

Лк_36

Дифракция света

Зоны Френеля

Для упрощения вычислений суммарного вектора

Френель предложил выделять в отверстии кольцевые зоны в пределах каждой из которых разность хода Δl



Две соседние зоны Френеля доставляют в точку наблюдения противофазные колебания почти равных амплитуд, которые погасят друг друга. В результате вклад четного числа соседних зон оказывается нулевым и его можно отбросить при вычислении суммарного светового вектора. Это следует из (35.5): аргумент синуса можно уменьшить на целое число периодов (2π) без изменения результата.

Радиусы зон Френеля определяются (35.3), если подставить $\Delta = m\lambda/2$, где m – номер зоны, тогда:

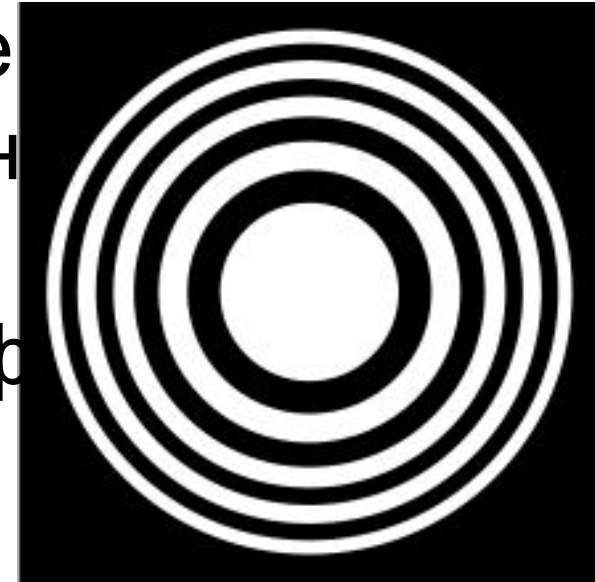
$$r_m = \sqrt{\frac{m\lambda ab}{a + b}} \quad (36.1)$$

Пятиминутка. Сколько зон Френеля уместится в отверстии диаметром 0.5 мм, если расстояние от источника света до отверстия равно 10 см, а от отверстия до экрана – 10 мм. Длина волны света равна 550 нм. (Отв. $m \approx 46$)

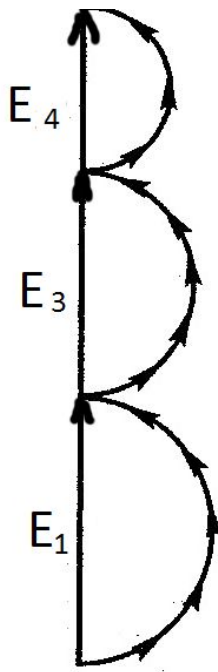
Дифракционная картина от маленького отверстия представляет собой чередование светлых и темных колец. Освещенность центрального пятна определится формулой (35.5). В зависимости от размеров и длины волны там может быть максимум, минимум освещенности или промежуточная ее величина.

Зонные пластинки.

Представим себе прозрачную пластинку на которую нанесены непрозрачные кольца, закрывающие четные зоны Френеля. Вклад этих зон в освещенность центральной точки дифракционной картины будет нулевым.

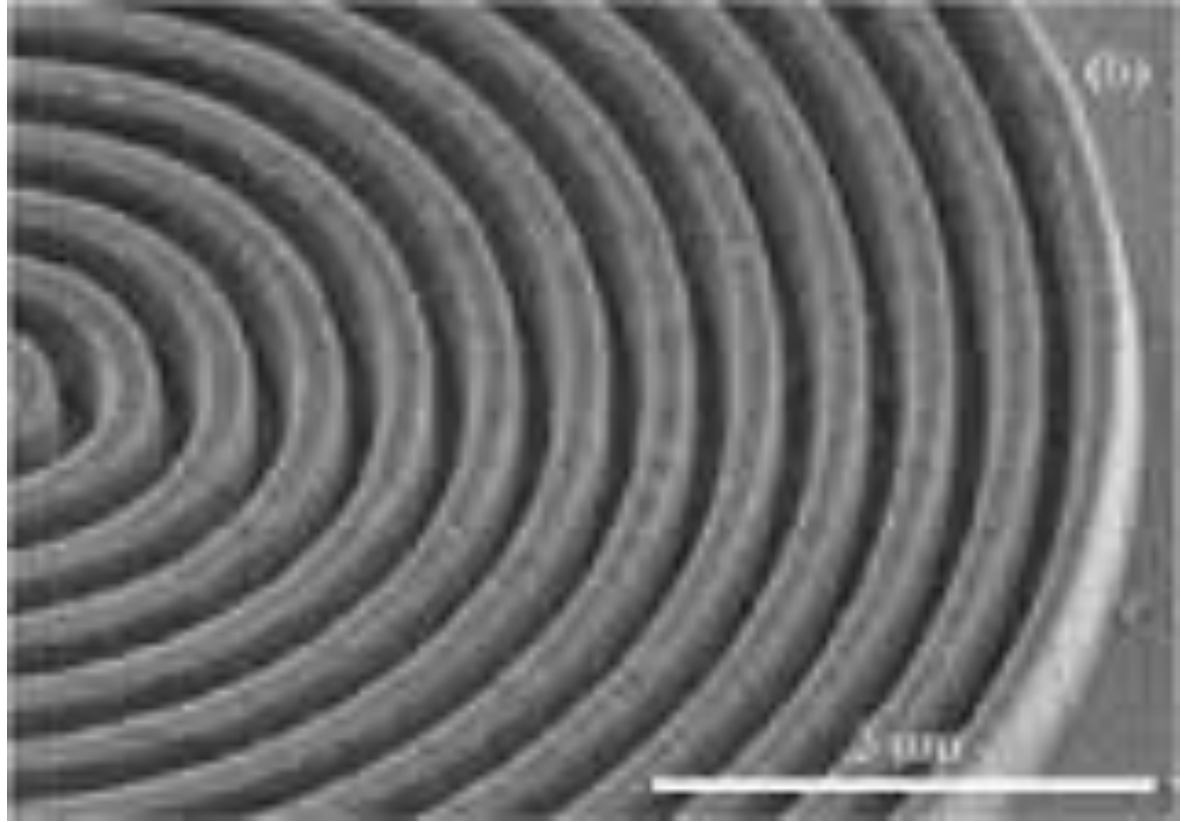


В результате при вычислении освещенности центральной точки дифракционной картины вместо спирали Френеля мы получим картину, показанную на рисунке. Модуль суммарного светового вектора окажется значительно больше, чем при отсутствии прерывающей амплитудной функции подобно линзе, фокусируя лучи в центральной точке.



