Тема урока:

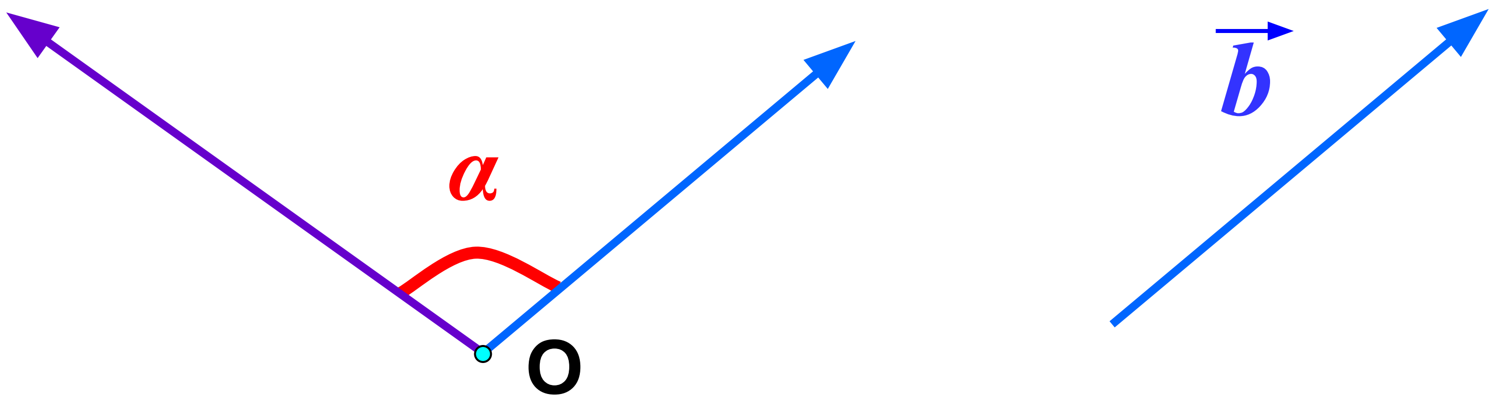
Скалярное произведение векторов

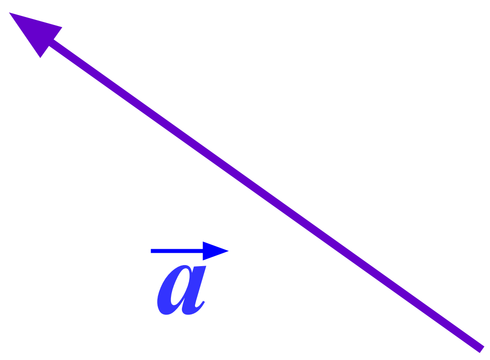
Цели обучения:

10.4.4 знать определение и свойства скалярного произведения векторов в пространстве;

10.4.16 знать формулу скалярного произведения векторов в координатной форме и применять её при решении задач;

