

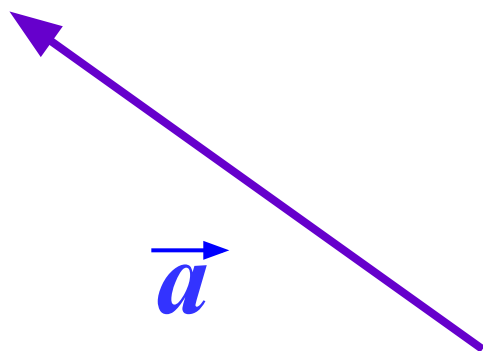
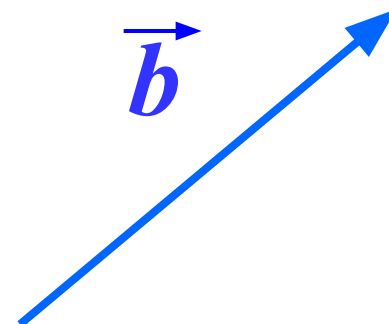
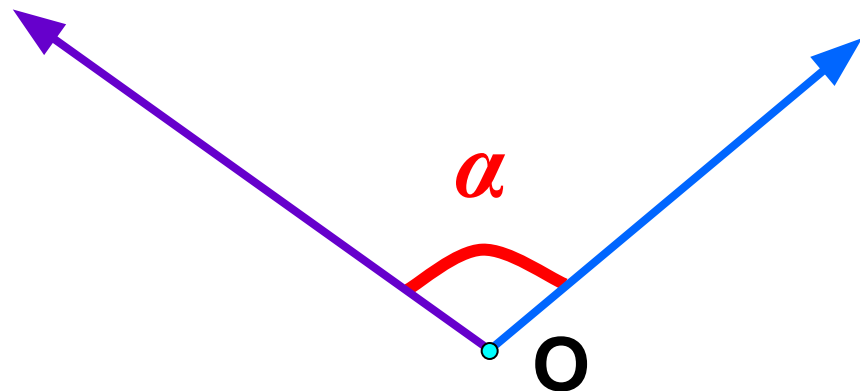
*Тема урока:*  
***Скалярное произведение  
векторов***

*Цели обучения:*

*10.4.4 знать определение и свойства скалярного произведения векторов в пространстве;*

*10.4.16 знать формулу скалярного произведения векторов в координатной форме и применять её при решении задач;*

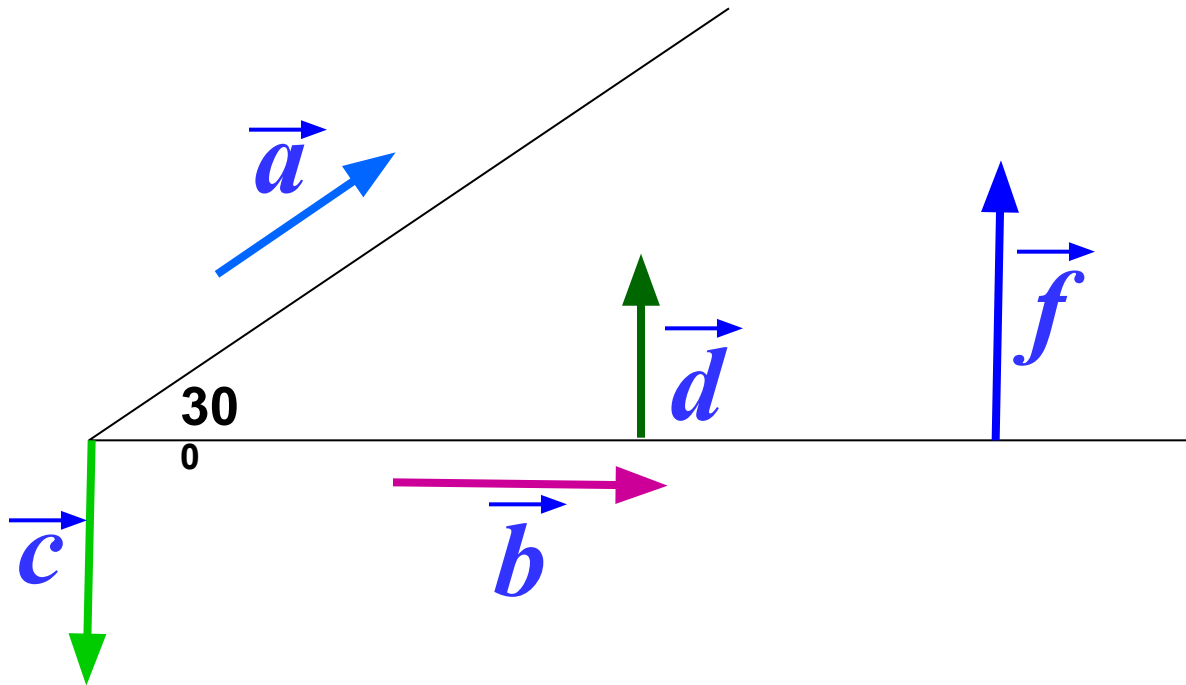
## Угол между векторами



Угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$   
равен  $\alpha$ .

