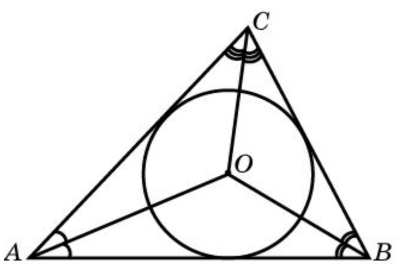
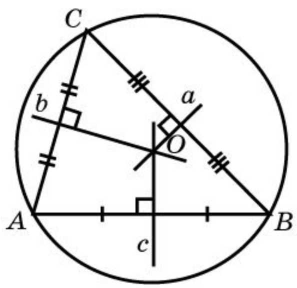
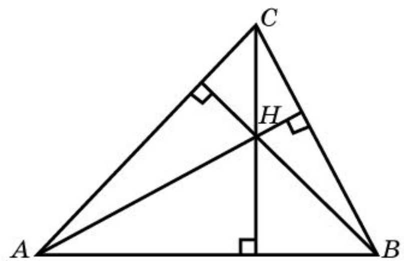
Площадь треугольника и подобие

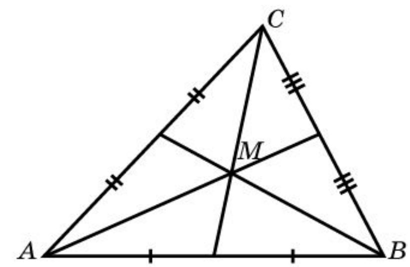
Учитель математики МАОУ СОШ №3 Короткова А. Э.

Замечательные точки и линии треугольника









Элементы треугольника

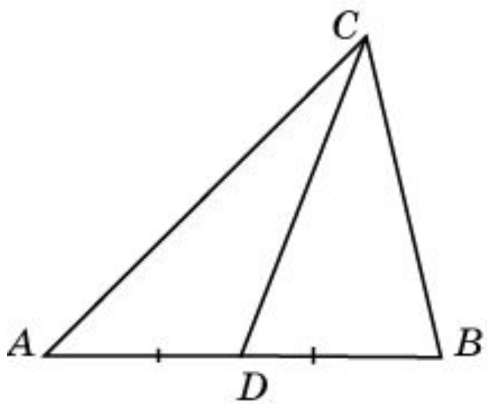


Рис. 1

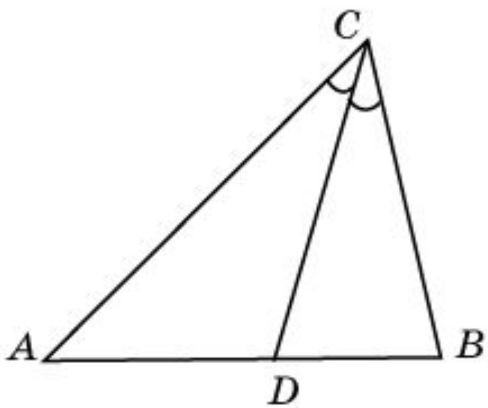


Рис. 2

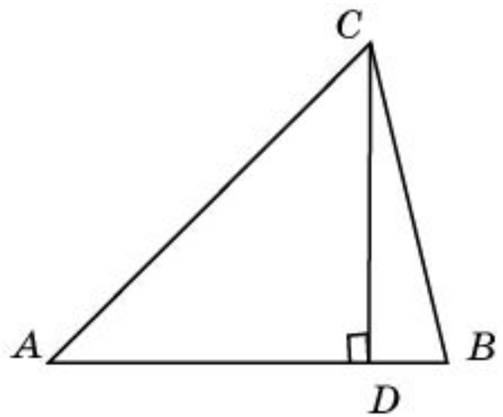


Рис. 3

Медиана треугольника – отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны (рис. 1).

Биссектриса треугольника – отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину с точкой противоположной стороны (рис. 2).

