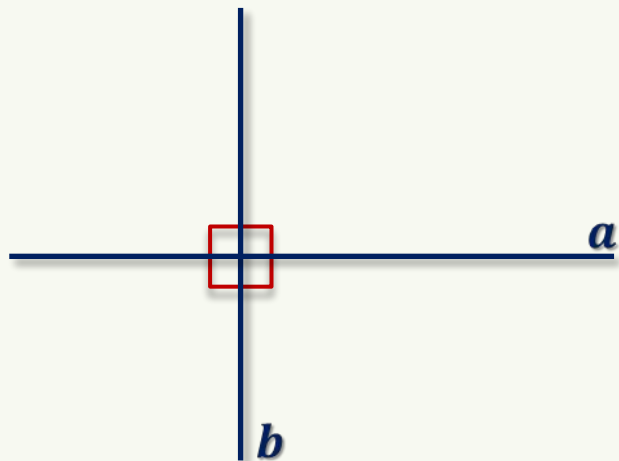


Перпендикулярные прямые в пространстве

Перпендикулярные прямые на плоскости



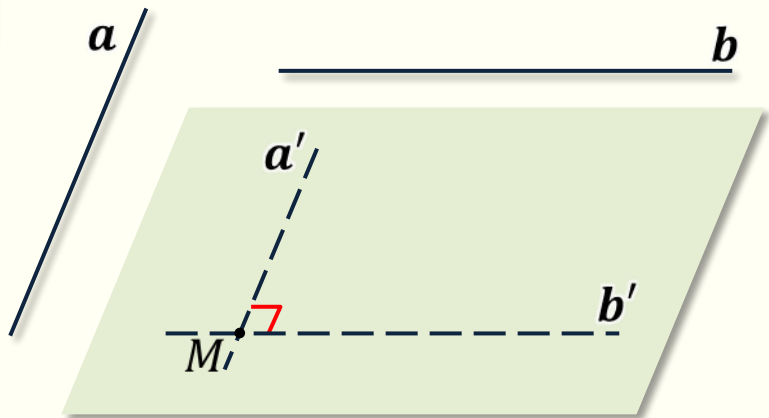
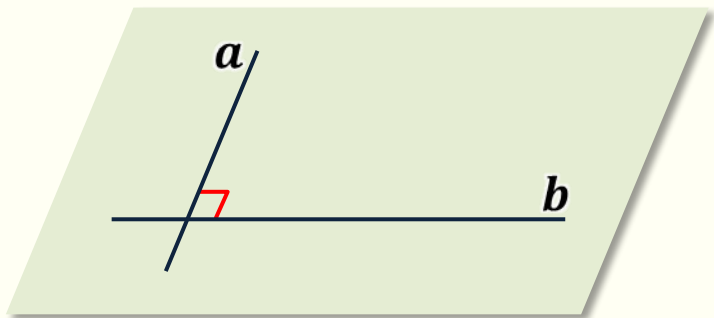
$$a \perp b$$

Две пересекающиеся прямые называют *перпендикулярными*, если они образуют 4 прямых угла.

Перпендикулярные прямые в пространстве

Две прямые в пространстве называются *перпендикулярными*, если угол между ними равен 90° .

$$a \perp b$$



Лемма. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.

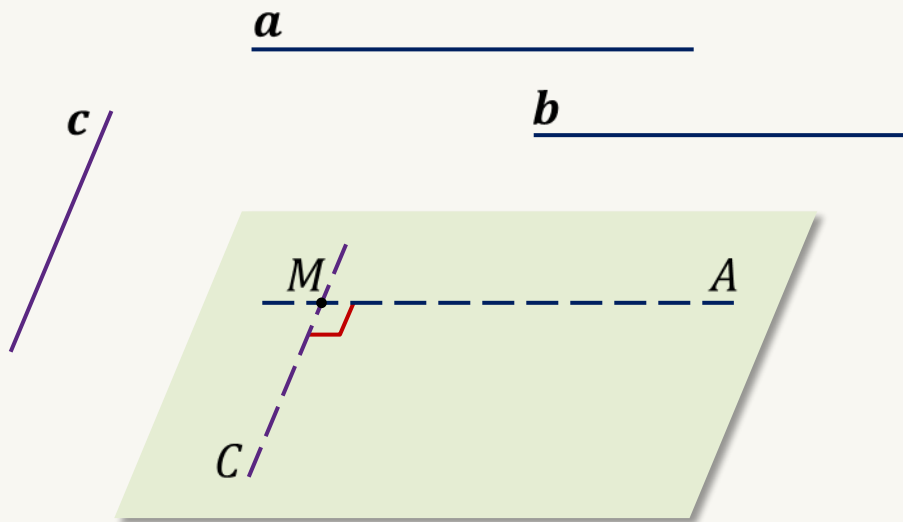
Дано: $a \parallel b$, $a \perp c$.

Доказать: $b \perp c$.