$$\widehat{\vec{a} \vec{b}} = \alpha$$

Найдите угол между векторами



$$\widehat{\vec{a} \vec{b}} = 30^\circ$$

$$\widehat{\vec{a} \vec{c}} = 120^\circ$$

$$\widehat{\vec{b} \vec{c}} = 90^\circ$$

$$\widehat{\vec{d} \vec{c}} = 180^\circ$$

$$\widehat{\vec{d} \vec{f}} = 0^\circ$$

## *Критерии оценивания:*

- ✓ Умеет определять скалярного произведения векторов в пространстве;*
- ✓ Знает свойства скалярного произведения векторов в пространстве;*
- ✓ Применяет формулу скалярного произведения векторов в координатной форме при решении задач;*

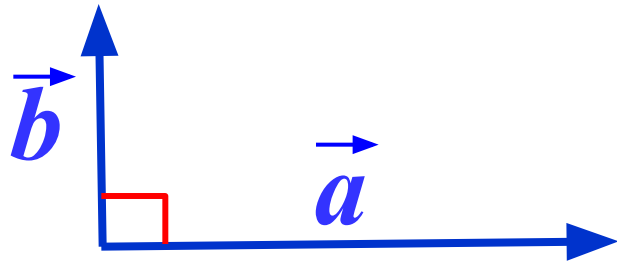
## Определение

Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними.

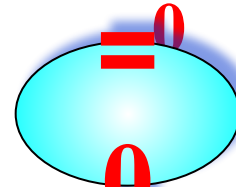
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\widehat{\vec{a} \vec{b}})$$

**Скалярное произведение векторов – число (скаляр).**

## Частный случай №1



$$\widehat{\vec{a} \vec{b}} = 90^\circ$$

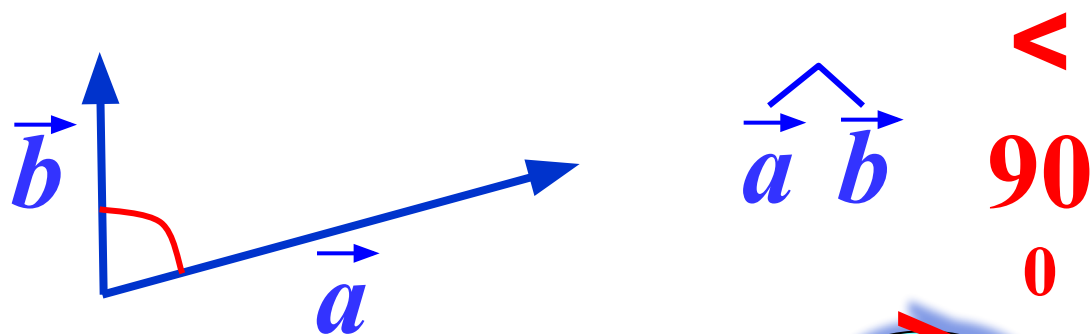


$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 90^\circ = 0$$

Скалярное произведение ненулевых векторов равно нулю тогда и только тогда, когда эти векторы перпендикулярны.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \iff \vec{a} \perp \vec{b}$$

## Частный случай №2



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$$

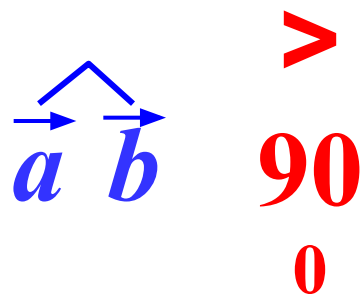
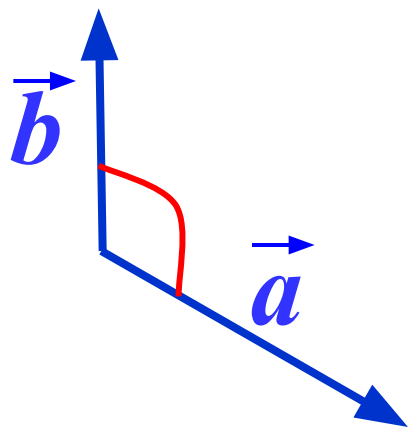
>  
0

Скалярное произведение ненулевых векторов положительно тогда и только тогда, когда угол между векторами **острый**.

