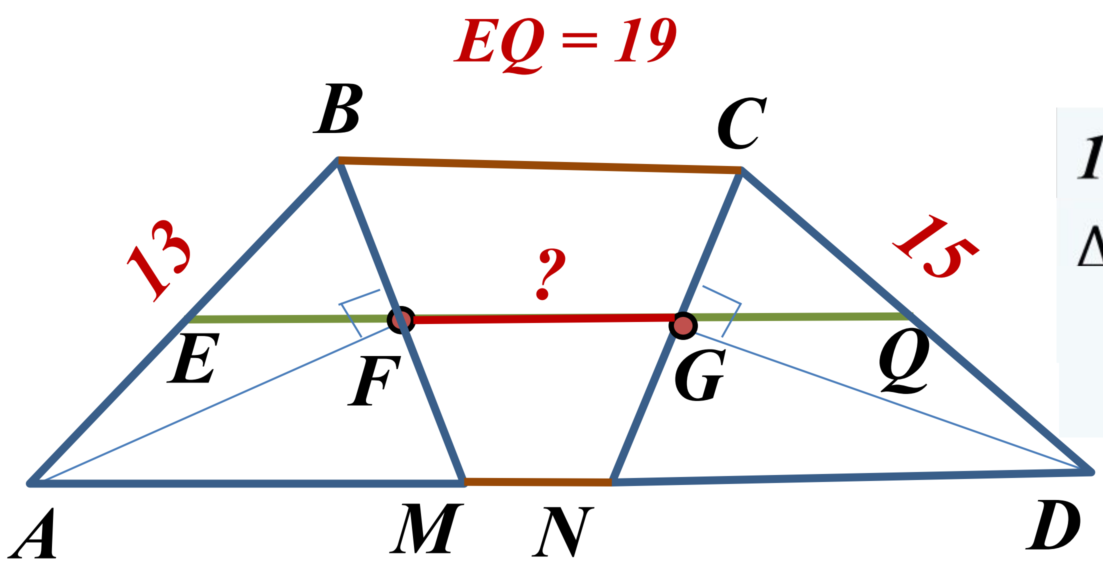
$EF = 6{,}5$

GQ - средняя линия ΔNCD,

$GQ = 7{,}5$

$FG = 21 – (6{,}5 + 7{,}5) = 7$

Вариант 11 № 26



План решения.

1. ΔABF - прямоугольный

ΔABM - равнобедренный

F – середина BM

AM = AB = 13

2. ΔCDG - прямоугольный

ΔCDN - равнобедренный

G – середина NC

CD = DN = 15

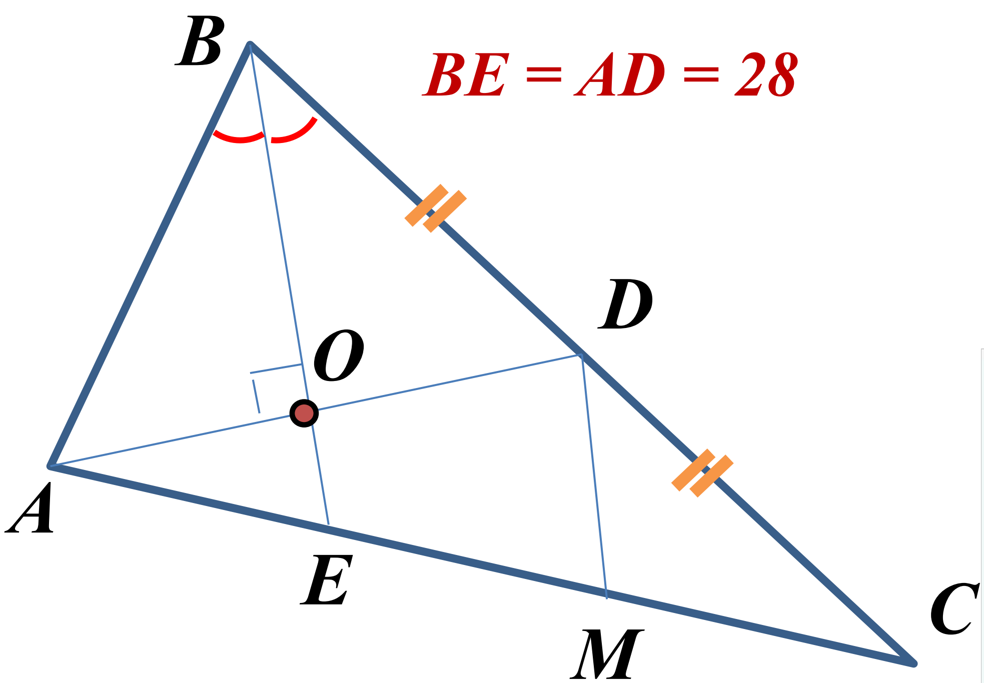
3. EF – средняя линия Δ ABM ,

EF = 6,5

GQ - средняя линия ΔNCD,

GQ = 7,5

FG = 19 – (6,5 + 7,5) = 5



Вариант 12 № 26

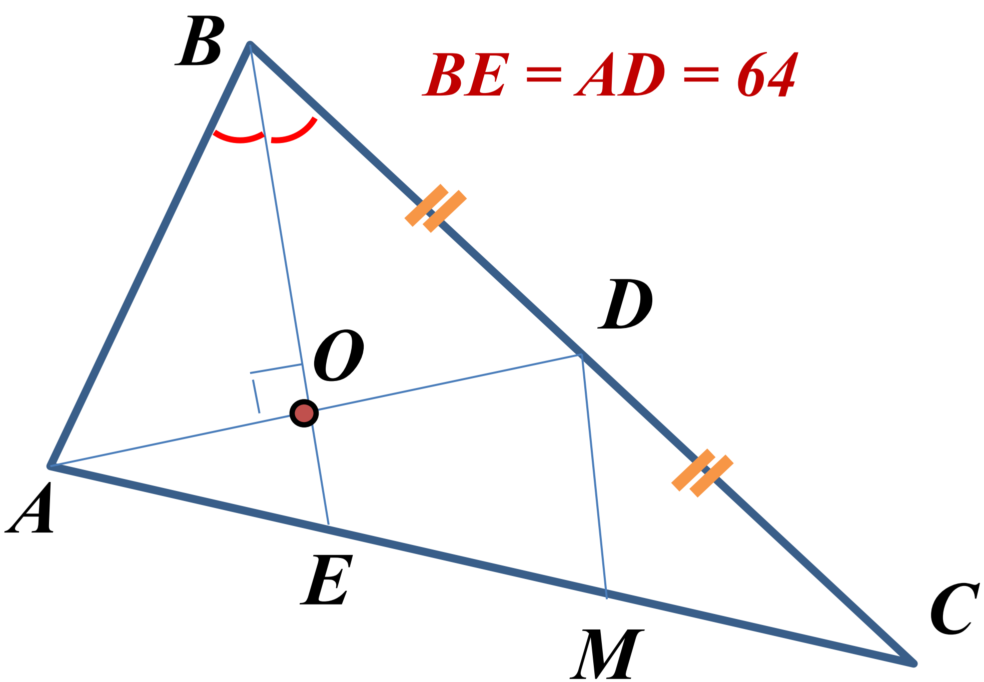
План решения.

1. ΔABD – равнобедренный, BO – медиана, $AO = OD = 14$

2. Пусть $DM \parallel BE$, $DM = 14$, $EM = MC$, $OE = 7$, $AE = EM$, $AE = \frac{1}{3} AC$

3. Из ΔAOE по теореме Пифагора $AE = 7\sqrt{5}$, $AC = 21\sqrt{5}$.
   Из ΔAOB $OB = 21$, $AB = 7\sqrt{13}$, $BC = 2\,AB = 14\sqrt{13}$

Вариант 13 № 26



План решения.

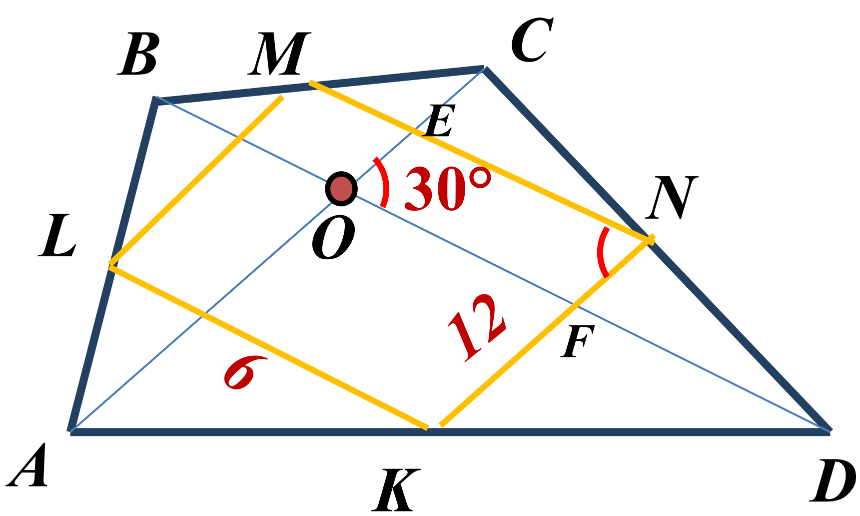
1. ΔABD – равнобедренный, BO – медиана, $AO = OD = 32$

2. Пусть $DM \parallel BE$, $DM = 32$, $EM = MC$, $OE = 16$, $AE = EM$, $AE = \frac{1}{3}AC$

3. Из ΔAOE по теореме Пифагора $AE = 16\sqrt{3}$, $AC = 48\sqrt{3}$.
Из ΔAOB $OB = 21$, $AB = 16\sqrt{13}$, $BC = 2\,AB = 32\sqrt{13}$

Вариант 14 № 26

Найти S_{KLMN}



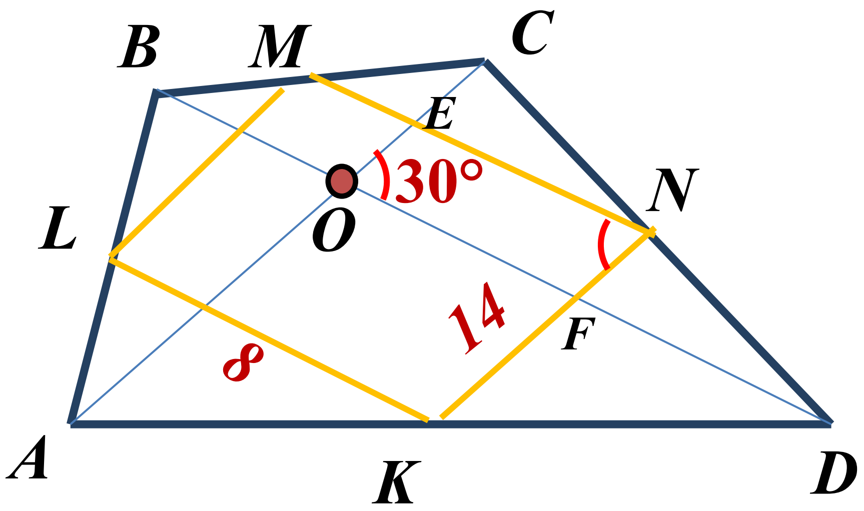
План решения.