Еще более эффективной оказывается фазовая зонная пластинка, которая не отсекает свет четных зон Френеля, а увеличивает для них длину оптического пути на $\lambda/2$. Для этого на

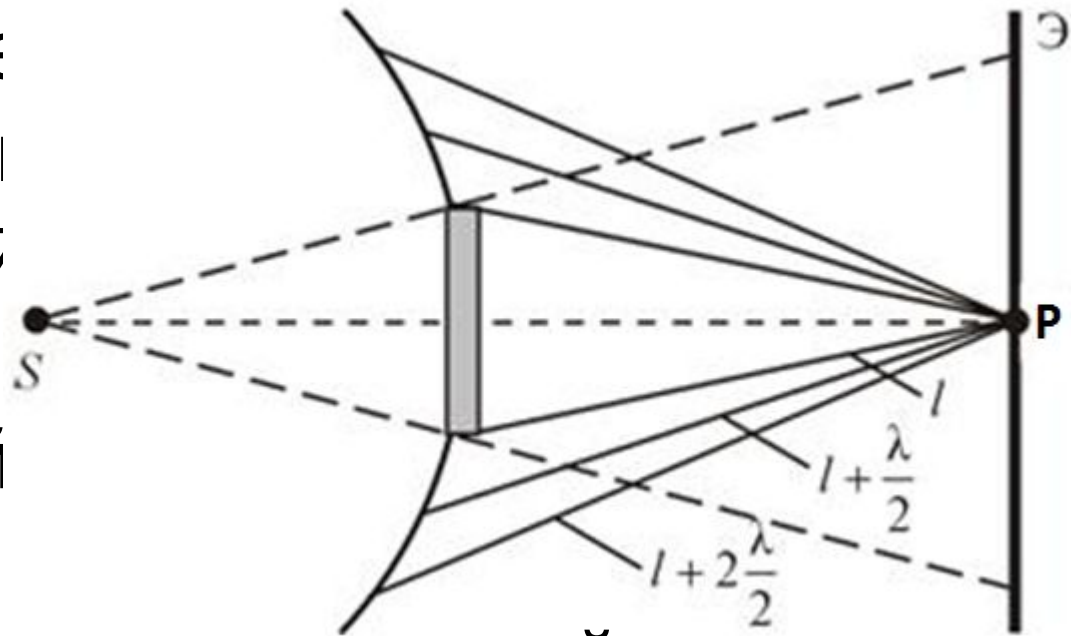
В результате мы получаем плоскую и тонкую линзу, очень полезную во многих практических случаях.



Задача: Фазовая зонная пластинка изготавливается из стекла с коэффициентом преломления 1.5. Определить радиусы колец, на которых необходимо утолщение пластинки и величину утолщения, если пластинка должна заменить линзу с оптической силой 15

Дифракция от круглого диска

Диск закрывает центральные зоны Френеля. При этом спираль Френеля теряет крайние витки, что почти не изменит световой вектор в точке Р.



Следовательно, освещенность этой точки не должна измениться в сравнении со случаем отсутствия преграды. Дифракционная картина будет иметь вид, показанный на рисунке

Светлое пятно в центре тени от диска называется пятном Пуассона.

При опытах вместо диска обычно используют маленький шарик



Дифракция от прямого края полуплоскости характеризуется проникновением части световой энергии в область геометрической тени. В освещенной области (справа от края полуплоскости) образуется система параллельных краю полос, период и контрастность которых убывают по мере удаления от границы

Разбиение на зоны ведется
путем последовательного

добавления малой длины к
расстоянию b от точки

наблюдения P до границы
кости. Поперечный размер зон быстро

уменьшается, поэтому амплитуды вторичных волн
от элементарных зон убывают быстрее, чем в

случае кругля. При этом

спираль «Френеля»
свивается быстрее, как

показано на рисунке. Она
называется спиралью

Корню (клотрида)



Рис. 35.3

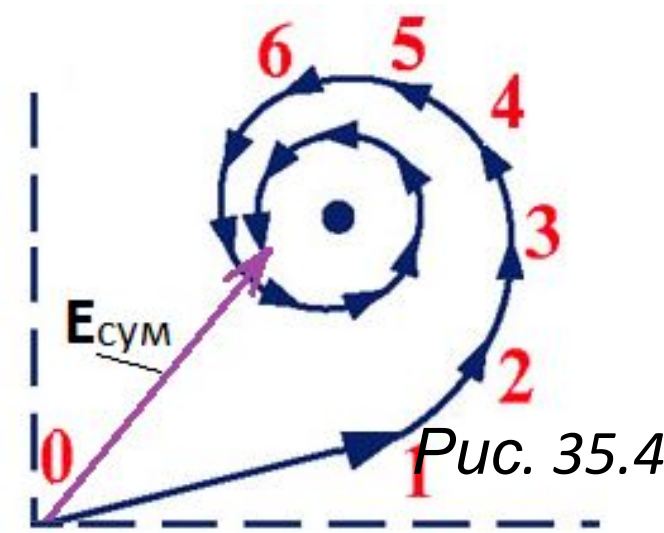


Рис. 35.4

В таком виде спираль корню может использоваться для определения ос-вещенности в области геометрической тени. Пусть точка наблюдения сдвинулась влево, в область тени. Тогда спираль потеряет внешние витки, соответствующие расстоянию смещения Δx . Конечный результат, равносильный сдвигу, показан на рисунке. Модуль суммарного светового вектора уменьшится. Дальнейшее движение влево будет сдвигать начало светового вектора по спирали и уменьшать его