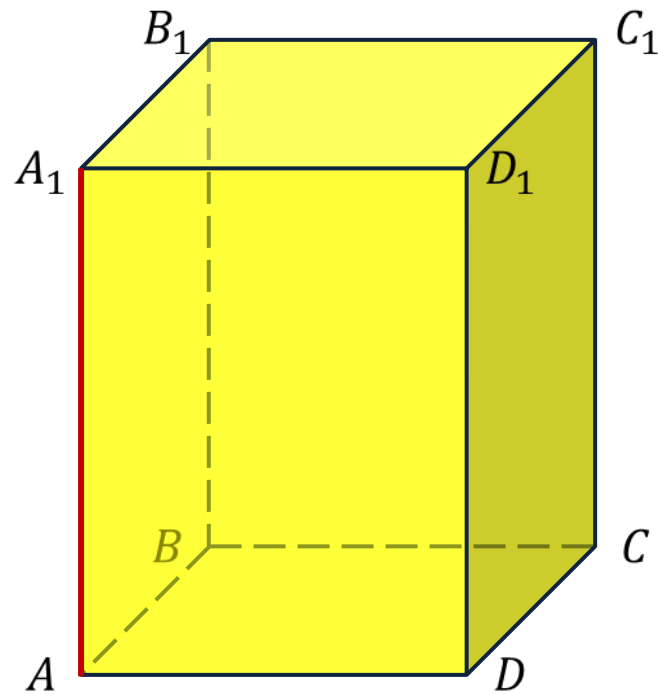
Доказательство:

1. $MA \parallel a$, $MC \parallel c$
2. $a \perp c \Rightarrow \angle AMC = 90^\circ$
3. $b \parallel a$, $a \parallel AM \Rightarrow b \parallel AM$
4. $MA \parallel b$, $MC \parallel c$
5. $\angle AMC = 90^\circ \Rightarrow b \perp c$

Что и требовалось доказать.



Задача. Назвать все рёбра прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, которые перпендикулярны к ребру AA_1 .