1. KLMN - параллелограмм, $\angle N = 30°$

2. $S_{KLMN} =$
$= 2 \cdot (\frac{1}{2} MN \cdot KN \cdot \sin 30°) =$
$= 36$

Вариант 15 № 26

Найти S_{KLMN}



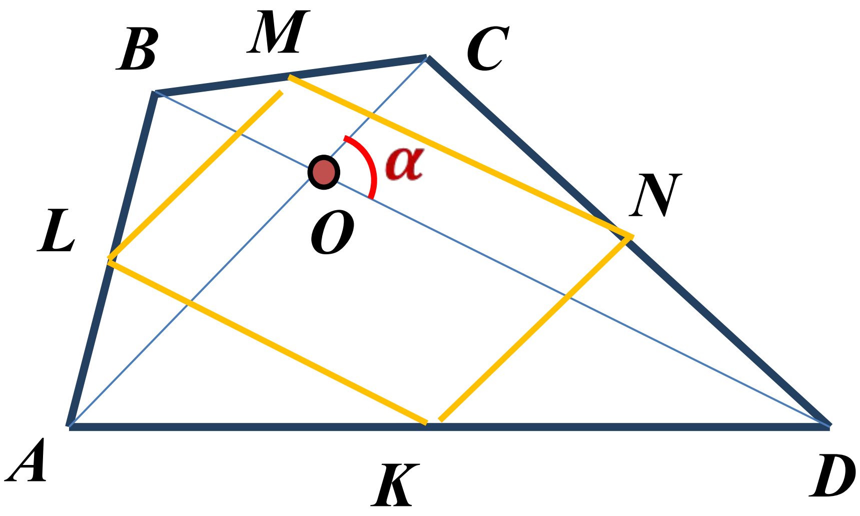
План решения.

1. *KLMN - параллелограмм,* $\angle N = 30°$

2. $S_{KLMN} = 2 \cdot (\frac{1}{2} MN \cdot KN \cdot \sin 30°) = 56$

Вариант 16 № 26

Найти S_{KLMN}

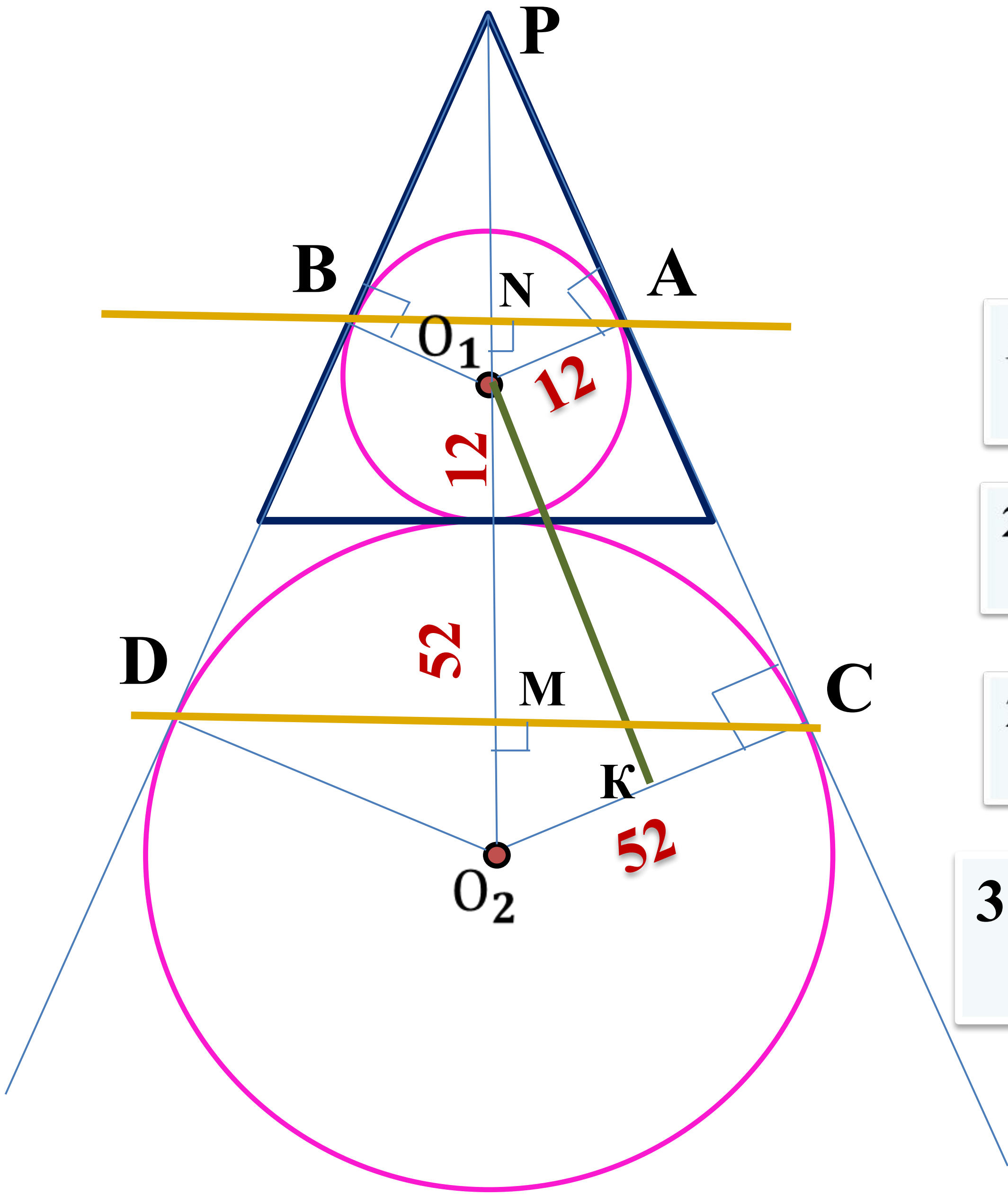


План решения.

1. $S_{ABCD} = \frac{1}{2} BD \cdot AC \cdot \sin\alpha$

2. $S_{KLMN} = \frac{1}{4} BD \cdot AC \cdot \sin\alpha$

3. $\dfrac{S_{ABCD}}{S_{KLMN}} = \dfrac{\frac{1}{2} BD \cdot AC \cdot \sin\alpha}{\frac{1}{4} BD \cdot AC \cdot \sin\alpha} = 2$



Вариант 17 № 26

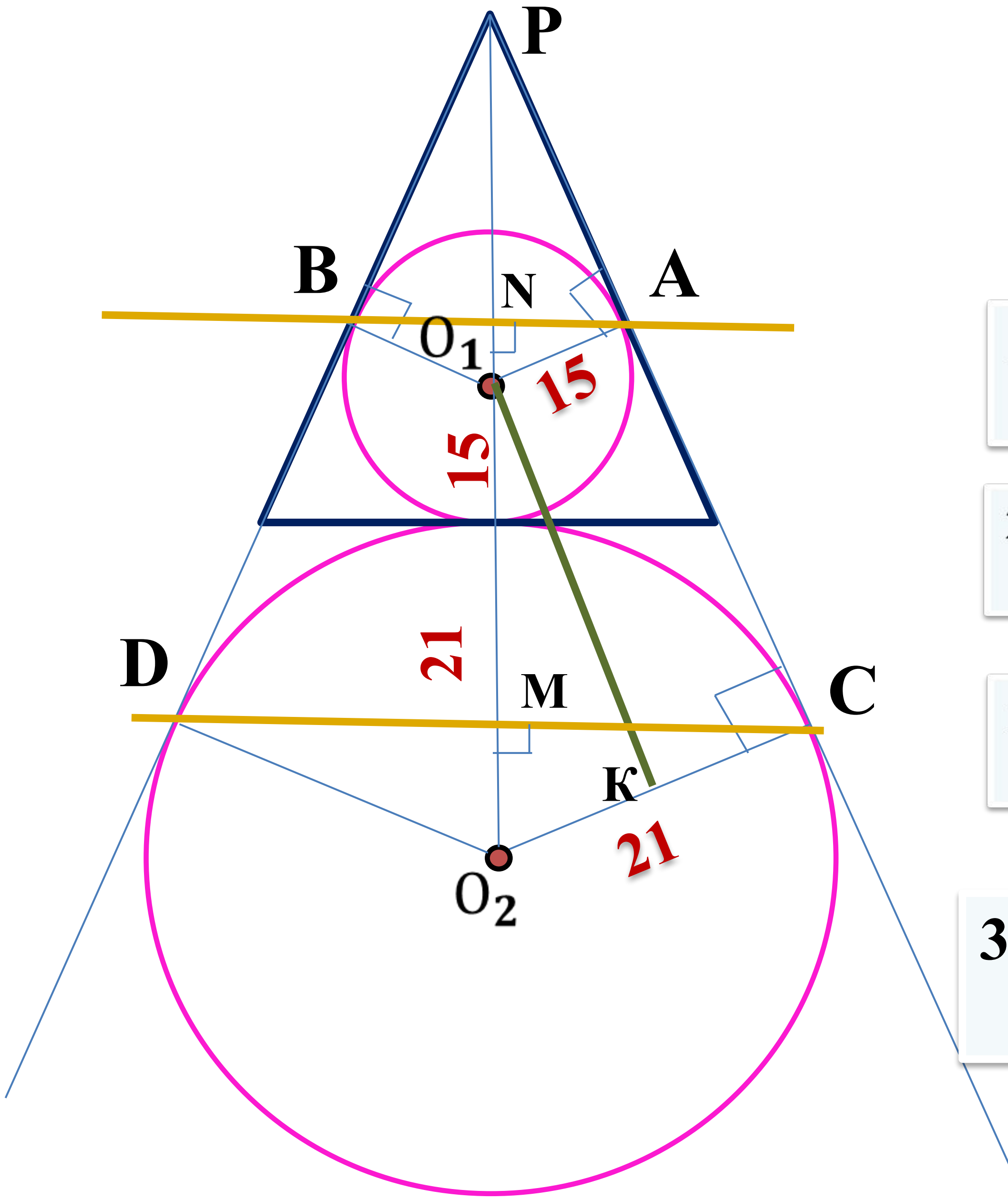
План решения.