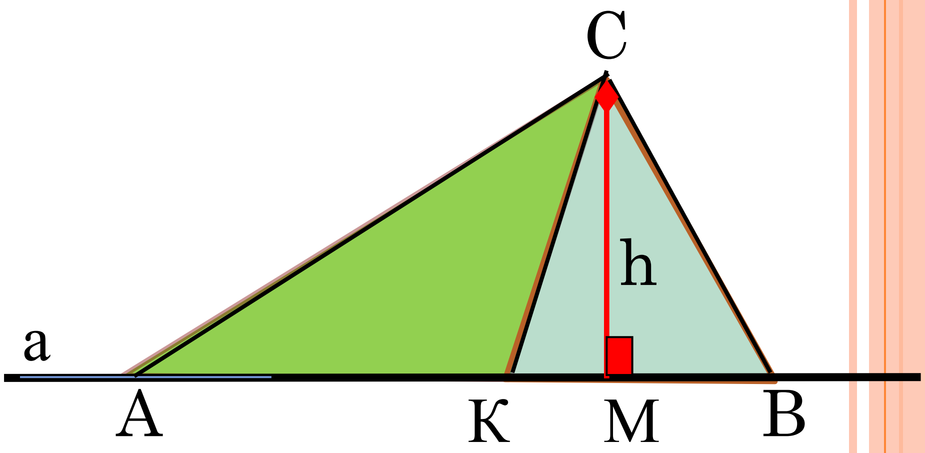
Высота треугольника – отрезок, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны или ее продолжения и перпендикулярный этой стороне (рис. 3).

Площади треугольников, имеющих равные высоты, относятся как основания, к которым проведены эти высоты.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} CM \cdot AB$$

$$S_{AKC} = \frac{1}{2} CM \cdot AK$$

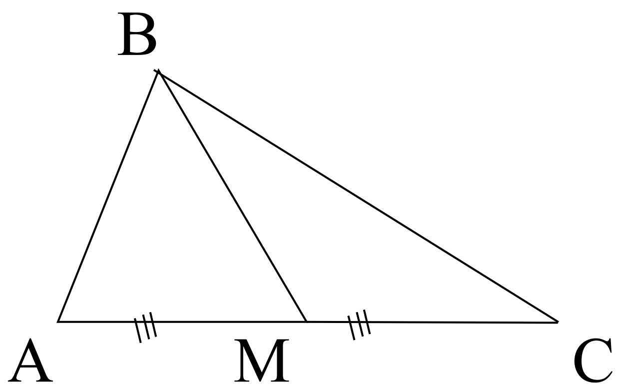
$$S_{KBC} = \frac{1}{2} CM \cdot KB$$

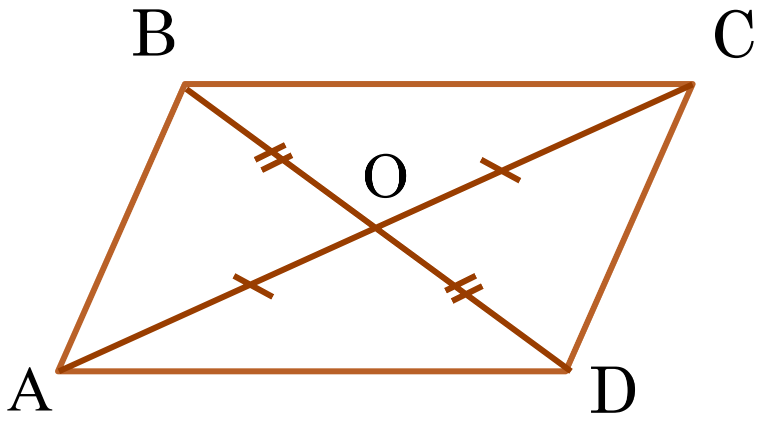


Значит, **S_{ABC}:S_{AKC}:S_{KBC}=AB:AK:KB**

Медиана треугольника делит его на два равновеликих треугольника.

$$S_{ABM} = S_{MBC}$$





Следствие 1.

$$S_{AOB} = S_{BOC} = S_{COD} = S_{DOA} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$$

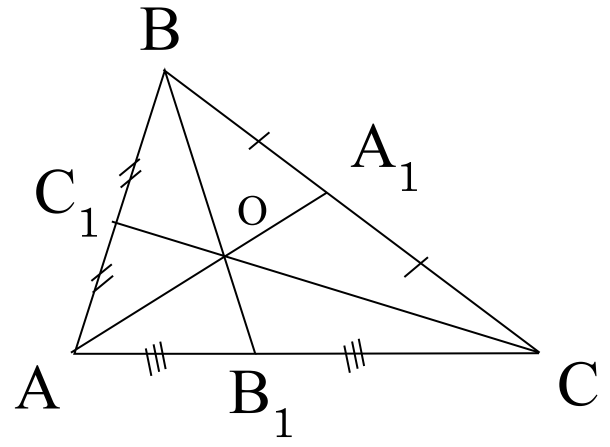
$$S_{ADB} = S_{ABC} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$$

Следствие 2.