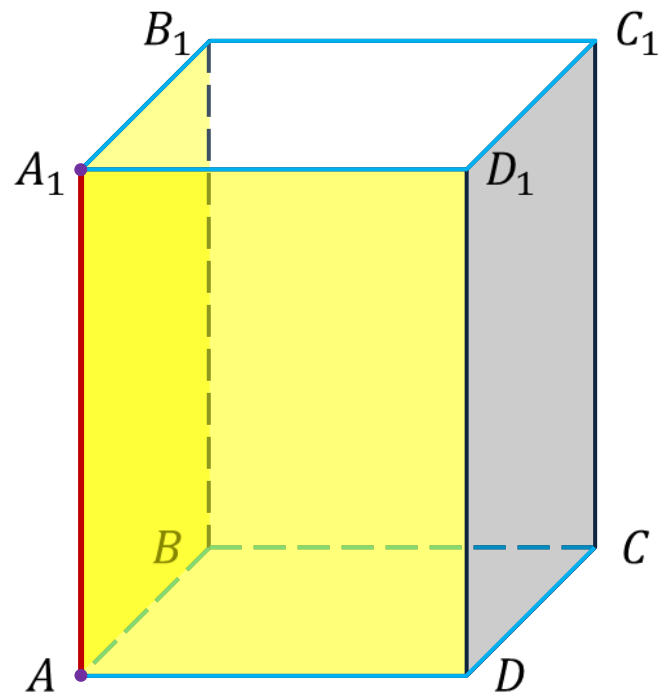


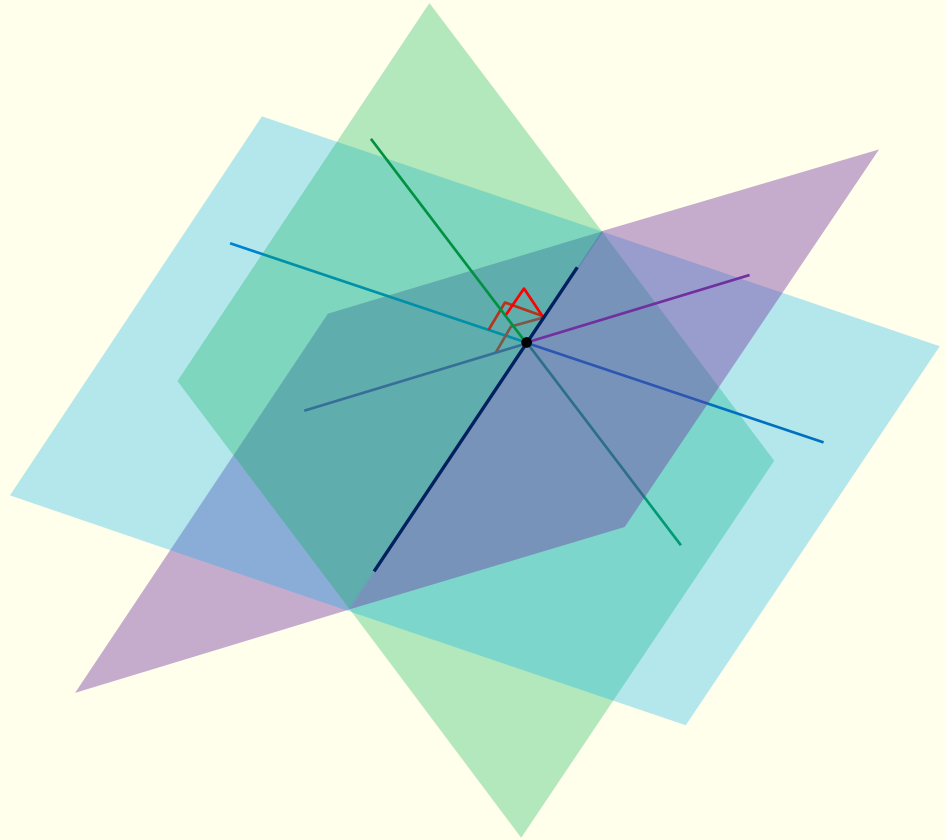
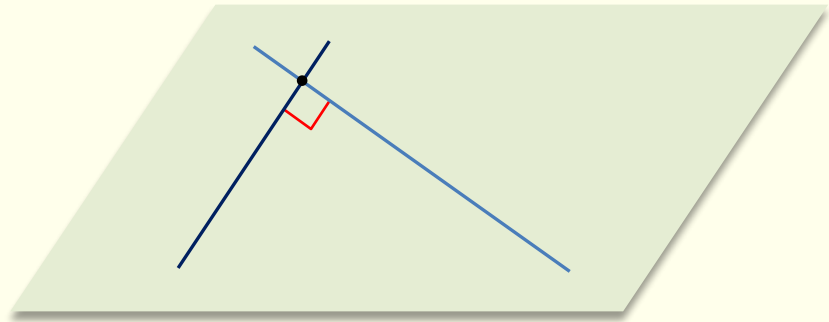
Задача. Назвать все рёбра прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, которые перпендикулярны к ребру AA_1 .

Решение.

1. $AD \perp AA_1$, так как $AA_1 D_1 D$ – прямоугольник
2. $BC \parallel AD, AD \perp AA_1 \Rightarrow BC \perp AA_1$
3. $B_1 C_1 \parallel BC, BC \perp AA_1 \Rightarrow B_1 C_1 \perp AA_1$
4. $A_1 D_1 \perp AA_1$, так как $AA_1 D_1 D$ – прямоугольник
5. $AB \perp AA_1$, так как $AA_1 B_1 B$ – прямоугольник
6. $DC \parallel AB, AB \perp AA_1 \Rightarrow DC \perp AA_1$
7. $D_1 C_1 \parallel DC, DC \perp AA_1 \Rightarrow D_1 C_1 \perp AA_1$
8. $A_1 B_1 \perp AA_1$, так как $AA_1 B_1 B$ – прямоугольник

Ответ: $AD, BC, B_1 C_1, A_1 D_1, AB, DC, D_1 C_1, A_1 B_1$.





Задача. В тетраэдре $ABCD$ $BC \perp AD$.

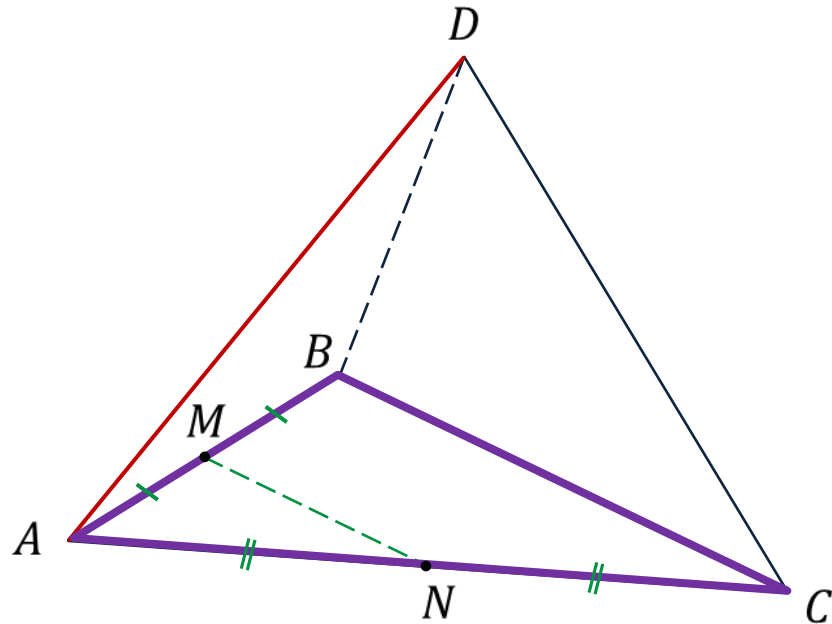
Доказать, что $AD \perp MN$, если точки M и N — середины рёбер AB и AC соответственно.

Доказательство.

Рассмотрим $\triangle ABC$.

MN — средняя линия $\Rightarrow MN \parallel BC$

$MN \parallel BC, BC \perp AD \Rightarrow MN \perp AD$



Что и требовалось доказать.

Перпендикулярные прямые в пространстве