1. *Пусть* $O_1K \parallel AC$, $O_2K = 40$

2. $\Delta O_2MC \sim \Delta O_1O_2K$, $O_2M = 32{,}5$

2. $\Delta O_2MC \sim \Delta O_1NA$, $O_1N = 7{,}5$

3. **MN = 64 – 32,5 + 7,5 =**
= 39



Вариант 18 № 26

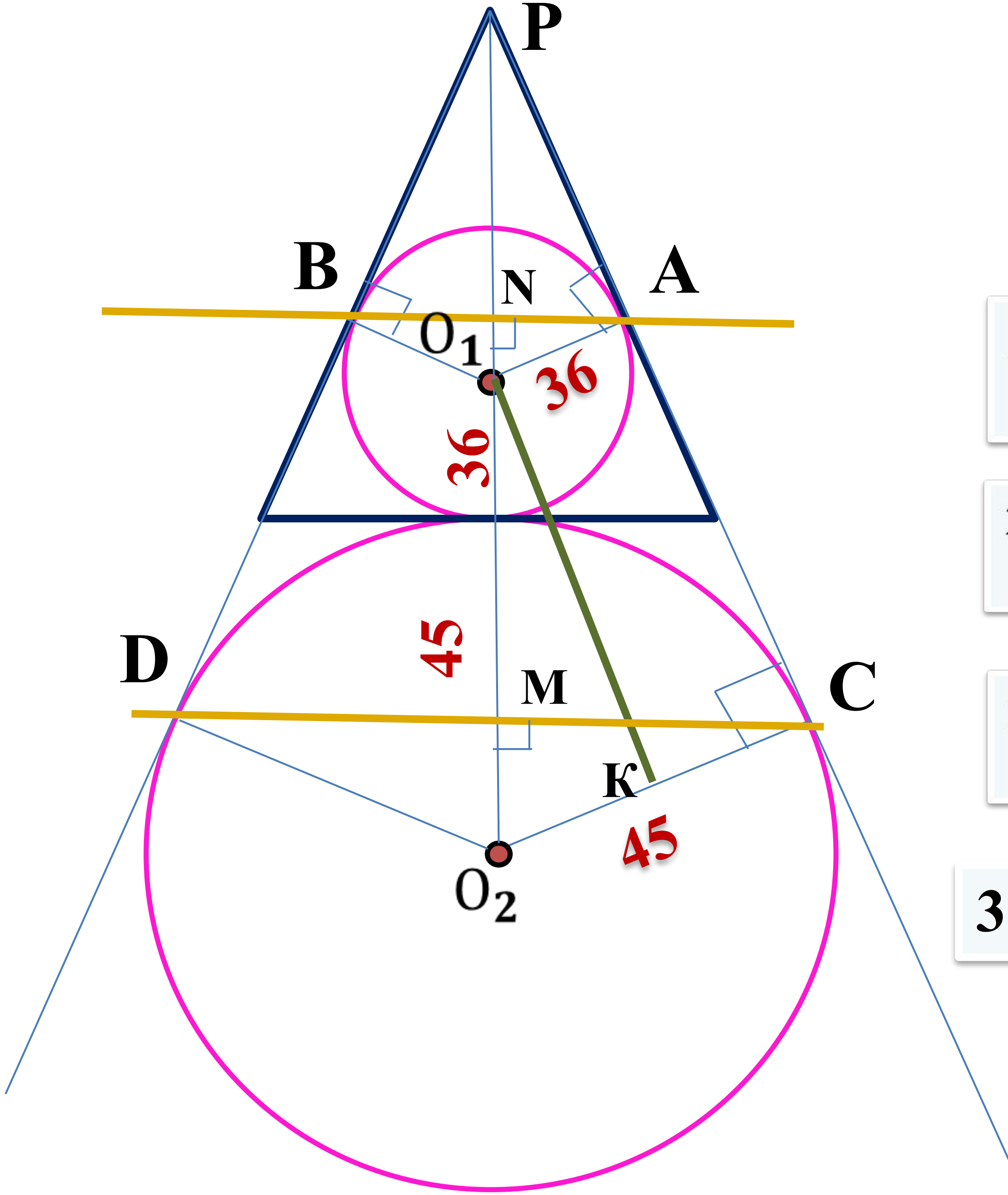
План решения.

1. Пусть $O_1К \parallel AC$,
$O_2К = 6$

2. $\Delta O_2MC \sim \Delta O_1O_2K$,
$O_2M = 3{,}5$

2. $\Delta O_2MC \sim \Delta O_1NA$,
$O_1N = 2{,}5$

3. **MN** = 36 – 3,5 + 2,5 =
= 35



Вариант 19 № 26

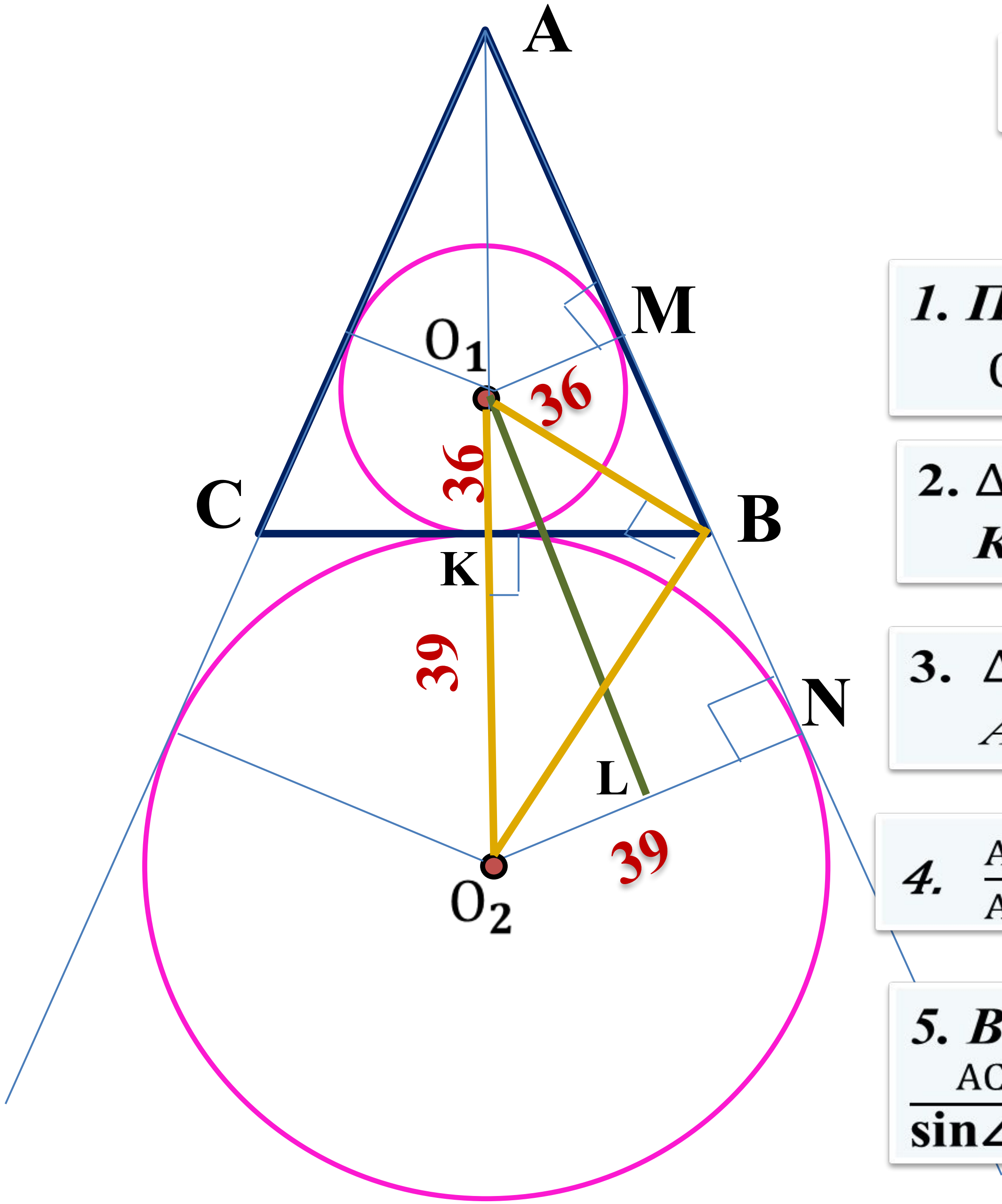
План решения.

1. *Пусть* $O_1K \parallel AC$, $O_2K = 9$

2. $\Delta O_2MC \sim \Delta O_1O_2K$, $O_2M = 5$

2. $\Delta O_2MC \sim \Delta O_1NA$, $O_1N = 4$

3. MN = 81 – 5 + 4 = 80



Вариант 20 № 26

План решения.