Медианы треугольника делят его на шесть равновеликих треугольников.

$$S_{AOC_1} = S_{BOC_1} = S_{BOA_1} = S_{COA_1} = S_{COB_1} = S_{AOB_1} =$$

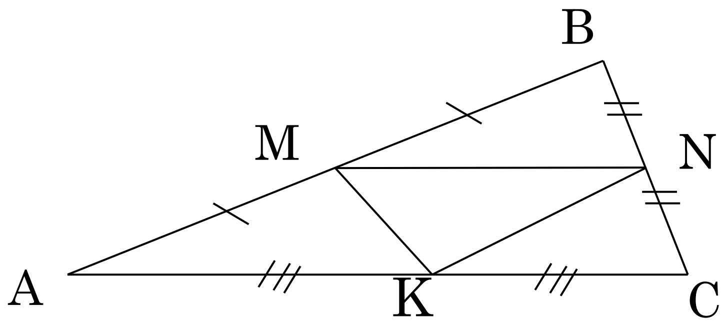
$$= \frac{1}{6} S_{ABC}$$

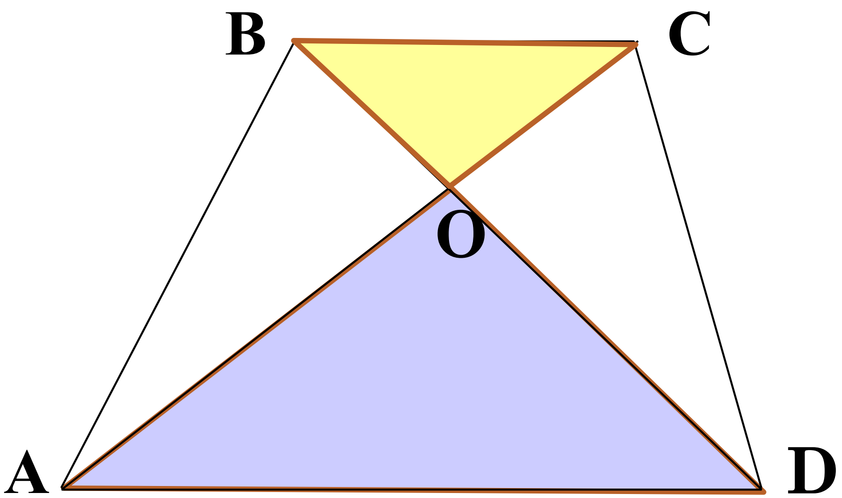


Следствие 3.

Средняя линия треугольника отсекает от данного треугольник, площадь которого равна $\frac{1}{4}$ площади исходного треугольника.