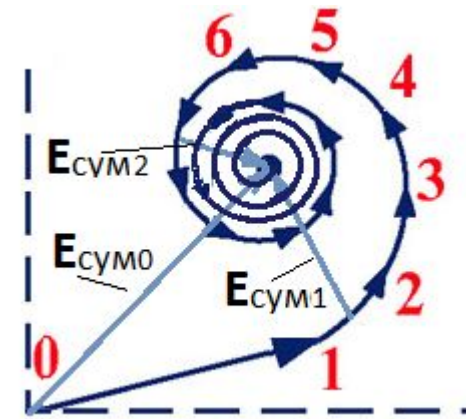
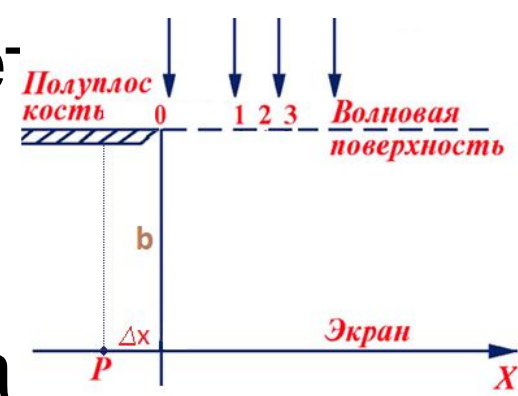
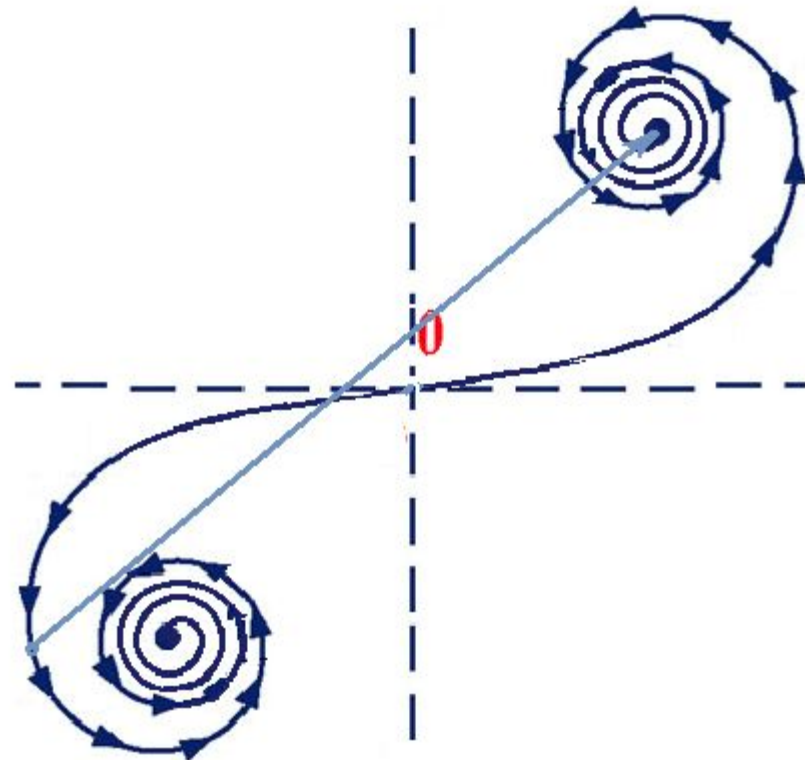
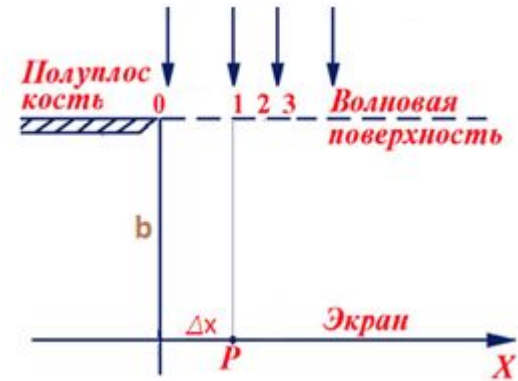


Рис. 35.5

Для вычисления освещенности экрана справа от тени необходимо продолжить спираль в **область** соответствующую зонам ле-вее точки наблюдения.

В си-лу симметрии получится такая же спираль, закручи-вающаяся в противополож-ную сторону. Теперь можно построить световой вектор. Его конец по-прежнему в фокусе верхней спирали, а



По мере движения в освещенную область начало суммарного светового вектора движется по нижней спирали, при этом его длина и освещенность экрана испытывает несколько заметных колебаний. Эти колебания видны на фотографии, сделанной через микроскоп в луче

