

Дискретная математика



Тупиковая ДНФ

- Отношение покрытия между единичными наборами и импликантами ДНФ наглядно задается *таблицей покрытия.*

Таблица покрытия

Строки таблицы соответствуют конъюнкциям ДНФ, столбцы – элементам единичного множества. На пересечении строки и столбца ставится пометка, если данная конъюнкция обращается в единицу данным набором значений аргументов (*набор покрывается единичным множеством конъюнкции*).

Пример

Пусть ДНФ функции имеет вид:

$$f(x, y, z) = y \square yz$$

Тогда ее единичное множество может быть представлено в виде:

$$M_f = M_y \square M_{yz} = \{010, 011, 110, 111\}$$

Построим таблицу покрытия.

Пример:

	010	011	110	111
у	*	*	*	*
yz		*		*

Из таблицы видно, что вторая строчка – лишняя, то есть если ее убрать, все элементы единичного множества останутся покрыты.

Пример

- Значит, импликант yz – *лишний импликант*.

Таким образом, ДНФ можно упростить, убрав лишний импликант.

$$f(x, y, z) = y$$

Эта ДНФ является *тупиковой*, так как оставшийся импликант – простой.

Так бывает не всегда.

Тупиковая ДНФ

- Сокращенная ДНФ, из которой удалены все лишние импликанты, называется *тупиковой*.

Замечание 1

- Чтобы с помощью таблицы покрытия получить тупиковую ДНФ, необходимо сначала получить сокращенную ДНФ (скрДНФ) и именно ее простые импликанты помещать в таблицу покрытия.

Замечание 2

- У функции может быть несколько тупиковых ДНФ. Чтобы найти их необходимо построить сокращенную ДНФ, содержащую все простые импликанты данной функции.

Метод Блейка-Порецкого –

метод получения сокращенной ДНФ, содержащей все простые импликанты.

Пусть дана СДНФ функции.

1. Перенумеруем элементарные конъюнкции.

2. Осуществим попарно склеивание каждой конъюнкции с каждой, если это возможно. Под полученными конъюнкциями будем фиксировать номера.

Метод Блейка-Порецкого

- 3. Допишем к списку полученных конъюнкций те, которые не участвовали в склеивании (их номера не фиксировались).
- 4. Вернемся к п.1.

В результате получим сокращенную ДНФ, содержащую все простые импликанты.

Пример 1

Дана СДНФ вида:

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee xyz$$

Получить с помощью метода Блейка-Порецкого сокращенную ДНФ, содержащую все простые импликанты.

Метод Блейка-Порецкого

П. 1.

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee xyz$$

1 2 3 4 5 ;

П. 2, 3. $f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y} \square \bar{y}\bar{z} \square x\bar{z} \square xy$;

1,2 1,3 3,4 4,5

П.4 $f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y} \square \bar{y}\bar{z} \square x\bar{z} \square xy$.

1 2 3 4

Метод Блейка-Порецкого

Так как больше склеивания произвести нельзя, сокращенная ДНФ имеет вид:

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y} \square \bar{y}\bar{z} \square x\bar{z} \square xy$$

Построим таблицу покрытия:

Таблица покрытия

	000	001	100	110	111
$\bar{x}\bar{y}$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>			
$\bar{y}\bar{z}$	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		
$x\bar{z}$			<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
xy				<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Таблица покрытия

	000	001	100	110	111
$\bar{x}\bar{y}$	⊗	⊗			
$\bar{y}z$	⊗		⊗		
$x\bar{z}$			⊗	⊗	
xy				⊗	⊗

Таблица покрытия

	000	001	100	110	111
$\bar{x}\bar{y}$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>			
$\bar{y}\bar{z}$	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		
$x\bar{z}$			<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
xy				<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

$$F_1(x, y, z) = \bar{x}\bar{y} \vee x\bar{z} \vee xy$$

Таблица покрытия

	000	001	100	110	111
$\bar{x}\bar{y}$	☒	☒			
$\bar{y}\bar{z}$	☒		☒		
$x\bar{z}$			☒	☒	
xy				☒	☒

$$F_2(x, y, z) = \bar{x}\bar{y} \vee \bar{y}\bar{z} \vee xy$$

Пример 2

Дана СДНФ вида:

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}yz \vee xy\bar{z} \vee xyz$$

Получить с помощью метода Блейка-Порецкого сокращенную ДНФ, содержащую все простые импликанты.

Метод Блейка-Порецкого

П. 1.

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \square x\bar{y}z \square \bar{x}yz \square xy\bar{z} \square xyz$$

1 2 3 4 5

П. 2, 3.

$$= xz \square yz \square xy \square \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

2,5 3,5 4,5 1

П.4.

$$= xz \square yz \square xy \square \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

1 2 3 4

Метод Блейка-Порецкого

Так как больше склеивания произвести нельзя, сокращенная ДНФ имеет вид:

$$f(x, y, z) = xy \vee yz \vee xz \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

Построим таблицу покрытия:

Таблица покрытия

	000	101	011	110	111
xy				⊠	⊠
yz			⊠		⊠
xz		⊠			⊠
$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	⊠				

Таблица покрытия

	000	101	011	110	111
xy				\boxtimes	\boxtimes
yz			\boxtimes		\boxtimes
xz		\boxtimes			\boxtimes
$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	\boxtimes				

ТДНФ $f(x, y, z) = xy \square yz \square xz \square \bar{x}\bar{y}\bar{z}$

Пример 3

Дана СДНФ вида:

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}z \square x\bar{y}z \square \bar{x}yz \square xy\bar{z} \square xyz$$

Получить с помощью метода Блейка-Порецкого сокращенную ДНФ, содержащую все простые импликанты.

Метод Блейка-Порецкого

П. 1.

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}z \square x\bar{y}z \square \bar{x}yz \square xy\bar{z} \square xyz$$

1 2 3 4 5

П. 2, 3.

$$f(x, y, z) = \bar{y}z \square \bar{x}z \square xz \square yz \square xy =$$

1,2 1,3 2,5 3,5 4,5

|

П.4.

$$f(x, y, z) = \bar{y}z \square \bar{x}z \square xz \square yz \square xy =$$

1 2 3 4 5

Метод Блейка-Порецкого

П. 1.

$$f(x, y, z) = \bar{y}z \square \bar{x}z \square xz \square yz \square xy =$$

1 2 3 4 5

П. 2, 3.

$$f(x, y, z) = z \square z \square xy =$$

1,4 2,3 5

П.4.

$$f(x, y, z) = z \square xy$$

1 2

|

Метод Блейка-Порецкого

Так как больше склеивания произвести нельзя, сокращенная ДНФ имеет вид:

$$f(x, y, z) = z \square xy$$

Построим таблицу покрытия:

Таблица покрытия

	001	101	011	110	111
<i>z</i>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
<i>xy</i>				<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Таблица покрытия

	001	101	011	110	111
z	\square	\square	\square		\square
xu				\square	\square

ТДНФ $f(x, y, z) = z \square xu$