Угол между векторами

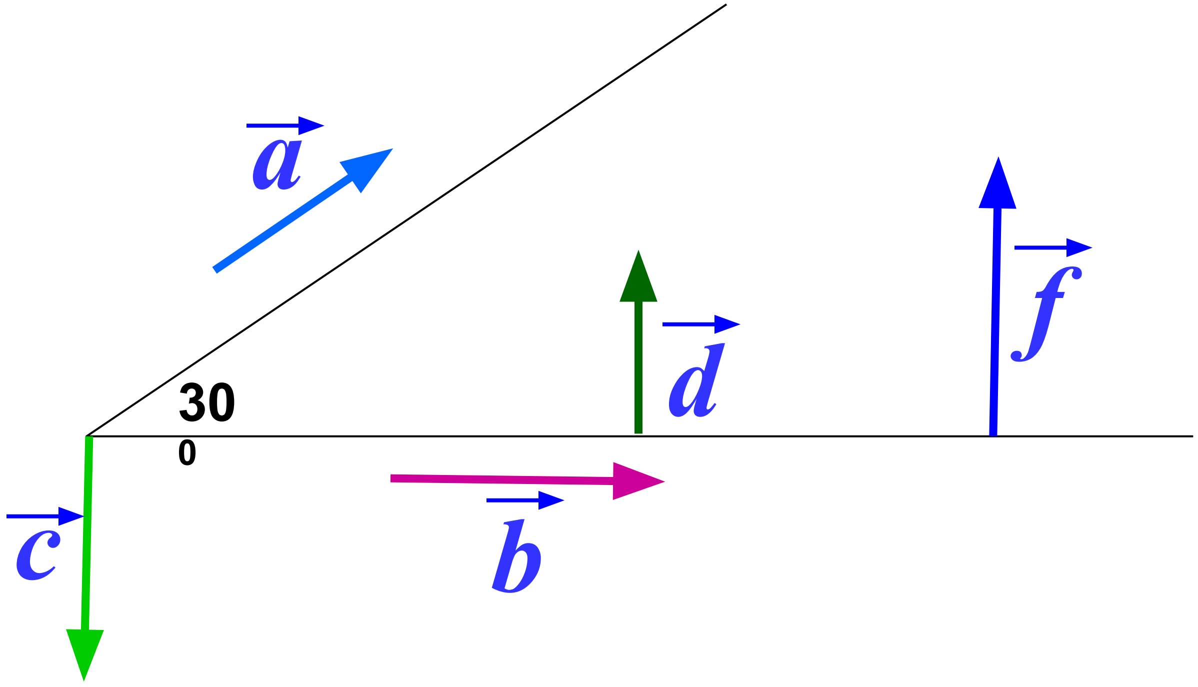




Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен α.

$$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} = \alpha$$

Найдите угол между векторами



$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} = 30^0$

$\widehat{\vec{a}\,\vec{c}} = 120^0$

$\widehat{\vec{b}\,\vec{c}} = 90^0$

$\widehat{\vec{d}\,\vec{c}} = 180^0$

$\widehat{\vec{d}\,\vec{f}} = 0^0$

Критерии оценивания:

- ✔ ***Умеет определять скалярного произведения векторов в пространстве;***
- ✔ ***Знает свойства скалярного произведения векторов в пространстве;***
- ✔ ***Применяет формулу скалярного произведения векторов в координатной форме при решении задач;***

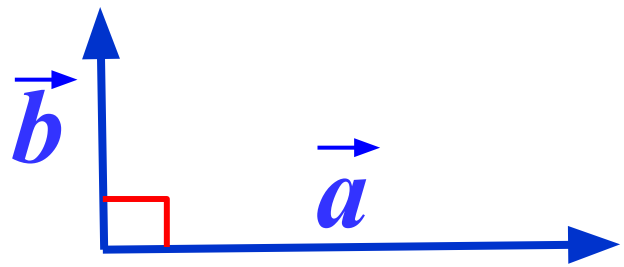
Определение

<u>Скалярным произведением</u> двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними.

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos(\widehat{\vec{a}\,\vec{b}})$$

Скалярное произведение векторов – число (скаляр).

Частный случай №1



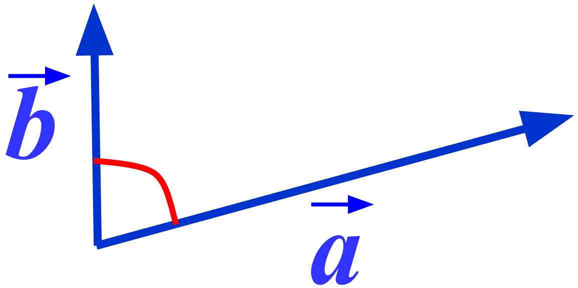
$$\widehat{\vec a\,\vec b} = 90^0$$

$$\vec a \cdot \vec b = |\vec a|\cdot|\vec b|\cos 90^0 = 0$$

Скалярное произведение ненулевых векторов равно нулю тогда и только тогда, когда эти векторы перпендикулярны.

$$\vec a \cdot \vec b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec a \perp \vec b$$

Частный случай №2



$$\widehat{\vec a\,\vec b} < 90^0$$

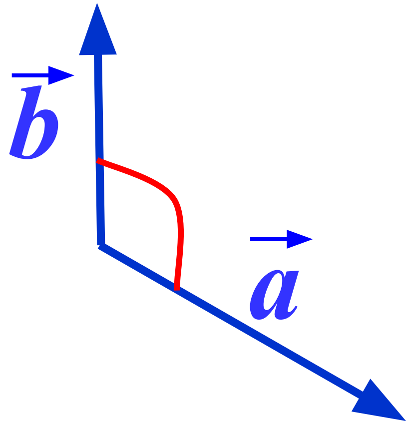
$$> 0$$

$$\vec a\cdot\vec b = |\vec a|\cdot|\vec b|\cos\alpha > 0$$

Скалярное произведение ненулевых векторов положительно тогда и только тогда, когда угол между векторами **острый.**

$$\vec a\cdot\vec b > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \widehat{\vec a\,\vec b} < 90^0$$