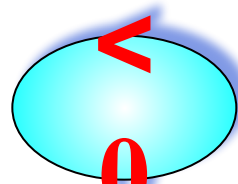
$$\vec{a} \cdot \vec{b} > 0 \iff \vec{a} \vec{b} \text{ } \alpha < 90$$

<  
0

### Частный случай №3

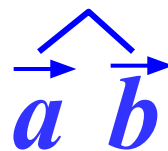


$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$$



Скалярное произведение ненулевых векторов отрицательно тогда и только тогда, когда угол между векторами **тупой**.

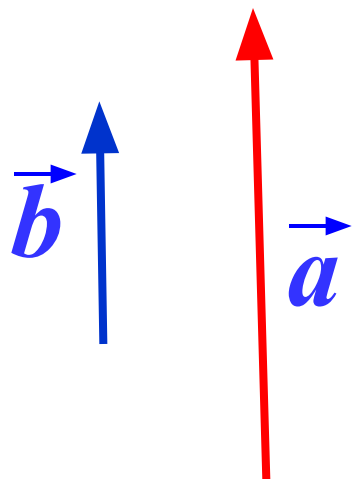
$$\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$$



$>$   
 $90$   
 $0$

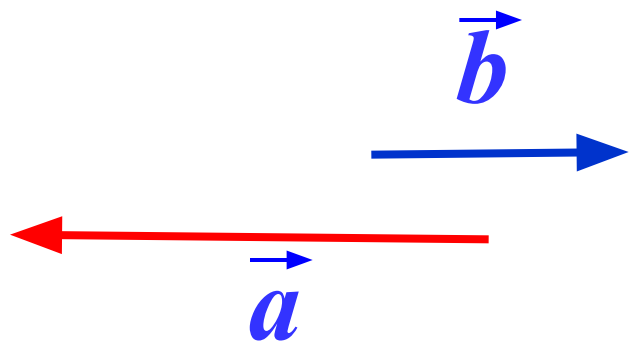


## Частный случай №4



$$\widehat{\vec{a} \vec{b}} = 0^\circ$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 0^\circ = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

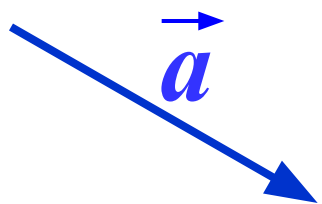


$$\widehat{\vec{a} \vec{b}} = 180^\circ$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 180^\circ = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

## Частный случай №5

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a} = 0^0$$



$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a} = |\overrightarrow{a}| \cdot |\overrightarrow{a}| \cos 0^0 = |\overrightarrow{a}| \cdot |\overrightarrow{a}| = |\overrightarrow{a}|^2$$

Скалярное произведение  $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a}$  называется  
скалярным квадратом вектора  $\overrightarrow{a}$  и обозначается  $\overrightarrow{a}^2$

Таким образом,  
скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины.

$$\overrightarrow{a}^2 = |\overrightarrow{a}|^2$$

Формула для нахождения  
скалярного произведения  
через координаты векторов

$$\vec{a} = x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j} + z_1 \vec{k} \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = ?$$

$$\vec{b} = x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j} + z_2 \vec{k}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= (x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j} + z_1 \vec{k}) \cdot (x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j} + z_2 \vec{k}) = \\ &= x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 \end{aligned}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

## Пример №1

Найти скалярное произведение векторов:

$$\vec{a} \{-6; 9; 5\} \qquad \vec{b} \{-1; 0; 7\}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -6 \cdot (-1) + 9 \cdot 0 + 5 \cdot 7 = 41$$

## Пример №3

Найти скалярное произведение векторов:

$$\vec{a} \{1; 7; 9\} \qquad \vec{b} \{-2; 4; 0\}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot (-2) + 7 \cdot 4 + 9 \cdot 0 = 26$$

## Домашняя работа

Найти скалярное произведение векторов:

$$1) \vec{a} \{7; 25; 0\} \quad \vec{b} \{11; 0; 54\}$$

$$2) \vec{a} \{|-2|; 0; |3|\} \quad \vec{b} \{1; |-11|; 1\}$$

$$3) \vec{a} \{-1; 2; 8\} \quad \vec{b} \{5; 5; 0\}$$