

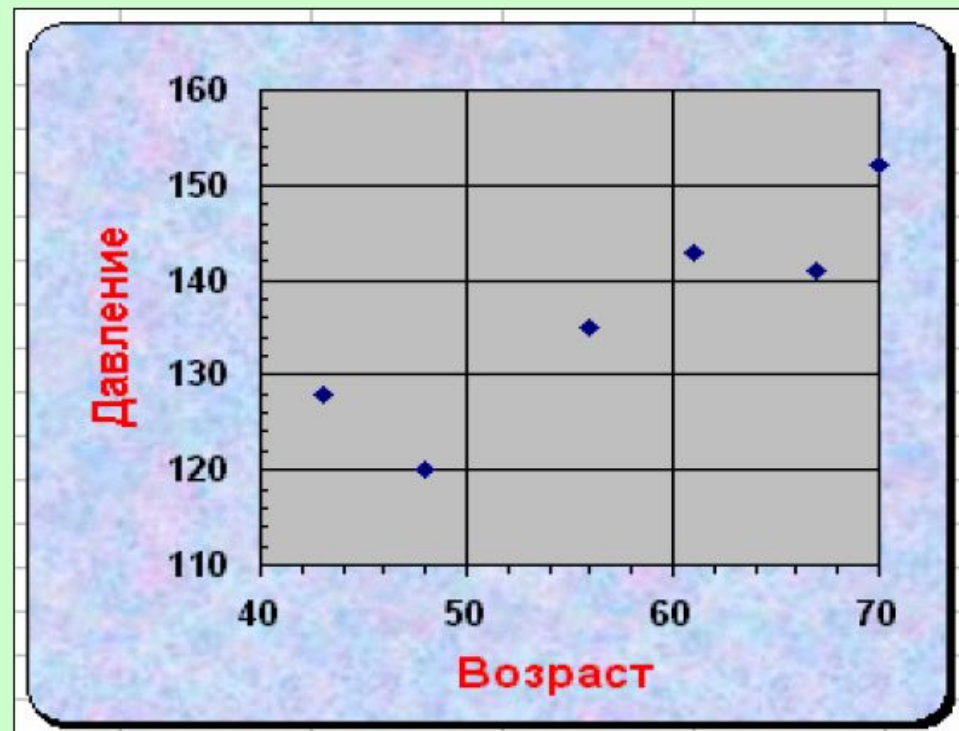
Тема 3.

Корреляционный анализ

Диаграмма рассеяния

Пример 1. Построить диаграмму рассеяния для результатов наблюдения за возрастом и артериальным давлением группы людей, приведенных в таблице.

№	Возраст, лет (x)	Давление, мм.рт.ст. (y)
1	43	128
2	48	120
3	56	135
4	61	143
5	67	141
6	70	152



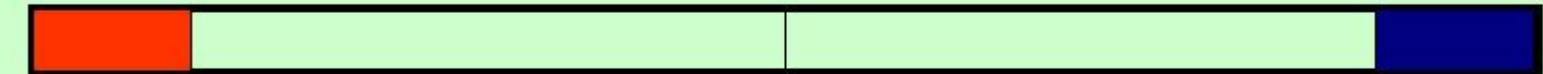
Свойства коэффициента корреляции

Основные свойства коэффициента корреляции:

Сильная
обратная
связь

Нет
линейной
связи

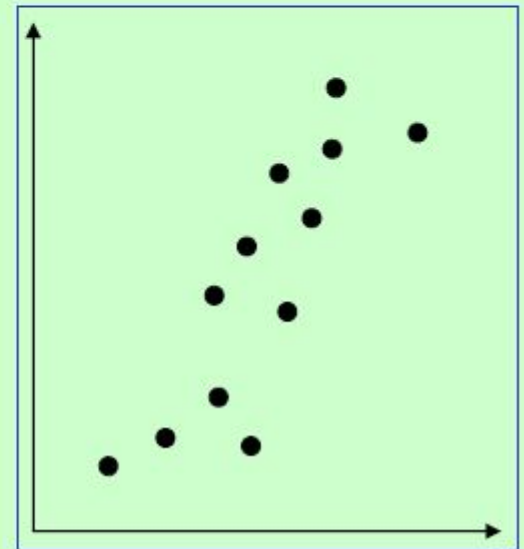
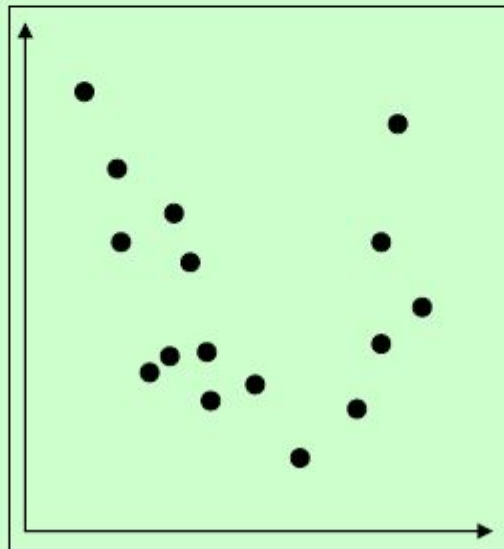
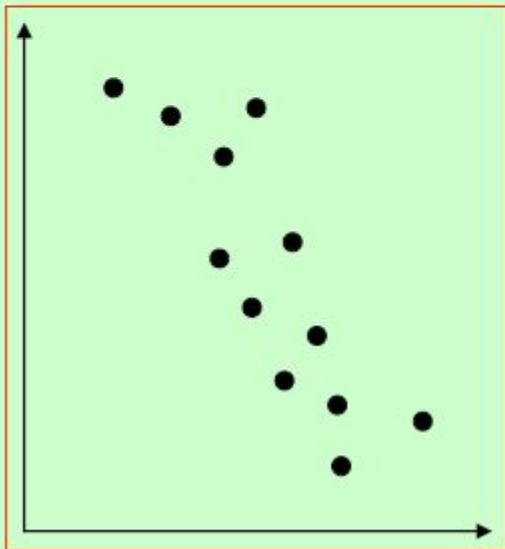
Сильная
прямая
связь



