Алгебра логики *– это раздел математики, изучающий логические выражения и логические операции*

Алгебра логики возникла в середине 19 века в трудах английского математика **Джорджа Буля**. Ее создание представляло собой попытку решать традиционные логические задачи алгебраическими методами.

Логические выражения представляет собой Высказывания являющиеся повествовательным предложением которые содержат утверждение в отношении которого можно однозначно сказать является оно истинным или ложным

Пример

«Москва - столица России»

следует считать высказыванием и оно истинно

«2x2=8»

тоже высказывание, но оно ложное

«Дождь со снегом»

высказыванием не является так как оно ничего не утверждает

Высказывания бывают **общими, частными** или **единичными**. Общее высказывание начинается (или можно начать) со слов: все, всякий, каждый, ни один. Частное высказывание начинается (или можно начать) со слов: некоторые, большинство и т.п. Во всех других случаях высказывание является единичным.

Пример Определить тип высказывания (общее, частное, единичное)

«Все рыбы умеют плавать»
«Некоторые медведи-бурые»
«Буква А-гласная»

В логических выражениях *высказывания как правило обозначается заглавными латинскими буквами*

Высказывания образованные из других высказываний с использованием связок И; ИЛИ; НЕ; ЕСЛИ, ТО; ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА называются составными. Высказывания которые не являются составными называют элементарными.

Логические связки рассматривают как операции над высказываниями, при этом если известно значение исходных высказываний, значение составного высказывания можно определить прибегая лишь к формальным правилам

Логические операции удобно описывать с помощью таблиц истинности в которых перечислены все возможные сочетания значений входных операндов вместе с результатом операции для каждого из этих сочетаний.

Рассмотрим основные логические операции

Отрицание «НЕ» (инверсия)

Эта операция применяемая к одному операнду, то есть унарная операция. Записывается в виде: $\neg A$, $!A$, $\overline{A}$.

и задается следующей таблицей истинности

A	
0	1
1	0

То есть высказывание неА ($\overline{A}$) истинно когда А ложно, и ложно когда А истина.

Логическое И (конъюнкция (умножение)

Операция применяемая к двум операндам, то есть бинарная операция.
Записывается в виде A&B или AΛB.
и задается следующей таблицей истинности

A	B	AΛB
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Значение такого выражения будет **ЛОЖЬ**, если значение хотя бы одного из операндов ложно.

Логическое ИЛИ (дизъюнкция (сложение)

Еще одна бинарная операция. В математической логике используется знак V и записывается в виде: AVB или AIIB.

A	B	A V B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Значение такого выражения будет **ИСТИНА**, если значение хотя бы одного из операндов истинно.

Существует также производные логические операции которые применяются при составлении выражений, но при дальнейшем анализе могут быть выражены с помощью основных логических операций.

Исключающее ИЛИ

Записывается в виде XOR или $\oplus$.
и задается следующей таблицей истинности

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Утверждение $A \oplus B$ верно, когда либо A, либо B верно, но не оба.

$$A \oplus B = A \wedge \overline{B} \vee B \wedge \overline{A}$$

Импликация (если, то)

Обычно понимают в виде приказа (А) и выполнения(В)

Записывается в виде А →В, А ⇒В или ⊃.
и задается следующей таблицей истинности

A	**B**	$A \to B$
1	0	**0**
0	1	**1**
0	0	**1**
1	**1**	**1**

$A \Rightarrow B$ верно, только когда либо A ложно, либо B истинно

Эквиваленция (тогда и только тогда)

Обычно понимают в виде приказа (А) и выполнения(В)

Записывается в виде $A \equiv B$, $A \leftrightarrow B$.
и задается следующей таблицей истинности

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$A \Leftrightarrow B$ истинно, только если оба значения A и B ложны, либо оба истинны.

Приоритет логических операций

1. *Отрицание* (¬)
2. *Конъюнкция* (&)
3. *Дизъюнкция, исключающее ИЛИ* (V, ⊕)
4. *Импликация, эквивалентность* (→, ↔)

Порядок выполнения меняется при использовании круглых скобок

Пример: Вычислить $\overline{A} \wedge B \vee A \wedge C$, если A=0, B=1, C=1

Отметим приоритеты выполнения: $\overset{1}{\overline{A}} \overset{2}{\wedge} B \overset{4}{\vee} A \overset{3}{\wedge} C$

$\overline{0} \wedge 1 \vee 0 \wedge 1 = 1 \wedge 1 \vee 0 \wedge 1 = 1 \vee 0 = 1$