

# Дискретная математика



# *Тупиковая ДНФ*

- Отношение покрытия между единичными наборами и импликантами ДНФ наглядно задается *таблицей покрытия.*

# *Таблица покрытия*

Строки таблицы соответствуют конъюнкциям ДНФ, столбцы – элементам единичного множества. На пересечении строки и столбца ставится пометка, если данная конъюнкция обращается в единицу данным набором значений аргументов (*набор покрывается единичным множеством конъюнкции*).

## Пример

Пусть ДНФ функции имеет вид:

$$f(x, y, z) = y \square yz$$

Тогда ее единичное множество может быть представлено в виде:

$$M_f = M_y \square M_{yz} = \{010, 011, 110, 111\}$$

Построим таблицу покрытия.

## Пример:

	010	011	110	111
y	*	*	*	*
yz		*		*

Из таблицы видно, что вторая строчка – лишняя, то есть если ее убрать, все элементы единичного множества останутся покрыты.

## Пример

- Значит, импликант  $yz$  – *лишний импликант*.

Таким образом, ДНФ можно упростить, убрав лишний импликант.

$$f(x, y, z) = y$$

Эта ДНФ является *тупиковой*, так как оставшийся импликант – простой.

Так бывает не всегда.

# *Тупиковая ДНФ*

- Сокращенная ДНФ, из которой удалены все лишние импликанты, называется *тупиковой*.

## Замечание 1

- Чтобы с помощью таблицы покрытия получить тупиковую ДНФ, необходимо сначала получить сокращенную ДНФ (скрДНФ) и именно ее простые импликанты помещать в таблицу покрытия.



## Замечание 2

- У функции может быть несколько тупиковых ДНФ. Чтобы найти их необходимо построить сокращенную ДНФ, содержащую все простые импликанты данной функции.

# *Метод Блейка-Порецкого* –

метод получения сокращенной ДНФ, содержащей все простые импликанты.

Пусть дана СДНФ функции.

1. Перенумеруем элементарные конъюнкции.

2. Осуществим попарно склеивание каждой конъюнкции с каждой, если это возможно. Под полученными конъюнкциями будем фиксировать номера.

# *Метод Блейка-Порецкого*

- 3. Допишем к списку полученных конъюнкций те, которые не участвовали в склеивании (их номера не фиксировались).
- 4. Вернемся к п.1.

В результате получим сокращенную ДНФ, содержащую все простые импликанты.

# Пример 1

Дана СДНФ вида:

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee xyz$$

Получить с помощью метода Блейка-Порецкого сокращенную ДНФ, содержащую все простые импликанты.

# Метод Блейка-Порецкого

П. 1.

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee xyz;$$

1            2            3            4            5

П. 2, 3.      $f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y} \square \bar{y}\bar{z} \square x\bar{z} \square xy$  ;

1,2    1,3    3,4    4,5

П.4      $f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y} \square \bar{y}\bar{z} \square x\bar{z} \square xy$  .

1            2            3            4

# *Метод Блейка-Порецкого*

Так как больше склеивания произвести нельзя, сокращенная ДНФ имеет вид:

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y} \square \bar{y}\bar{z} \square x\bar{z} \square xy$$

Построим таблицу покрытия:

# Таблица покрытия

	000	001	100	110	111
$\bar{x}\bar{y}$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>			
$\bar{y}\bar{z}$	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		
$x\bar{z}$			<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
$xy$				<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

# Таблица покрытия

	000	001	100	110	111
<del><math>\bar{x}\bar{y}</math></del>	<del>⊗</del>	<del>⊗</del>			
$\bar{y}\bar{z}$	⊗		⊗		
$x\bar{z}$			⊗	⊗	
<del><math>xy</math></del>				⊗	⊗



