

Контрольная работа №1

Численное интегрирование

Вычисление интеграла в Mathcad

Численное вычисление интеграла

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) dx = 1$$

Аналитическое вычисление интеграла

$$\int \sin(x) dx \rightarrow -\cos(x) \quad \underline{\underline{F}}(x) := -\cos(x)$$

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) - F(0) = 1$$

Метод прямоугольников

Реализация численных методов

$$f(x) := \sin(x)$$

$$a := 0 \quad b := \frac{\pi}{2} \quad n := 100$$

$$h := \frac{b - a}{n}$$

Метод левых прямоугольников

$$h \cdot \sum_{i=0}^{n-1} f(a + i \cdot h) = 0.992125$$

Метод левых прямоугольников

$$h \cdot \sum_{i=1}^n f(a + i \cdot h) = 1.007833$$

Метод средних прямоугольников

$$h \cdot \sum_{i=0}^{n-1} f\left(a + \frac{h}{2} + i \cdot h\right) = 1.00001$$

Метод трапеций и Симпсона

Метод трапеций

$$\left(\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(a + i \cdot h) \right) \cdot h = 0.999979$$

Метод Симпсона

$$\underbrace{m}_{\text{m}} := 10 \quad \underbrace{n}_{\text{n}} := 2m \quad \underbrace{h}_{\text{h}} := \frac{b - a}{n}$$

$$\left(f(a) + f(b) + 4 \cdot \sum_{i=0}^{m-1} f(a + h + 2 \cdot i \cdot h) + 2 \cdot \sum_{i=1}^{m-1} f(a + 2 \cdot i \cdot h) \right) \cdot \frac{h}{3} = 1.00000021$$

Метод Гаусса

Метод Гаусса

$n := 3$ $\text{ORIGIN} := 1$

$$\xi := \begin{pmatrix} -0.774597 \\ 0 \\ 0.774597 \end{pmatrix} \quad w := \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ 8 \\ 9 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$\frac{b-a}{2} \cdot \sum_{i=1}^n \left(w_i \cdot f \left(\frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} \cdot \xi_i \right) \right) = 1.000008$$