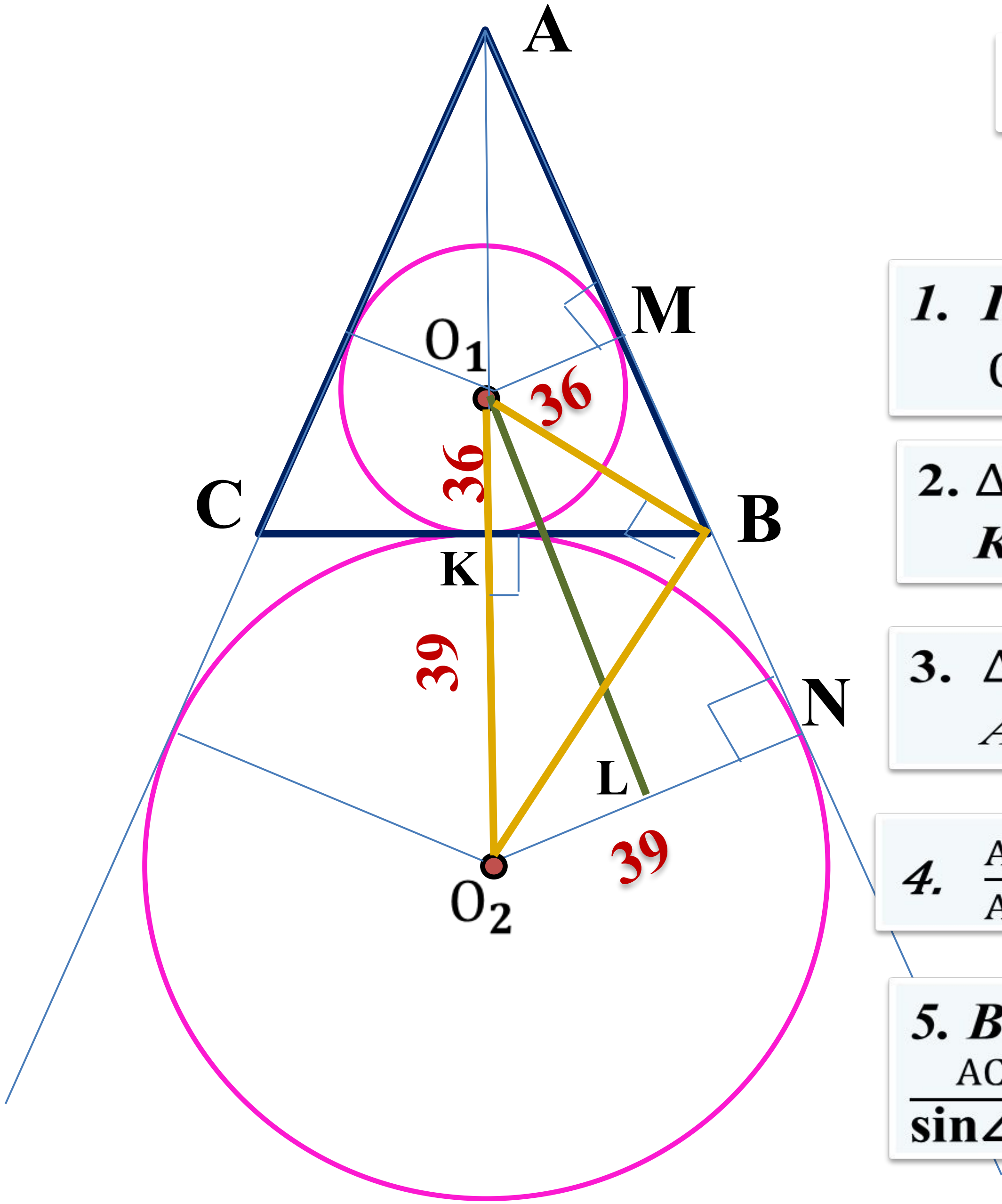
1. *Пусть* $O_1L \parallel MN$,
$O_2L = 3$, $O_1L = 6\sqrt{182}$

2. ΔO_1O_2B *— прямоугольный*,
KB — высота, $KB = 3\sqrt{182}$

3. $\Delta O_1O_2L \sim \Delta AKB$,
$AK = 1092$, $AB = 81\sqrt{182}$

4. $\dfrac{AK}{AB} = \sin\angle B$, $\sin\angle B = \dfrac{2\sqrt{182}}{27}$.

5. *В* ABC *по теореме синусов*
$\dfrac{AC}{\sin\angle B} = 2R$, $R = 546{,}75$



Вариант 21 № 26

План решения.

1. *Пусть* $O_1L \parallel MN$,
   $O_2L = 3$, $O_1L = 12\sqrt{39}$

2. ΔO_1O_2B *– прямоугольный*,
   KB *– высота*, $KB = 6\sqrt{39}$

3. $\Delta O_1O_2L \sim \Delta AKB$,
   $AK = 936$, $AB = 150\sqrt{39}$

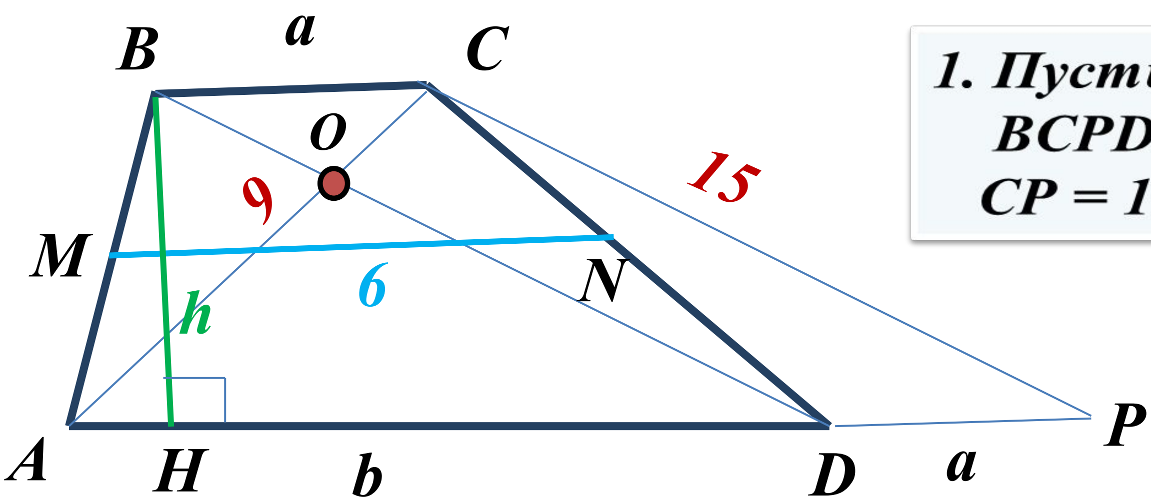
4. $\frac{AK}{AB} = \sin\angle B$, $\sin\angle B = \frac{4\sqrt{39}}{25}$.

5. *В* ABC *по теореме синусов*
   $\frac{AC}{\sin\angle B} = 2R$, $R = 468{,}75$

Вариант 22 № 26

$AC = 9\,, \quad BD = 15$

Найти S_{ABCD}



План решения.

1. Пусть $CP \parallel BD$,
$BCPD$ – параллелограмм,
$CP = 15\,, \quad BC = DP = a$

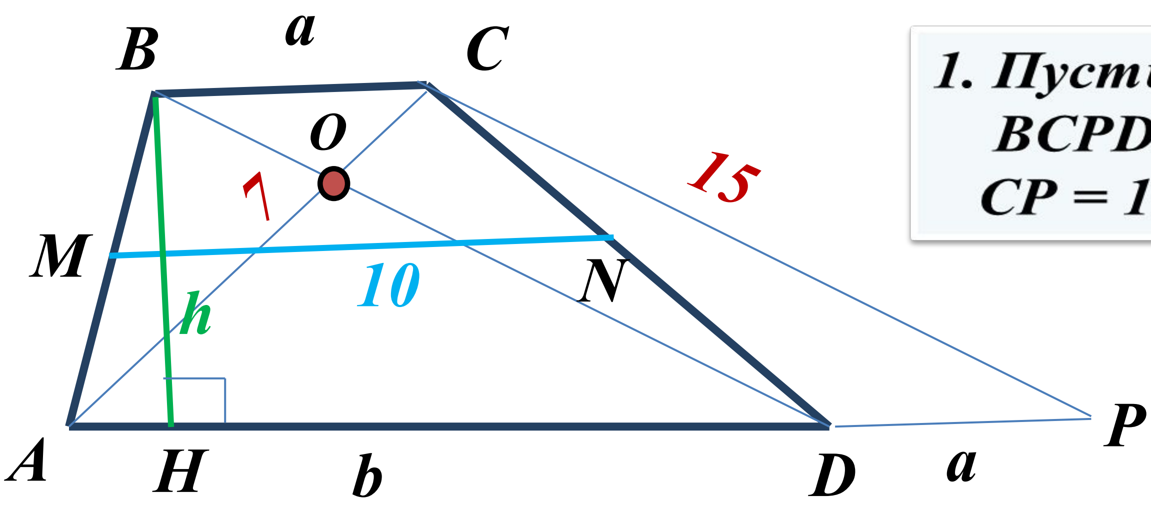
2. $S_{ABCD} = \dfrac{a+b}{2} \cdot h\,,$
$S_{\Delta ACP} = \dfrac{a+b}{2} \cdot h\,,$
$S_{ABCD} = S_{\Delta ACP}\,.$

3. $a + b = 12$. По формуле Герона
$S_{\Delta ACP} = 54 = S_{ABCD}$

Вариант 23 № 26

$AC = 7$, $BD = 15$

Найти S_{ABCD}



План решения.