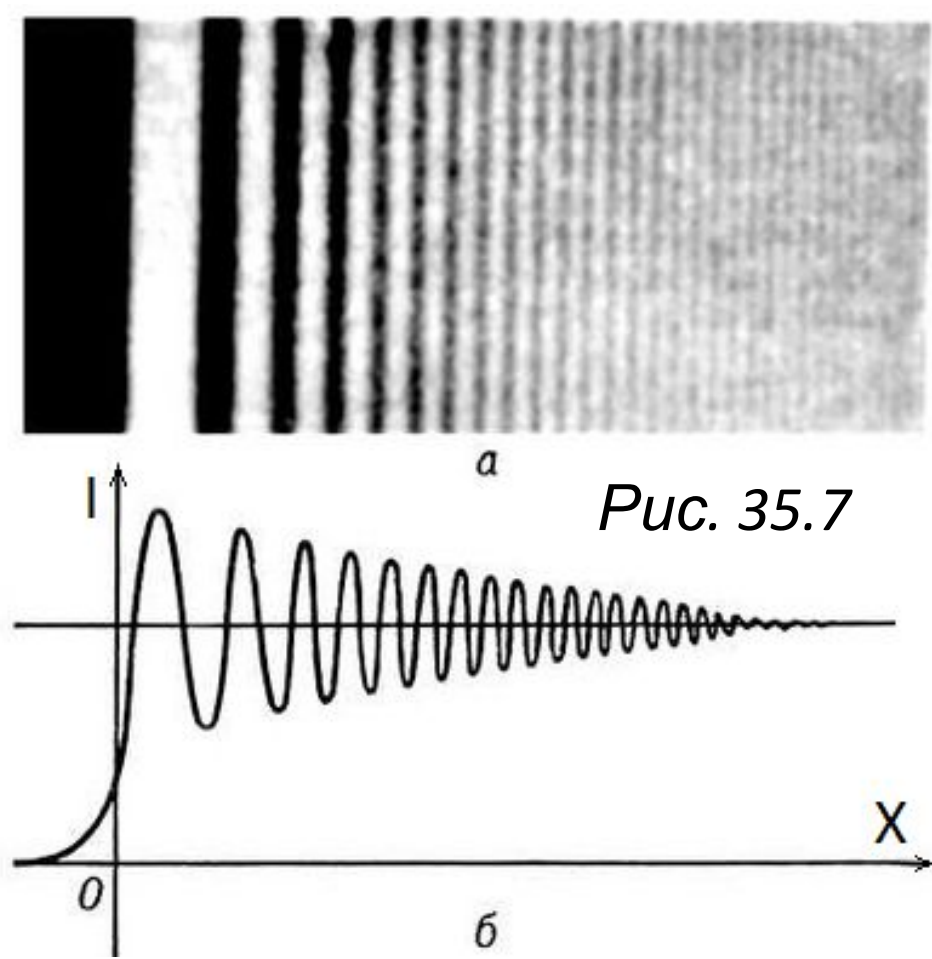


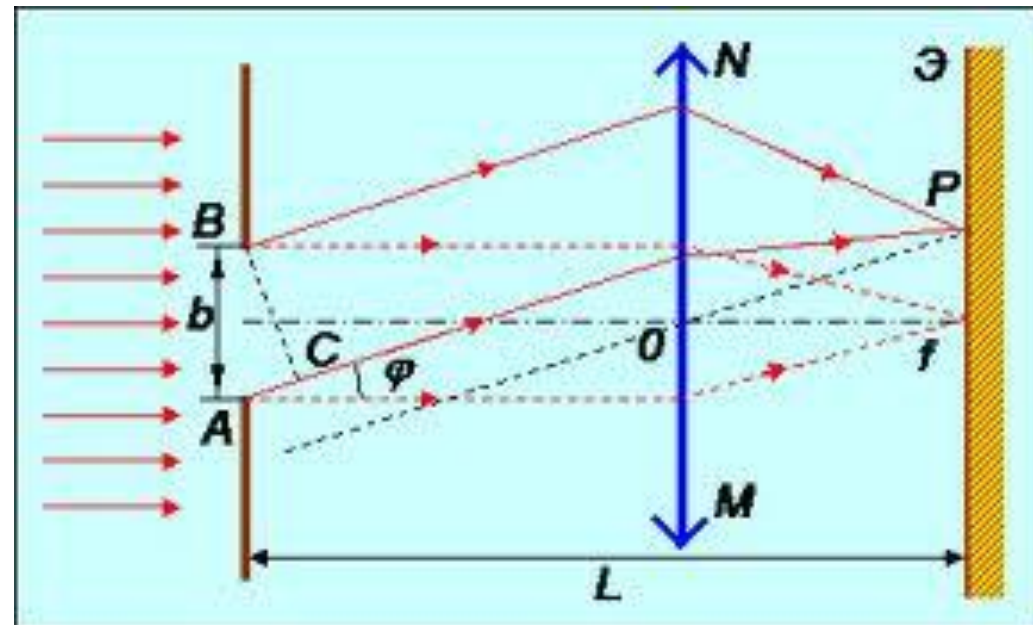
Рис. 35.7

Дифракция Фраунгофера

(дифракция в параллельных лучах). Источник света считается отнесенным в бесконечность, так что свет от него падает на преграду пучком параллельных лучей. Экран, на котором рассматривается дифракционная картина также расположен в бесконечности. Для имитации этого экран располагается в фокусе

Рис. 35.8

положительной линзы. На рисунке показана схема опыта с дифракцией Фраунгофера на щели.



Дифракция Фраунгофера от длинной щели

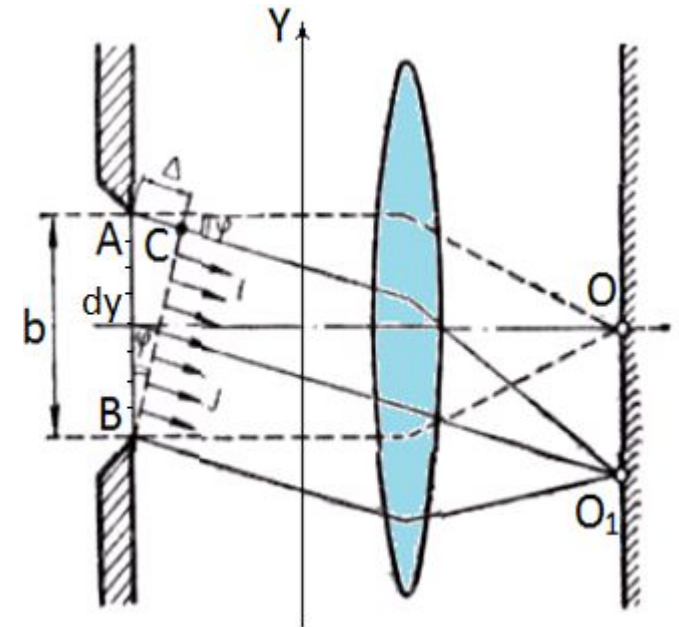
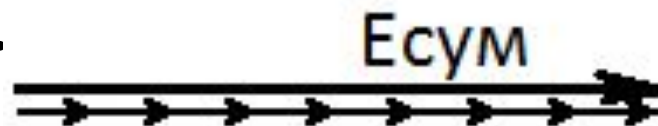


Рис. 35.9

Для нахождения амплитуды светового вектора по принципу Гюйгенса-Френеля разобьем щель на мелкие участки dy и просуммируем векторы колебаний, доставляемых волнами от

каждого участка

Для точки O оптические пути волн от каждого из участков одинаковы. Все волны приходят в одной фазе, и картина суммирования получается простой.