Частный случай №3



$$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} > 90^0$$

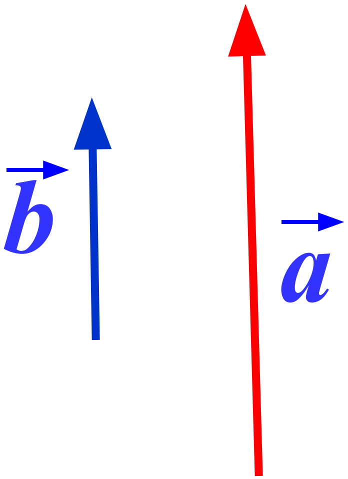
$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\alpha < 0$$

< 0

Скалярное произведение ненулевых векторов отрицательно тогда и только тогда, когда угол между векторами **тупой.**

$$\vec{a}\cdot\vec{b} < 0 \Leftrightarrow \widehat{\vec{a}\,\vec{b}} > 90^0$$

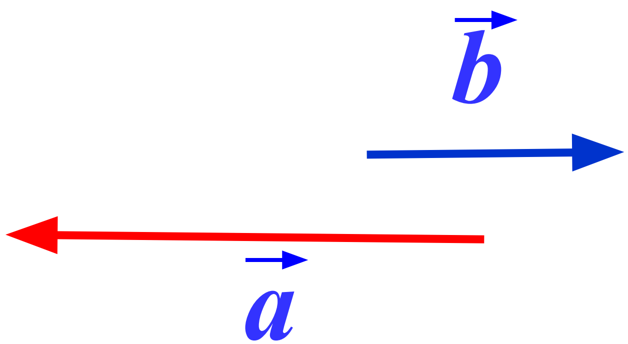
Частный случай №4



$$\widehat{\vec a\,\vec b} = 0^0$$

1

$$\vec a\cdot\vec b = |\vec a|\cdot|\vec b|\cos 0^0 = |\vec a|\cdot|\vec b|$$



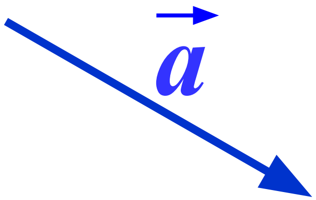
$$\widehat{\vec a\,\vec b} = 180^0$$

-1

$$\vec a\cdot\vec b = |\vec a|\cdot|\vec b|\cos 180^0 = -|\vec a|\cdot|\vec b|$$

Частный случай №5

$$\widehat{\vec{a}\;\vec{a}} = 0^0$$



1

$$\vec{a}\cdot\vec{a} = |\vec{a}|\cdot|\vec{a}|\cos 0^0 = |\vec{a}|\cdot|\vec{a}| = |\vec{a}|^2$$

Скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{a}$ называется **скалярным квадратом** вектора $\vec{a}$ и обозначается $\vec{a}^{\,2}$

Таким образом,
скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины.

$$\vec{a}^{\,2} = |\vec{a}|^2$$

Формула для нахождения скалярного произведения через координаты векторов

$$\vec{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = ?$$

$$\vec{b} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = (x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k})\cdot(x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}) =$$

$$= x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$$

$$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}$$

Пример №1

Найти скалярное произведение векторов:

$\vec{a}\ \{-6;\ 9;\ 5\}$ $\vec{b}\ \{-1;\ 0;\ 7\}$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -6 \cdot (-1) + 9 \cdot 0 + 5 \cdot 7 = 41$$

Пример №3

Найти скалярное произведение векторов:

$\vec{a}\,\{1;\ 7;\ 9\}$ $\vec{b}\,\{-2;\ 4;\ 0\}$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = 1\cdot(-2) + 7\cdot 4 + 9\cdot 0 = 26$$

Домашняя работа

Найти скалярное произведение векторов:

1) $\vec{a}\,\{7;\ 25;\ 0\}$ $\vec{b}\,\{11;\ 0;\ 54\}$

2) $\vec{a}\,\{|-2|;\ 0;\ |3|\}$ $\vec{b}\,\{1;\ |-11|;\ 1\}$

3) $\vec{a}\,\{-1;\ 2;\ 8\}$ $\vec{b}\,\{5;\ 5;\ 0\}$