1. Пусть $CP \parallel BD$,
   $BCPD$ – параллелограмм,
   $CP = 15$, $BC = DP = a$

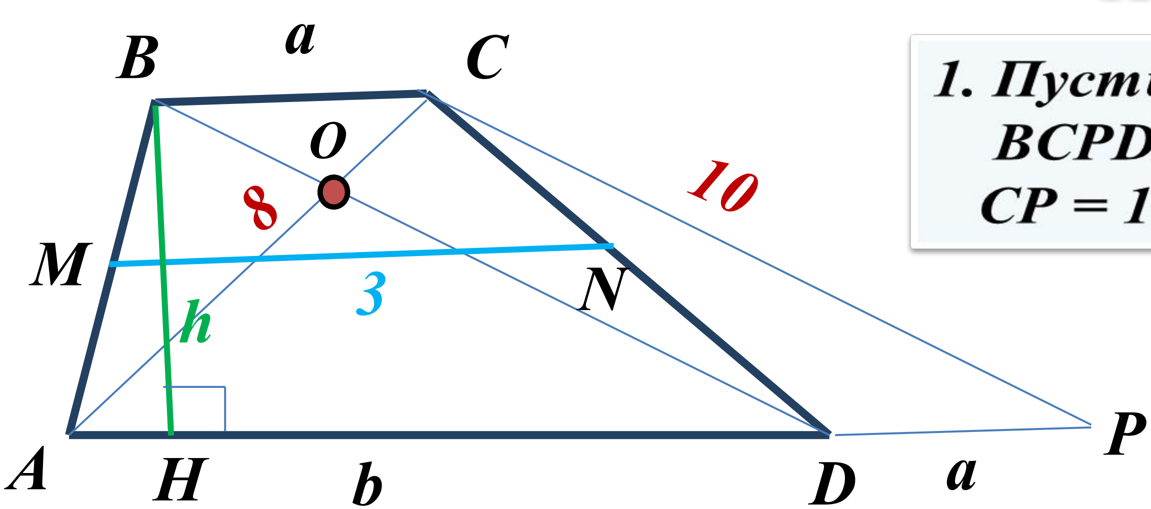
2. $S_{ABCD} = \dfrac{a+b}{2} \cdot h$,
   $S_{\Delta ACP} = \dfrac{a+b}{2} \cdot h$,
   $S_{ABCD} = S_{\Delta ACP}$.

3. $a + b = 20$. По формуле Герона
   $S_{\Delta ACP} = 42 = S_{ABCD}$

Вариант 24 № 26

$AC = 8, \quad BD = 10$

Найти S_{ABCD}



План решения.

1. Пусть $CP \parallel BD$,
   $BCPD$ – параллелограмм,
   $CP = 10, \quad BC = DP = a$

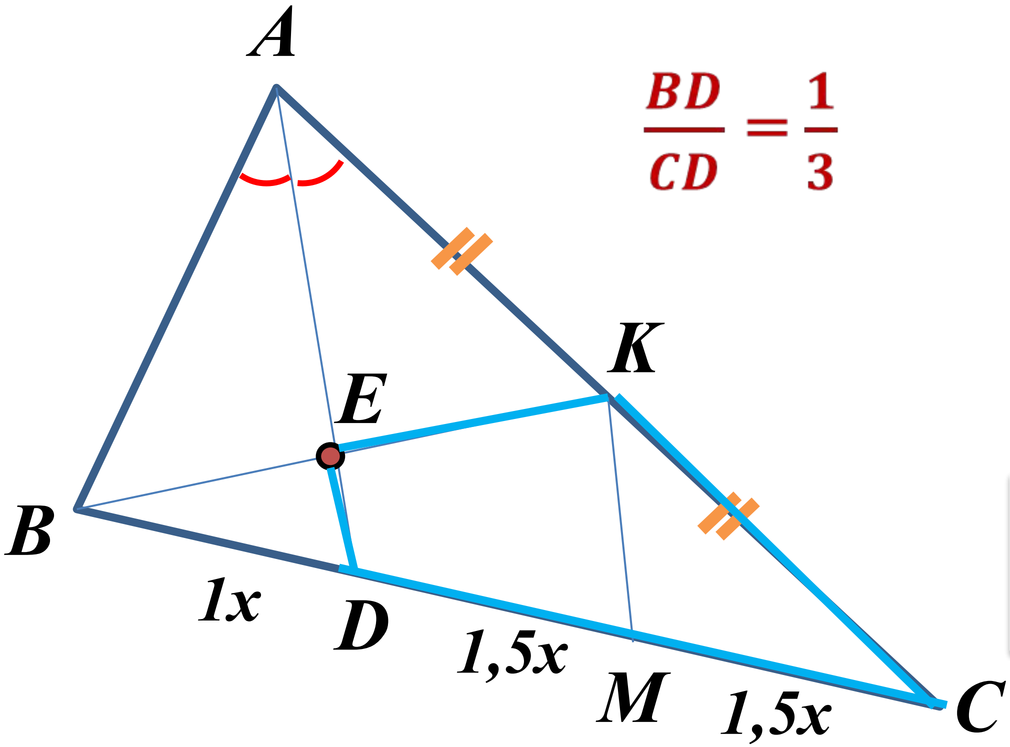
2. $S_{ABCD} = \dfrac{a+b}{2} \cdot h,$

   $S_{\Delta ACP} = \dfrac{a+b}{2} \cdot h,$

   $S_{ABCD} = S_{\Delta ACP}.$

3. $a + b = 6$. По формуле Герона
   $S_{\Delta ACP} = 24 = S_{ABCD}$

Вариант 25 № 26

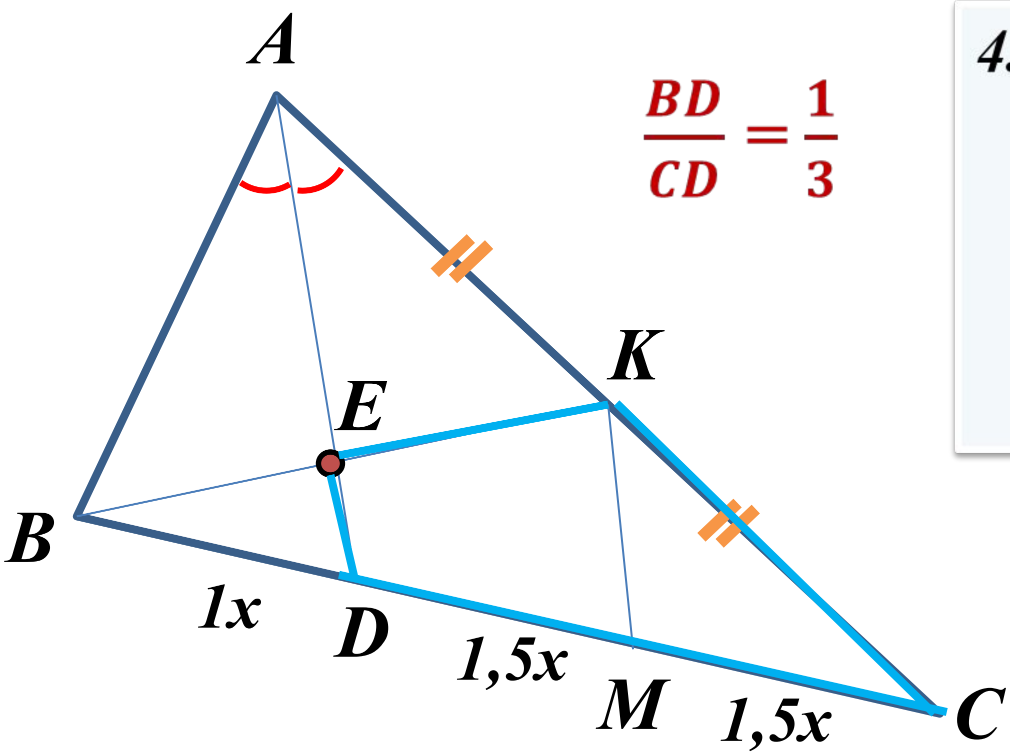


План решения.

1. $S_{\Delta KBC} = \frac{1}{2} \cdot 80 = 40$,
   $S_{\Delta ABK} = 40$,
   $S_{\Delta ADC} = \frac{3}{4} \cdot 80 = 60$

2. Пусть $KM \parallel AD$,
   $BD = x$, $DM = MC = 1,5x$

3. По свойству площадей треугольников, имеющих по одному равному углу $\frac{S_{\Delta ABE}}{S_{\Delta AEK}} = \frac{AE \cdot AB}{AE \cdot AK} = \frac{AB}{AK}$.



$$\frac{BD}{CD} = \frac{1}{3}$$

4. *По свойству биссектрисы*

$\Delta ABC \quad \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} = \frac{1}{3},$

$\frac{AB}{AK} = \frac{AB}{\frac{1}{2}AC} = \frac{1}{1{,}5} = \frac{2}{3},$

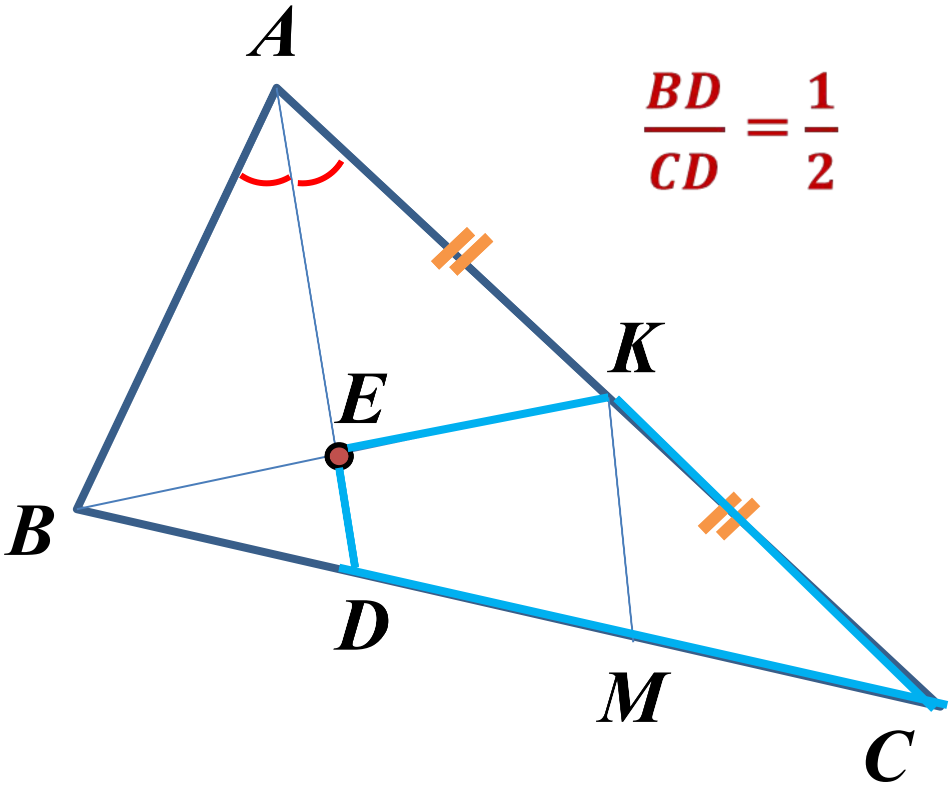
$\frac{S_{\Delta ABE}}{S_{\Delta AEK}} = \frac{2}{3}$

5. $\frac{S_{\Delta ABE}}{S_{\Delta AEK}} = \frac{2}{3}$,

$S_{\Delta AEK} = 40 : 5 \cdot 3 = 24$

6. $S_{KEDC} = S_{\Delta ADC} - S_{\Delta AEK} = 60 - 24 = 36$

Вариант 26 № 26



$$\frac{BD}{CD} = \frac{1}{2}$$

План решения.