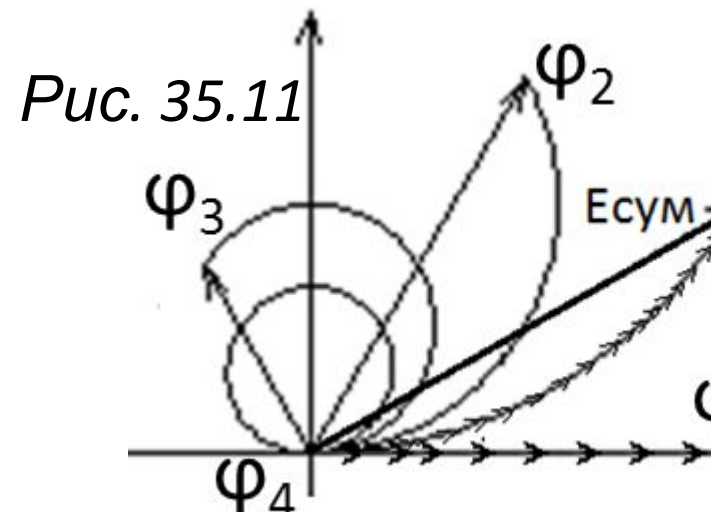
Для другой точки экрана O_1 , в которой собираются лучи, идущие под углом φ к оптической оси, волны соседних участков имеют разность хода $\delta = \sin(\varphi) dy$ и соответствующую разность фаз $d\alpha$ в точке O_1 :

$$d\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \sin(\varphi) dy \quad (36.2)$$

При сложении векторов это приводит к закручиванию линии суммирования в дугу при сохранении ее длины. Длина дуги равна сумме модулей всех

суммируемых векторов колебаний. На рис.

Показано определение амплитуды светового вектора для разных



При $\varphi=0$ дуга окружности разворачивается в прямую линию, что соответствует центральному максимуму дифракционной картины.

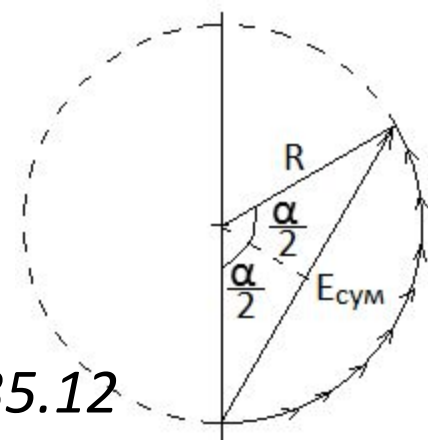
При увеличении угла φ суммируемые векторы лежат на дуге окружности, а их сумма – амплитуда светового вектора выражается хордой этой дуги. Угол дуги – α равен разности фаз волн исходящих из крайних точек щели (точек А и В). При известной ширине щели – b , угле дифракции – φ и длине волны – λ разность хода волн от крайних точек и разность их фаз в точке схождения можно выразить геометрически:

$$\Delta = b \cdot \sin(\varphi)$$

Теперь также из геометрических правил найдем длину хорды – $E_{\text{сум}}$.

$E_{\text{сум}} = 2R \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$. Радиус окружности, частью которой является дуга

Рис. 35.12



суммируемых векторов определится через длину этой дуги, которая равна $E_{\text{сум}0}$.

$$R = \frac{E_{\text{сум}0}}{\alpha}.$$

Величина $E_{\text{сум}0}$ – это модуль светового вектора при нулевом угле дифракции, когда все суммируемые векторочки лежат на одной прямой. В результате мы получим:

$$E_{\text{сум}} = \frac{E_{\text{сум}0} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (36.4)$$

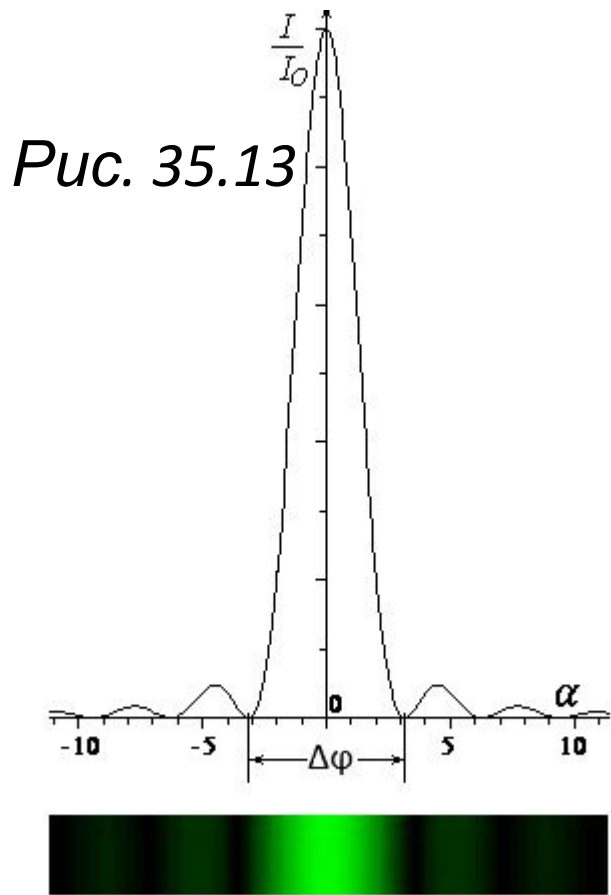
Интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды:

$$I = I_0 \left(\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right)^2 \quad (36.5)$$

Где угол закручивания дуги - α выражается через угол дифракции φ формулой (36.3). Для небольших углов дифракции, когда можно положить $\sin(\varphi) = \varphi$, будем иметь

$$\alpha = \frac{2\pi b}{\lambda} \varphi \quad (36.6)$$

b – ширина щели.