-1

0

+1



Шкала силы связи

Степень тесноты связей

Сильные связи

Слабые связи

шкала Чеддока

Величина коэффициента корреляции	0.1 - 0.3	0.3 - 0.5	0.5 - 0.7	0.7 - 0.9	0.9 - 1.0
Характеристика силы связи	слабая	умеренная	заметная	высокая	весьма высокая

средняя

сильная

Корреляционная таблица

Двумерное распределение частот можно представить в виде таблицы:

X \ Y	y_1	y_2	...	y_l	m_{i*}
x_1	m_{11}	m_{12}	...	m_{1l}	m_{1*}
x_2	m_{21}	m_{22}	...	m_{2l}	m_{2*}
...
x_k	m_{k1}	m_{k2}	...	m_{kl}	m_{k*}
m_{*j}	m_{*1}	m_{*2}	...	m_{*l}	n

m_{ij} - частота наблюдаемой пары (x_i, y_j)

$$n = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l m_{ij}$$

$$m_{i*} = \sum_{j=1}^l m_{ij}$$

$$m_{*j} = \sum_{i=1}^k m_{ij}$$

Количественная шкала (I способ вычисления коэфф.)

Линейный коэффициент корреляции.

Определение. *Линейным коэффициентом корреляции* признаков ξ и η , вычисленным по выборке Z называется величина:

$$r_{X,Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_X} \right) \left(\frac{y_i - \bar{y}}{\sigma_Y} \right) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}},$$

$$\text{где } \sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \sigma_Y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}.$$

Вычисление коэффициента

(II способ вычисления коэфф.)

Парный коэффициент корреляции
если оба признака измерены
в количественных шкалах:

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$$

где σ_x , σ_y – среднее квадратическое отклонение признаков x , y соответственно,

$$s_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l m_{ij} (x_i - \bar{x})(y_j - \bar{y})$$

– ковариация признаков X и Y ,
где m_{ij} – абсолютная частота наблюдаемой
пары значений (x_i, y_j) в выборке объема n .

Пример коэффициента

	A	B	C	D	E	F	G
1	Возраст курящего, x	Число сигарет в день, y					
2	27	6					
3	64	10					
4	36	9					
5	42	18					
6	31	7					
7	18	12					
8	53	5					
9	64	12					
10	58	3					
11	25	7					
12							
13	Коэффициент кор- реляции	-0,03507					
14							

Число сигарет в день

Возраст курящего, лет

Возраст (лет)	Число сигарет в день
10	20
18	12
25	7
27	6
31	7
36	9
42	18
53	5
58	3
64	10
64	12

Значимость корреляции

Корреляционный анализ

Проверка значимости коэффициента корреляции

$$t_{расч} = |r_{xy}| \sqrt{\frac{n-2}{1-r_{xy}^2}}$$

$t_p > t_{табл.}$ - существует зависимость между X и Y

$t_p \leq t_{табл.}$ - величины X и Y независимы

Пример таблицы для определения $t_{табл.}$

Таблица значений критерия Стьюдента (t-критерия)

Критические значения коэффициента Стьюдента (t-критерия) для различной доверительной вероятности p и числа степеней свободы f :

f	p							
	0.80	0.90	0.95	0.98	0.99	0.995	0.998	0.999
1	3.0770	6.3130	12.7060	31.820	63.656	127.656	318.306	636.619
2	1.8850	2.9200	4.3020	6.964	9.924	14.089	22.327	31.599
3	1.6377	2.35340	3.182	4.540	5.840	7.458	10.214	12.924
4	1.5332	2.13180	2.776	3.746	4.604	5.597	7.173	8.610
5	1.4759	2.01500	2.570	3.649	4.0321	4.773	5.893	6.863
6	1.4390	1.943	2.4460	3.1420	3.7070	4.316	5.2070	5.958
7	1.4149	1.8946	2.3646	2.998	3.4995	4.2293	4.785	5.4079
8	1.3968	1.8596	2.3060	2.8965	3.3554	3.832	4.5008	5.0413
9	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	3.6897	4.2968	4.780
10	1.3720	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	3.5814	4.1437	4.5869

$f=n-2$ – число степеней свободы,

p – доверительная вероятность

Ранговая (порядковая) шкала

Теорема. Пусть признаки ξ и η измерены в ранговой шкале, а результаты наблюдений за этими признаками представлены выборками

$$P = \left\{ p_i, i = \overline{1, n} \right\} \quad \text{и} \quad Q = \left\{ q_i, i = \overline{1, n} \right\}$$

Тогда коэффициент корреляции между ξ и η равен:

$$\rho = 1 - 6 \frac{\sum_{i=1}^n (p_i - q_i)^2}{n(n^2 - 1)}$$

формула
Спирмена

Номинальная (качественная) шкала

Коэффициент корреляции Пирсона
если оба признака измерены
в дихотомической шкале,

$$\varphi = \frac{p(x, y) - p(x)p(y)}{\sqrt{p(x)(1 - p(x))p(y)(1 - p(y))}}$$

(т. е. принимают значения – 0 и 1):

где $p(x)$ – доля выборочных значений признака $x=1$;

$p(y)$ – доля выборочных значений признака $y=1$;

$p(x, y)$ – доля вариант (x_i, y_j) с единичными значениями у обоих признаков.