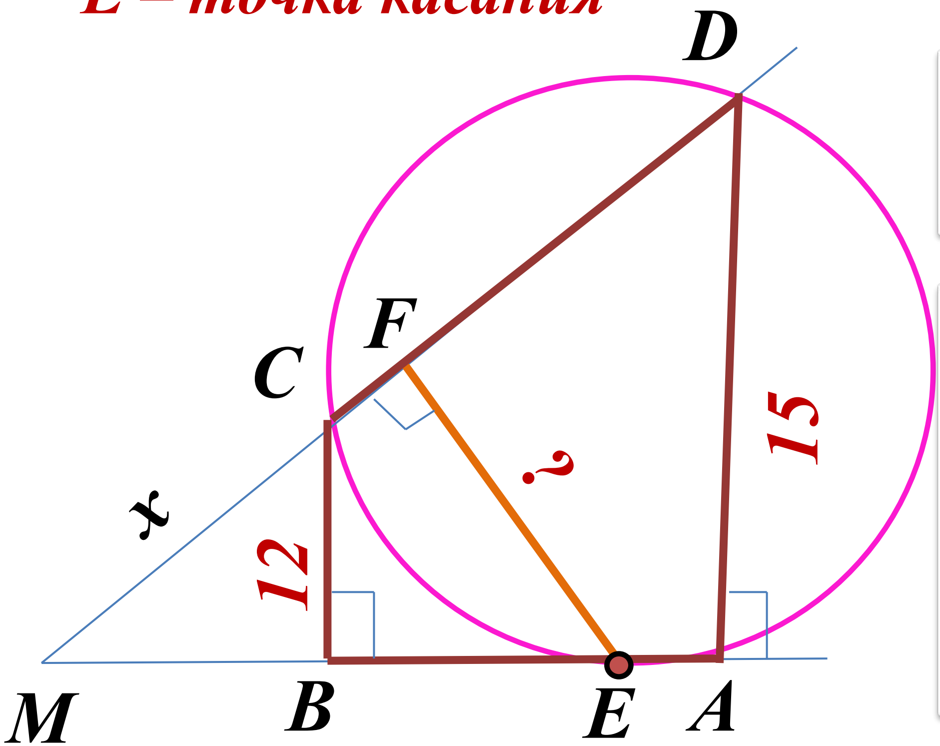
1. $S_{\Delta KBC} = \frac{1}{2} \cdot 60 = 30$,
$S_{\Delta ABK} = 30$,
$S_{\Delta ADC} = \frac{2}{3} \cdot 60 = 40$

4. По свойству биссектрисы
$\Delta ABC \quad \frac{BD}{AB} = \frac{DC}{AC}$,
$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$, $AB = AK$,
$S_{\Delta ABE} = S_{\Delta AEK} = 30 : 2 = 15$

5. $S_{KEDC} = S_{\Delta ADC} - S_{\Delta AEK} = 40 - 15 = 25$

Вариант 27 № 26

ABCD – трапеция,
E – точка касания



План решения.

1. $\Delta MDA \sim \Delta MCB$.
Пусть $MC = x, \quad MD = \frac{5}{4}x$

2. *По свойству секущей и касательной, проведённых к окружности из одной точки* $ME^2 = MD \cdot MC$,
$ME = \frac{\sqrt{5}}{2}x$

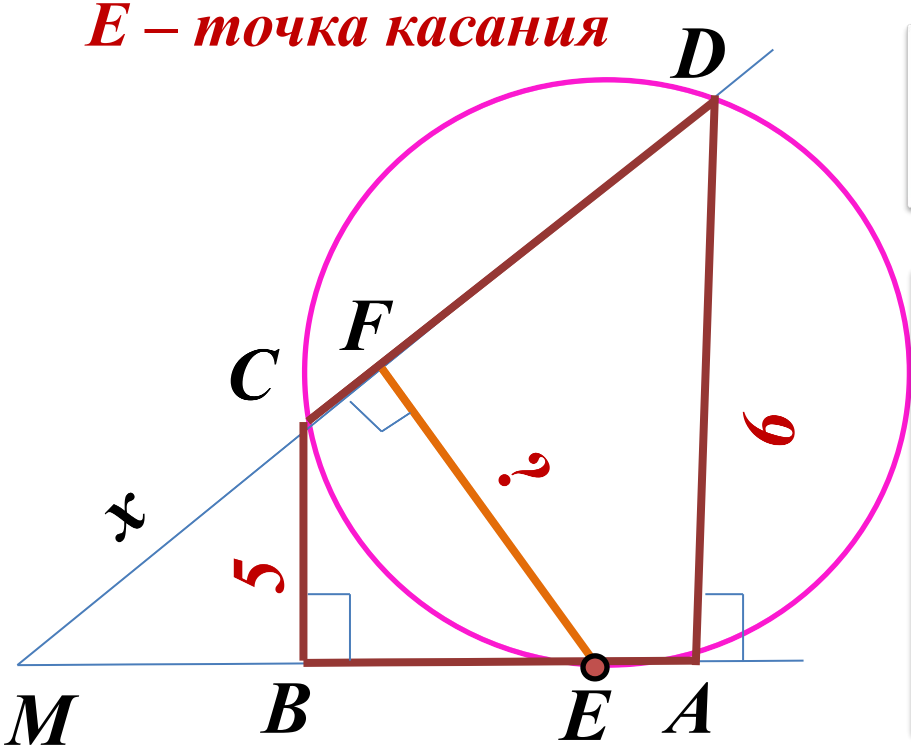
3. *В прямоугольном треугольнике MCB* $\sin\angle M = \frac{12}{x}$

4. *Из* ΔMFE $\quad FE = ME \cdot \sin\angle M = \frac{\sqrt{5}}{2}x \cdot \frac{12}{x} = 6\sqrt{5}$

Вариант 28 № 26

План решения.

ABCD – трапеция,
E – точка касания



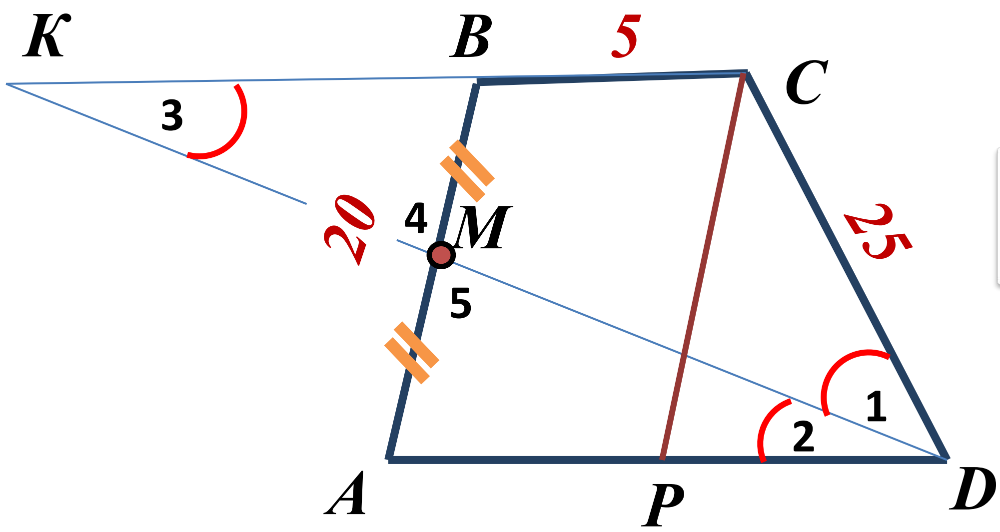
1. $\Delta MDA \sim \Delta MCB$,
Пусть $MC = x$, $MD = \frac{6}{5}x$

2. *По свойству секущей и касательной, проведённых к окружности из одной точки* $ME^2 = MD \cdot MC$,
$$ME = \sqrt{\frac{6}{5}}x$$

3. *В прямоугольном треугольнике MCB* $\sin \angle M = \frac{5}{x}$

4. *Из* ΔMFE $\quad FE = ME \cdot \sin \angle M = \sqrt{\frac{6}{5}}x \cdot \frac{5}{x} = \sqrt{30}$

Вариант 29 № 26



План решения.