На рисунке показан график функции $\left(\frac{\sin(\frac{\alpha}{2})}{(\frac{\alpha}{2})}\right)^2$ и фотография дифракционной картины от щели. Ширина главного максимума, на границах которого $\alpha/2 = \pm\pi$, определится на основе (36.6) $\Delta\varphi = 2\lambda/d$. Чем уже

щель, тем шире главный максимум. На него приходится более 90% светового потока. Однако боковые максимумы также видны.

Дифракция на проволоке. Принцип Бабинне.

Для нахождения дифракционной картины от проволоки толщиной d проведем следующие рассуждения. При расчете дифракционной картины от щели той же ширины d мы искали суммарный вклад от вторичных источников, расположенных на открытой части исследуемого объекта. Для проволоки, наоборот, данная часть объекта будет закрытой, а остальное пространство открытым. Такие объекты, как бы дополняющие друг друга, носят название дополнительных.

Обозначим распределение поля на экране в случае дифракции на щели $U_{\text{щ}}(\varphi)$, а на проволоке - $U_{\text{п}}(\varphi)$, где φ – угловая координата после препятствия. Тогда сумму полей $U_{\text{щ}}(\varphi) + U_{\text{п}}(\varphi)$ можно предста-вить как сумму интегралов по открытым областям для каждого из этих объектов, или как интеграл от суммы открытых областей. Но отверстия для дополнительных объектов располагаются так, что "открывают" весь волновой фронт падающего излучения, следовательно $U_{\text{щ}}(\varphi) + U_{\text{п}}(\varphi) = U_0(\varphi)$, где $U_0(\varphi)$ — волновое возмущение на экране в случае отсутствия какого-либо препятствия.

Таким образом, сумма распределений полей от дополнительных объектов равна полю, наблюдаемому на экране при отсутствии препятствия. Полученный результат носит название **принципа Бабине**.

Если исходное поле $U_0(\varphi)$ пучок параллельных лучей, идущих под углом $\varphi = 0$, то для $\varphi \neq 0$ $U_0(\varphi) = 0$. В этом случае для $\varphi \neq 0$ принцип Бабине дает

$U_{\text{щ}}(\varphi) = -U_{\text{п}}(\varphi) = 0$. Но интенсивность света – это квадрат амплитуды, следовательно при $\varphi \neq 0$:

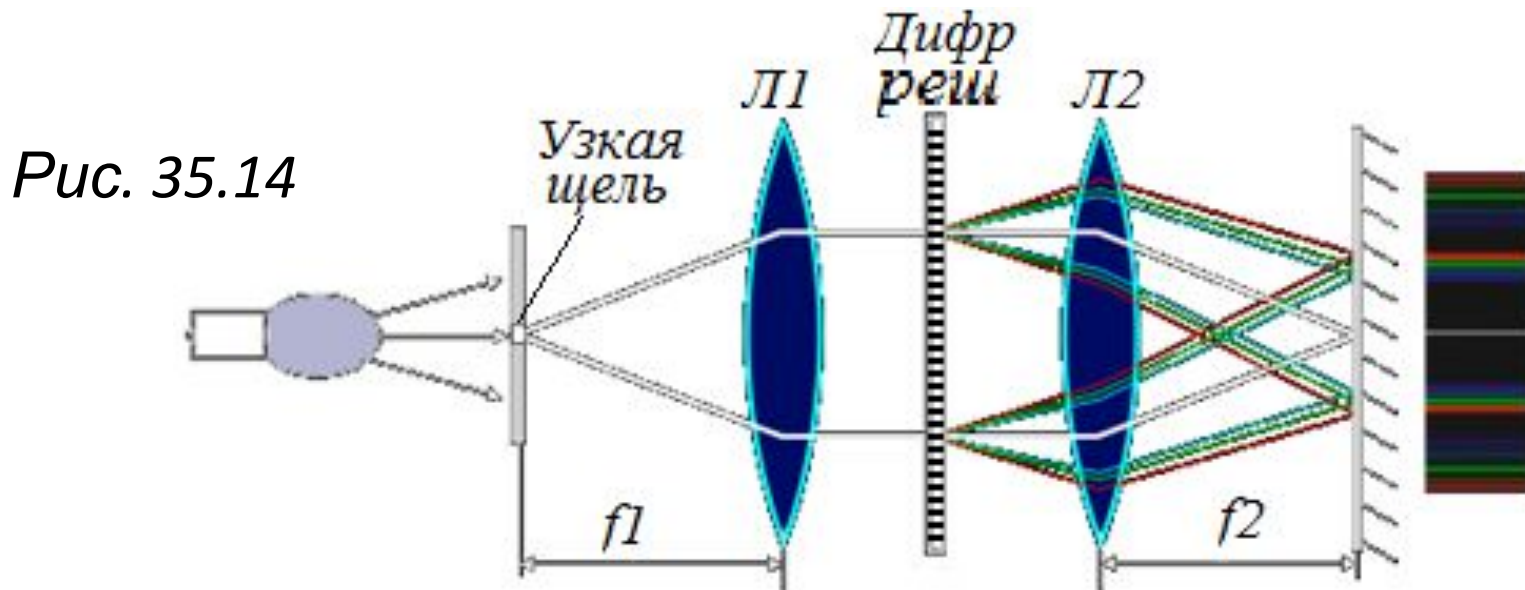
$$I_{\text{щ}}(\varphi) = I_{\text{п}}(\varphi). \quad (36.7)$$

Т.е. дифракционная картина от щели шириной d и проволоки той же толщины одинаковы, за

Дифракционная решетка.