# Таблица покрытия

	000	001	100	110	111
$\bar{x}\bar{y}$	☒	☒			
$\bar{y}\bar{z}$	☒		☒		
$x\bar{z}$			☒	☒	
$xy$				☒	☒

$$F_1(x, y, z) = \bar{x}\bar{y} \vee x\bar{z} \vee xy$$

# Таблица покрытия

	000	001	100	110	111
$\bar{x}\bar{y}$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>			
$\bar{y}\bar{z}$	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		
<del><math>x\bar{z}</math></del>			<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
$xy$				<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

$$F_2(x, y, z) = \bar{x}\bar{y} \vee \bar{y}\bar{z} \vee xy$$

## Пример 2

Дана СДНФ вида:

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}yz \vee xy\bar{z} \vee xyz$$

Получить с помощью метода Блейка-Порецкого сокращенную ДНФ, содержащую все простые импликанты.

# Метод Блейка-Порецкого

П. 1.

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \square x\bar{y}z \square \bar{x}yz \square xy\bar{z} \square xyz$$

1            2            3            4            5

П. 2, 3.

$$= xz \square yz \square xy \square \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

2,5   3,5   4,5   1

П.4.

$$= xz \square yz \square xy \square \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

1            2            3            4

# *Метод Блейка-Порецкого*

Так как больше склеивания произвести нельзя, сокращенная ДНФ имеет вид:

$$f(x, y, z) = xy \vee yz \vee xz \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

Построим таблицу покрытия:

# Таблица покрытия

	000	101	011	110	111
$xy$				⊠	⊠
$yz$			⊠		⊠
$xz$		⊠			⊠
$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	⊠				

# Таблица покрытия

	000	101	011	110	111
<del><math>xy</math></del>				<del><math>\boxtimes</math></del>	<del><math>\boxtimes</math></del>
<del><math>yz</math></del>			<del><math>\boxtimes</math></del>		<del><math>\boxtimes</math></del>
<del><math>xz</math></del>		<del><math>\boxtimes</math></del>			<del><math>\boxtimes</math></del>
<del><math>\bar{x}\bar{y}\bar{z}</math></del>	<del><math>\boxtimes</math></del>				

ТДНФ  $f(x, y, z) = xy \square yz \square xz \square \bar{x}\bar{y}\bar{z}$

## Пример 3

Дана СДНФ вида:

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}z \square x\bar{y}z \square \bar{x}yz \square xy\bar{z} \square xyz$$

Получить с помощью метода Блейка-Порецкого сокращенную ДНФ, содержащую все простые импликанты.



# Метод Блейка-Порецкого

П. 1.

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}z \square x\bar{y}z \square \bar{x}yz \square xy\bar{z} \square xyz$$

1            2            3            4            5

П. 2, 3.

$$f(x, y, z) = \bar{y}z \square \bar{x}z \square xz \square yz \square xy =$$

1,2    1,3    2,5    3,5    4,5

|

П.4.

$$f(x, y, z) = \bar{y}z \square \bar{x}z \square xz \square yz \square xy =$$

1            2            3            4            5

# Метод Блейка-Порецкого

П. 1.

$$f(x, y, z) = \bar{y}z \square \bar{x}z \square xz \square yz \square xy =$$

1      2      3      4      5

П. 2, 3.

$$f(x, y, z) = z \square z \square xy =$$

1,4    2,3    5

П.4.

$$f(x, y, z) = z \square xy$$

1    2

|

# *Метод Блейка-Порецкого*

Так как больше склеивания произвести нельзя, сокращенная ДНФ имеет вид:

$$f(x, y, z) = z \square xy$$

Построим таблицу покрытия:

# Таблица покрытия

	<b>001</b>	<b>101</b>	<b>011</b>	<b>110</b>	<b>111</b>
<b><i>z</i></b>	☒	☒	☒		☒
<b><i>xy</i></b>				☒	☒

# Таблица покрытия

	001	101	011	110	111
<del><math>z</math></del>	<del><math>\square</math></del>	<del><math>\square</math></del>	<del><math>\square</math></del>		<del><math>\square</math></del>
<del><math>xu</math></del>				<del><math>\square</math></del>	<del><math>\square</math></del>

ТДНФ  $f(x, y, z) = z \square xu$