1. ΔKCD – *равнобедренный* ,
$KC = CD = 25$

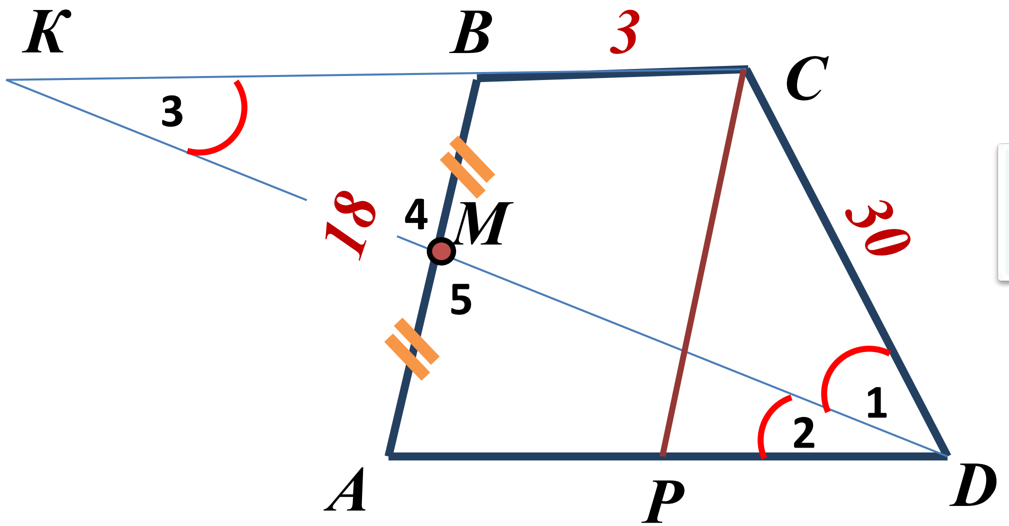
2. $\Delta KBM = \Delta AMD$,
$AD = 20$

3. Пусть $CP \parallel BA$, $ABCP$ – *параллелограмм,* $CP = 20$, $PD = 15$

4. В треугольнике CPD $CD = 25$, $CP = 20$, $PD = 15$.
По теореме , обратной теореме Пифагора ΔCPD –
прямоугольный , CP – *высота трапеции* .

5. $S_{ABCD} = \frac{5+20}{2} \cdot 20 = 250$

Вариант 30 № 26



План решения.

1. ΔKCD – равнобедренный, $KC = CD = 30$

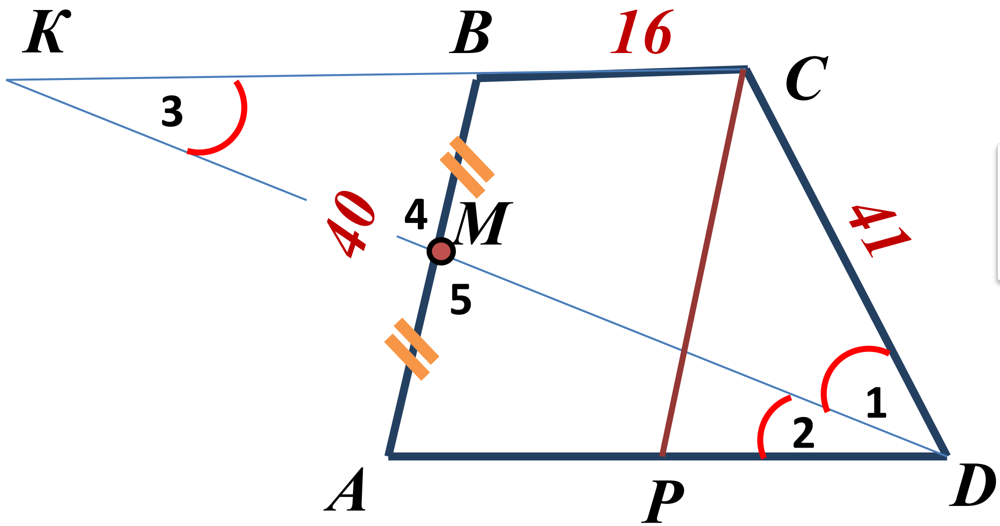
2. $\Delta KBM = \Delta AMD$, $AD = 27$

3. Пусть $CP \parallel BA$, $ABCP$ – параллелограмм, $CP = 18$, $PD = 24$

4. В треугольнике CPD $CD = 30$, $CP = 18$, $PD = 24$.
По теореме, обратной теореме Пифагора ΔCPD – прямоугольный, CP – высота трапеции.

5. $S_{ABCD} = \frac{3+27}{2} \cdot 18 = 270$

Вариант 31 № 26



План решения.

1. ΔKCD – равнобедренный, $KC = CD = 41$

2. $\Delta KBM = \Delta AMD$, $AD = 25$

3. Пусть $CP \parallel BA$, $ABCP$ – параллелограмм, $CP = 40$, $PD = 9$

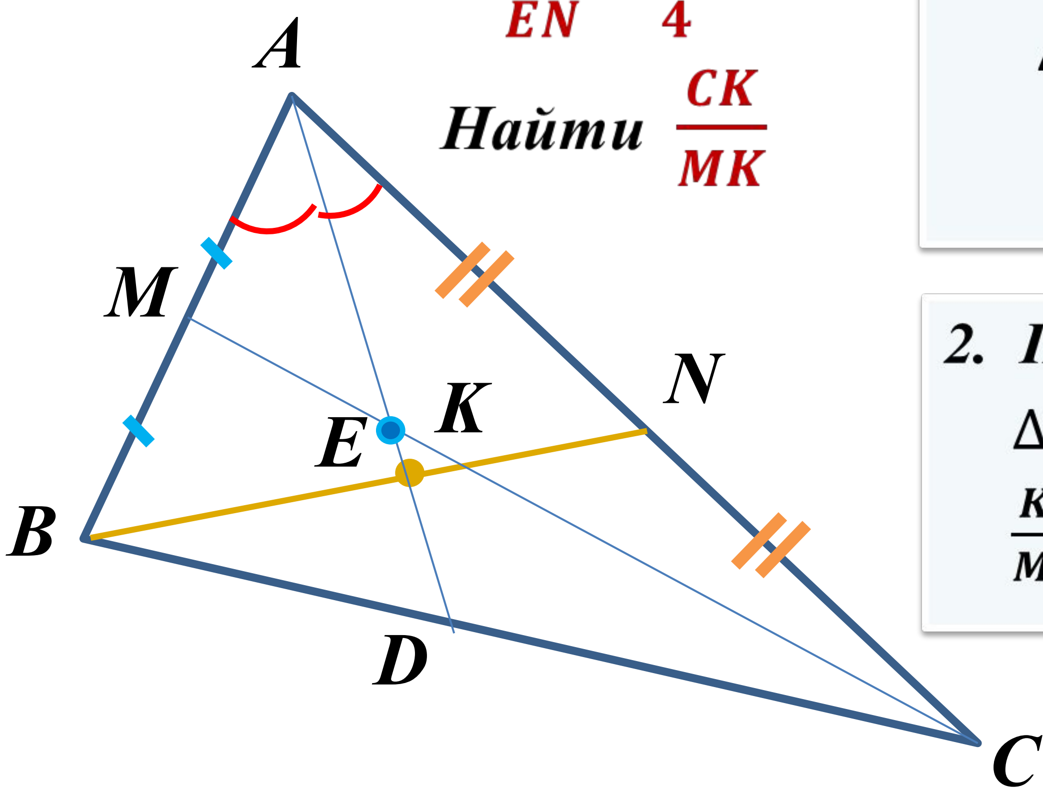
4. В треугольнике CPD $CD = 41$, $CP = 40$, $PD = 9$.
По теореме, обратной теореме Пифагора ΔCPD – прямоугольный, CP – высота трапеции.

5. $S_{ABCD} = \frac{16+25}{2} \cdot 40 = 820$

Вариант 32 № 26

$$\frac{BE}{EN}=\frac{5}{4}$$

Найти $\frac{CK}{MK}$



План решения.

1. **По свойству биссектрисы**

ΔABN $\frac{BE}{AB}=\frac{EN}{AN}$, $\frac{BE}{EN}=\frac{AB}{AN}$,

$\frac{BE}{EN}=\frac{AB}{\frac{1}{2}AC}=\frac{5}{4}$, $AB=\frac{5}{8}AC$

2. **По свойству биссектрисы**

ΔMAC $\frac{KC}{AC}=\frac{MK}{AM}$, $\frac{KC}{MK}=\frac{AC}{AM}$,

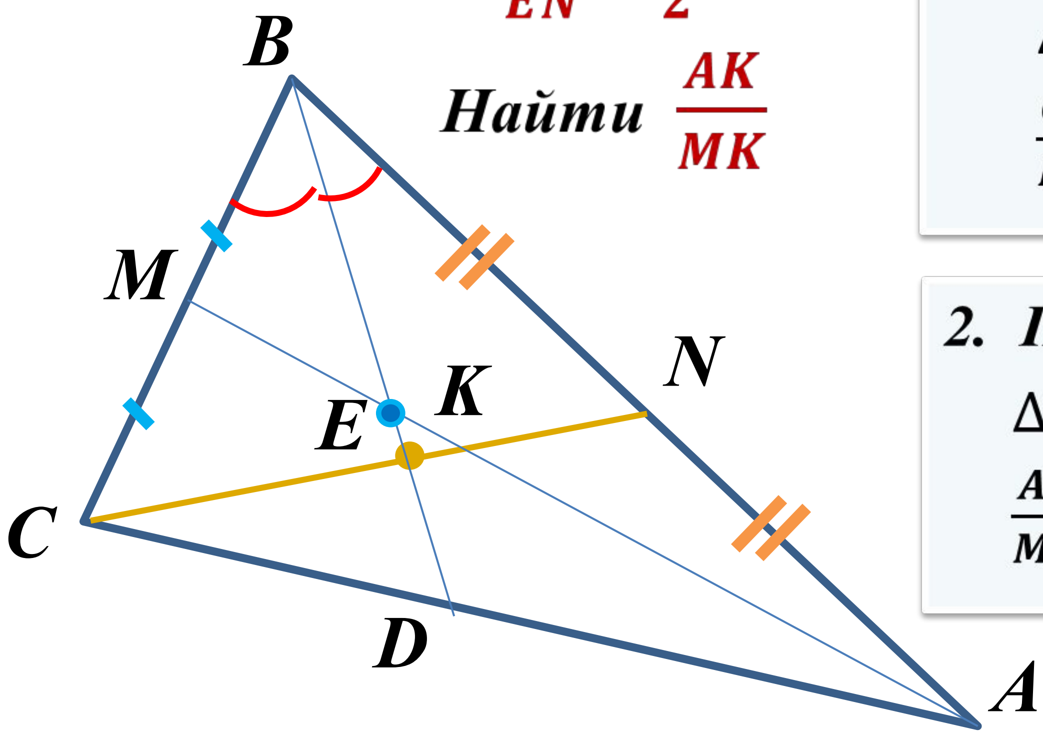
$\frac{KC}{MK}=\frac{AC}{\frac{1}{2}AB}$.