$$\frac{S_{MBN}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4}$$

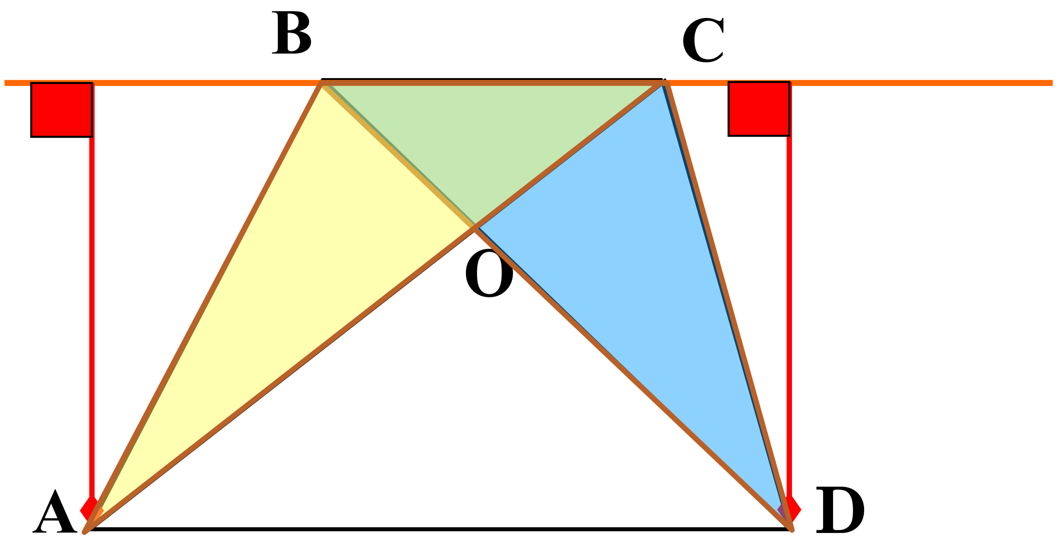




$$\Delta BCO \sim \Delta DAO$$

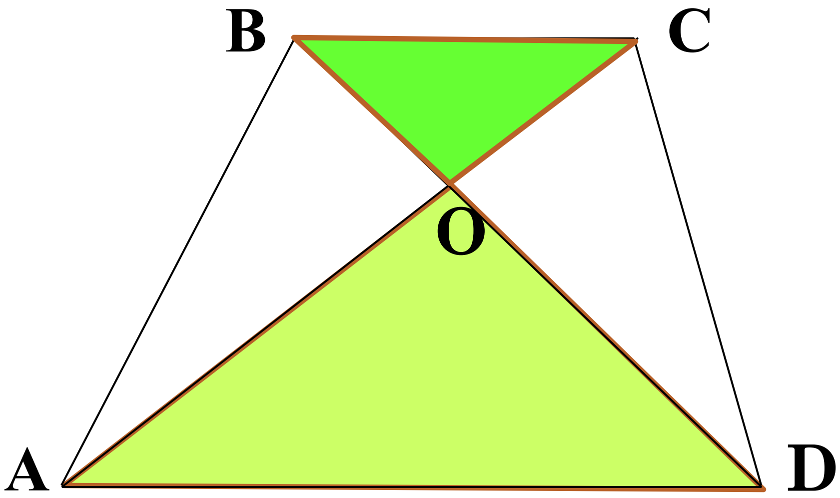
$$\frac{S_{BCO}}{S_{DAO}} = k^2$$

Где $k = \frac{BC}{AD} = \frac{BO}{OD} = \frac{CO}{OA}$



Площади треугольников ABO и DCO равны.

Диагонали AC и BD трапеции ABCD пересекаются в точке O. Площади треугольников AOD и BOC равны соответственно 16 и 9. Найдите площадь трапеции.



Решение

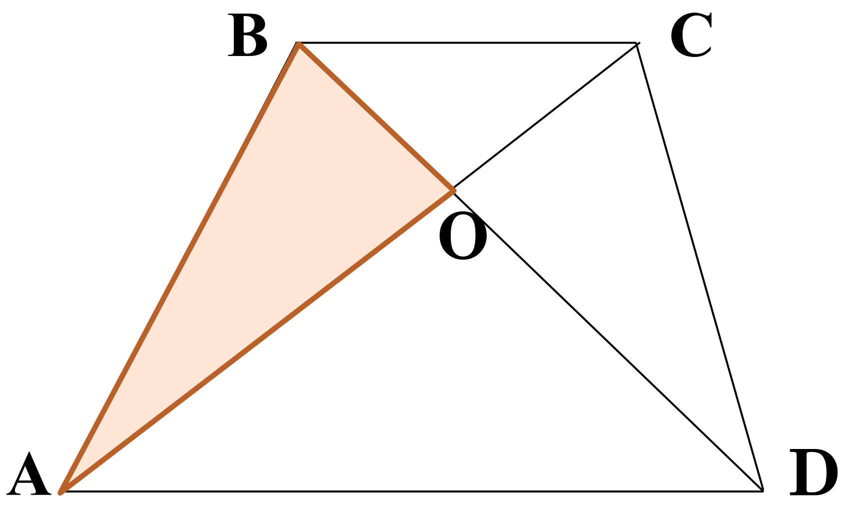
- k² = 9/16 = > k= ¾ => OC:OA =
- =3:4 = > SOCB : SOAB = 3:4= > SOAB = 9:3 ·4 = 12.
- SOCD = SOAB =12.
- SABCD = SOCB + SOAD + SOCD +SOAB = =9+16+24=49.

$$\frac{S_{BCO}}{S_{DAO}} = k^2$$

Задачи для самостоятельного решения.

- 1) Через середину К медианы ВМ треугольника АВС и вершину А проведена прямая, пересекающая сторону ВС в точке Р. Найти отношение площади треугольника АВК и площади четырехугольника КРСМ.
- 2) В трапеции ABCD отношение длин оснований AD и BC равно 3. Диагонали трапеции пересекаются в точке O, площадь треугольника AOB равна 6. Найти площадь трапеции.

654. В трапеции $ABCD$ отношение длин оснований AD и BC равно 3. Диагонали трапеции пересекаются в точке O, площадь треугольника AOB равна 6. Найдите площадь трапеции.



26

Через середину K медианы BM треугольника ABC и вершину A проведена прямая, пересекающая сторону BC в точке P. Найдите отношение площади треугольника ABK к площади четырёхугольника $KPCM$.