Дифракционная решётка - оптический прибор, предназначенный для анализа спектрального состава оптического излучения. Дифракционная решётка состоит из тысяч узких и близко расположенных щелей. Из-за интерференции вторичных волн интенсивность света, прошедшего через дифракционную решётку различна в различных направлениях. Имеются выделенные направления, в которых световые волны от различных щелей решётки складываются в фазе, многократно усиливая друг друга.

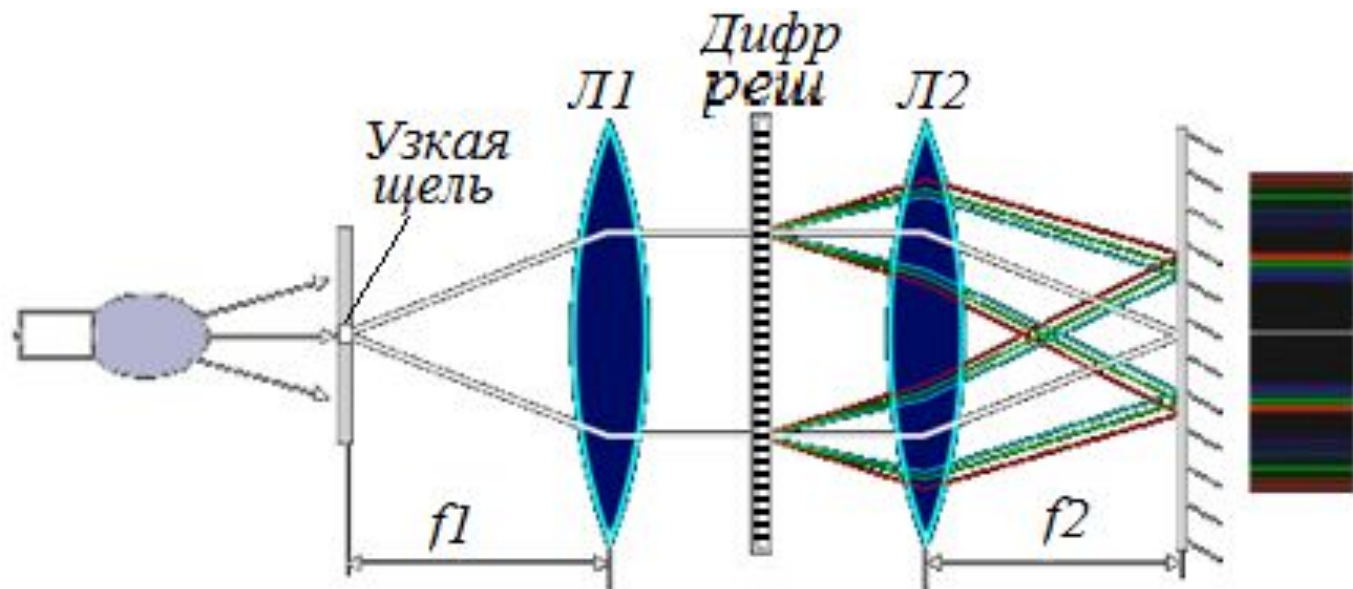
При освещении решётки монохроматическим светом на её выходе наблюдаются узкие лучи с большой интенсивностью. Так как направления на интерференционные максимумы зависят от длины волны, белый свет, прошедший через дифракционную решётку, будет расщепляться на множество лучей разного цвета. Таким образом мы можем исследовать спектральный состав света.



Оптическая схема анализатора спектра с дифракционной решеткой: Узкая щель, находящаяся в фокусе линзы $L1$, освещается источником света.

Параллельный пучок света после линзы направляется на дифракционную решетку. За решеткой находится вторая линза, которая формирует изображение щели на экране в своей фокальной плоскости.

Дифракция на решетке приводит к тому, что изображение щели оказывается



в различных местах для волн с различной λ .

Рассмотрим простейшую дифракционную решетку, работающую на пропускание. Эта решетка представляет собой плоский экран с чередующимися прозрачными и непрозрачными полосами. Все прозрачные полосы имеют одинаковую ширину - a . Все непрозрачные полосы также имеют одинаковую ширину - b . Сумма $a+b=d$ называется шагом (или периодом) решетки. Общее число штрихов решетки обозначим N . Тогда ширина решетки равна произведению Nd

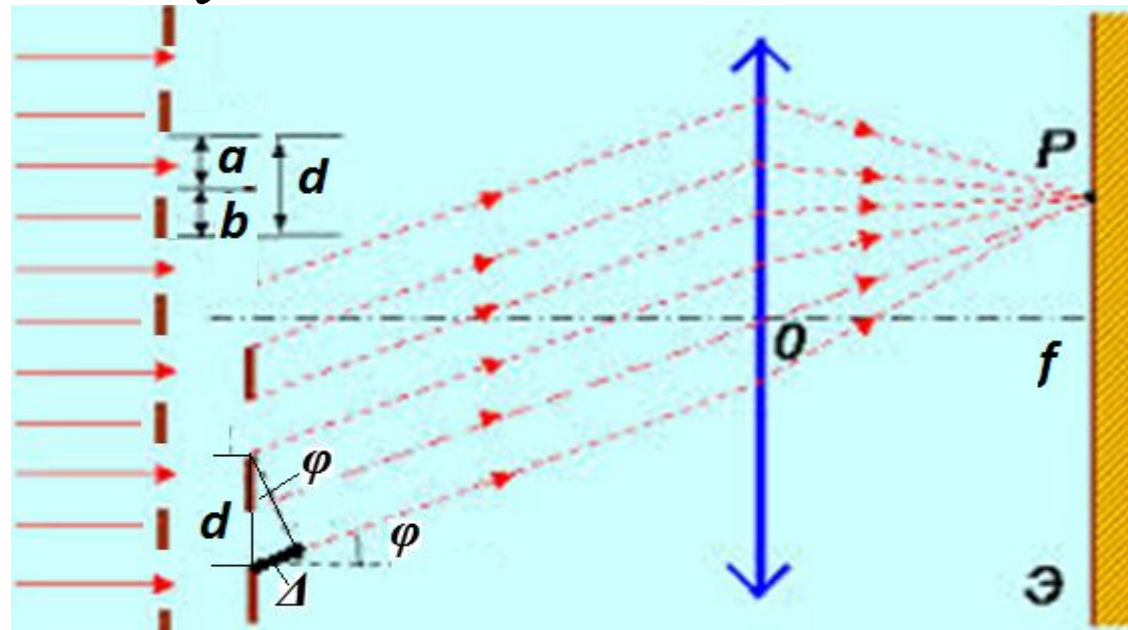


Рис. 35.15

Главный дифракционный максимум образуется при условии, что волны от соседних штрихов решетки приходят в точку наблюдения в одинаковой фазе. Для этого соответствующая разность хода $\Delta = d \sin(\varphi)$ должна быть кратна λ . Поэтому условие т.н. главных максимумов запишется в виде:

$$d \sin(\varphi_{max}) = m\lambda, \quad (36.8)$$

где m - целое число, называемое порядком главного максимума. Это основная формула дифракционной решетки.

Пятиминутка: решетка имеет 300 штрихов на 1 мм. Длина волны света 500 нм. Определить угол направления на гл. максимум 2 порядка.

Оценим амплитуду дифрагировавшей волны и ее зависимость от угла дифракции φ . Разность фаз между волнами от соседних щелей одинакова. Число щелей велико. Тогда картина сложения амплитуд будет аналогична картине сложения при дифракции на одной щели. Векторы амплитуд будут лежать на дуге окружности. При изменении направления наблюдения φ дуга окружности будет сворачиваться или разворачиваться в дугу меньшего или большего радиуса при сохранении длины дуги.

Направление главного максимума соответствует условию, когда дуга разворачивается в прямую линию. Если дуга сворачивается в окружность, то интенсивность света в этом направлении равна нулю. При этом разность фаз волн от первого и

последнего щелевого источника соответственно разность фаз волн двух соседних щелей равна $2k\pi/N$.

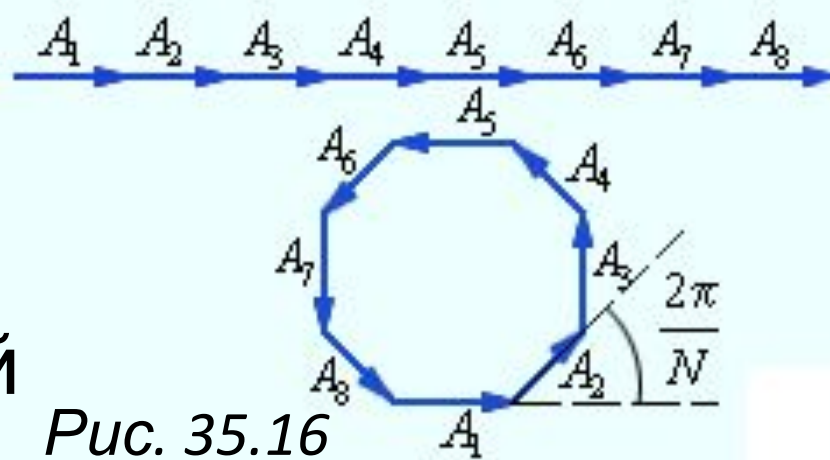


Рис. 35.16

Гл. максимум

Соседний минимум

Направления на минимум будут удовлетворять условию:

$$d \sin(\vartheta) = m\lambda + k\lambda/N, \quad (36.9)$$

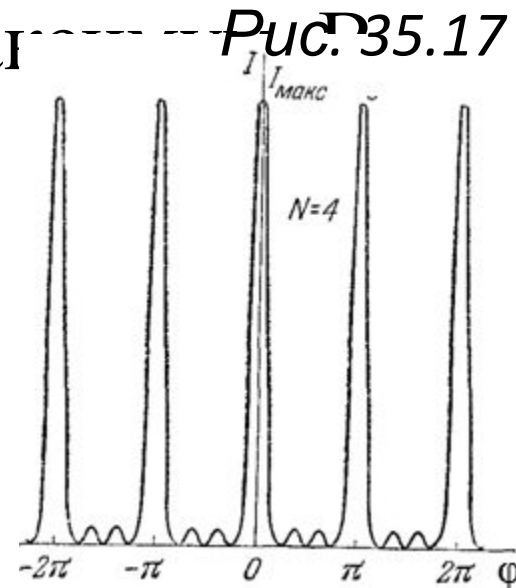
Сравним условия дифракционного максимума (35.7) и дифракционного минимума (36.9)

$$d \sin(\varphi_{max}) = m\lambda, \quad - \text{условие максимума} \quad (36.8)$$

$$d \sin(\varphi_{min}) = m\lambda + k\lambda/N, \quad - \text{условие минимума} \quad (36.9)$$

Видим, что (36.9) является общей формулой экстремумов амплитуды светового вектора при дифракции на решетке. Если $k=0$ или $k=N$, формула выражает направление на максимум. В остальных случаях $k=1, 2, 3 \dots N-1$, формула дает угол направления на минимум.

Отсюда следует вывод о том, что между соседними главными максимумами находятся $N-1$



Определим угловую ширину какого-либо главного максимума как разность углов $\varphi_{max} - \varphi_{min}$ при $k=1$, т.е. угловое расстояние между главным максимумом и ближайшим к нему минимумом

Взяв разность синусов углов максимума и ближайшего минимума, получим

$d\sin(\varphi_{max}) - d\sin(\varphi_{min}) = \lambda/N$. Используем тригонометрическую формулу

$$\sin(\alpha_1) - \sin(\alpha_2) = -2\cos(\alpha_1/2 + \alpha_2/2)\sin(\alpha_1/2 - \alpha_2/2)$$

Поскольку углы φ_{max} и φ_{min} близки, можно записать

$$\varphi_{max} - \varphi_{min} = \lambda / (Nd\cos(\varphi_{max})) \quad (36.10)$$

Произведение Nd – это общая ширина решетки. С ее увеличением главные максимумы становятся уже, что позволяет различить спектральные линии близкие по длине волн.