3. $\frac{KC}{MK}=\frac{AC}{\frac{1}{2}AB}=\frac{AC}{\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{8}AC}=\frac{16}{5}$

Вариант 33 № 26

$$\frac{CE}{EN} = \frac{7}{2}$$

Найти $\frac{AK}{MK}$



План решения.

1. По свойству биссектрисы ΔCBN $\frac{CE}{CB} = \frac{EN}{BN}$, $\frac{CE}{EN} = \frac{CB}{BN}$, $\frac{CE}{EN} = \frac{CB}{\frac{1}{2}AB} = \frac{7}{2}$, $CB = \frac{7}{4}AB$

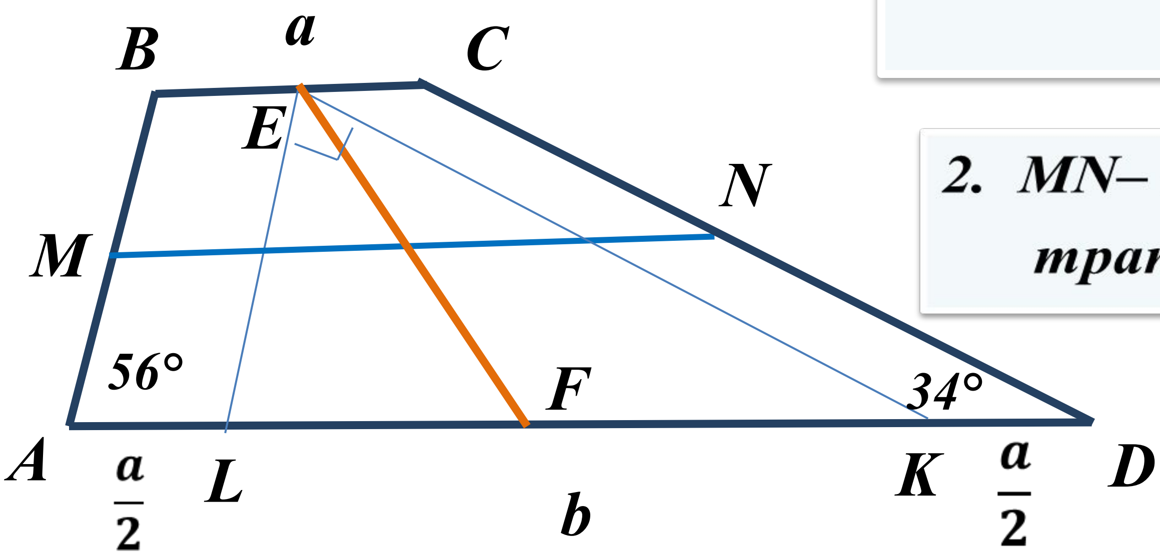
2. По свойству биссектрисы ΔMAB $\frac{AK}{AB} = \frac{MK}{MB}$, $\frac{AK}{MK} = \frac{AB}{MB}$, $\frac{AK}{MK} = \frac{AB}{\frac{1}{2}CB}$.

3. $\frac{AK}{MK} = \frac{AB}{\frac{1}{2}CB} = \frac{AB}{\frac{1}{2} \cdot \frac{7}{4}\ AB} = \frac{8}{7}$

Вариант 34 № 26

$MN = 16$, $EF = 13$

Найти BC и AD



План решения.

Замечание: $EF = 16$ $MN = 13$ не может быть.

1. Пусть $BC = a$, $AD = b$,
$EL \parallel AB$, $EK \parallel CD$.
Докажем, что $\angle LEK = 90°$,
$AL = KD = \frac{a}{2}$, $LK = b - a$,
$$EF = \frac{b-a}{2}.$$

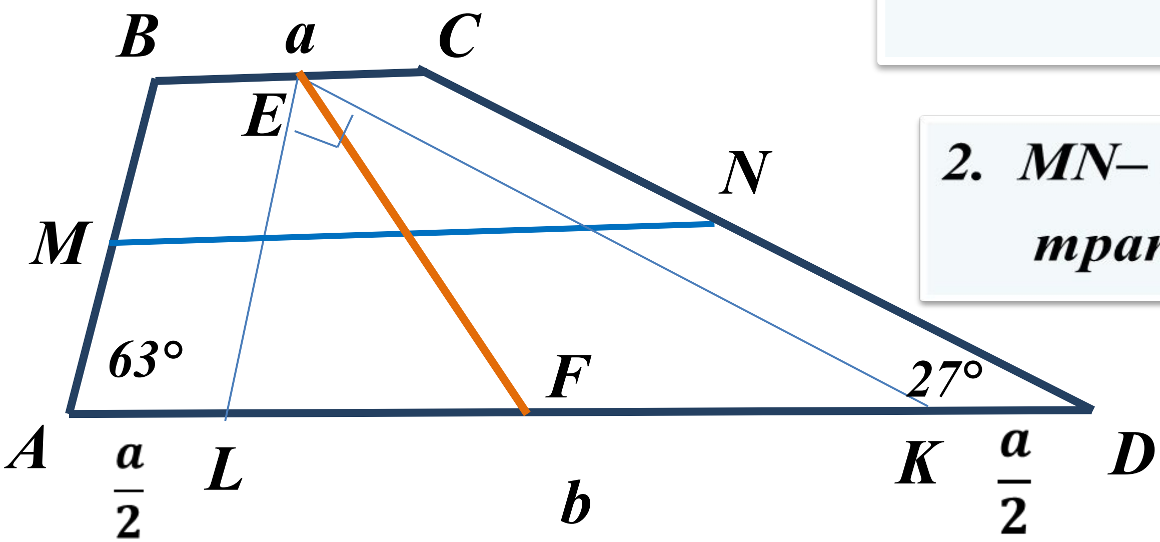
2. MN – средняя линия трапеции, $MN = \frac{b+a}{2}$.

3. Решая систему
$$\begin{cases} \frac{b-a}{2} = 13 \\ \frac{b+a}{2} = 16 \end{cases}$$
получим
$a = 3$, $b = 29$, т.е.
$BC = 3$, $AD = 29$.

Вариант 35 № 26

$MN = 13\,,\ \ EF = 10$

Найти BC и AD



1. Пусть $BC = a\,,\ AD = b\,,$
   $EL \parallel AB\,,\ \ EK \parallel CD\,.$
   Докажем, что $\angle LEK = 90°$,
   $AL = KD = \frac{a}{2}\,,\ \ LK = b - a,$
   $$EF = \frac{b-a}{2}\,.$$

План решения.

Замечание: $EF = 13$ и $MN = 10$ не может быть.

2. MN– средняя линия трапеции, $MN = \frac{b+a}{2}\,.$

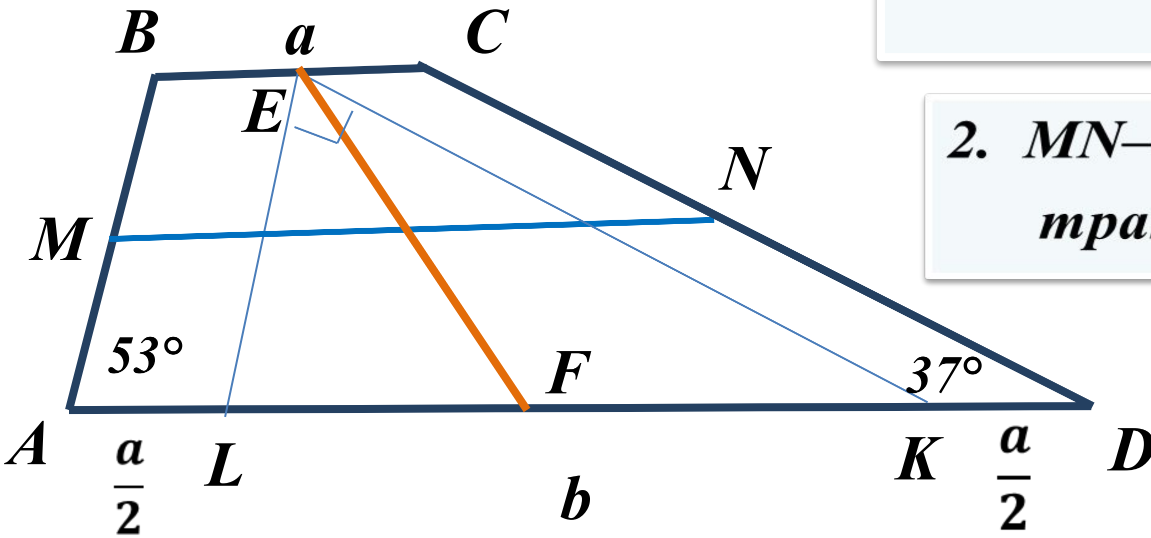
3. Решая систему
$$\begin{cases} \frac{b-a}{2} = 10 \\ \frac{b+a}{2} = 13 \end{cases}$$
получим
$a = 3\,,\ \ b = 23\,,$ т.е.
$BC = 3\,,\ \ AD = 23.$

Вариант 36 № 26

План решения.

$MN = 6$, $EF = 2$

Найти BC и AD



Замечание: $EF = 6$ и $MN = 2$ не может быть.

1. Пусть $BC = a$, $AD = b$, $EL \parallel AB$, $EK \parallel CD$. Докажем, что $\angle LEK = 90°$, $AL = KD = \dfrac{a}{2}$, $LK = b - a$, $EF = \dfrac{b-a}{2}$.

2. MN – средняя линия трапеции, $MN = \dfrac{b+a}{2}$.

3. Решая систему
$$\begin{cases} \dfrac{b-a}{2} = 2 \\ \dfrac{b+a}{2} = 6 \end{cases}$$
получим $a = 4$, $b = 8$, т.е. $BC = 4$, $AD = 8$.