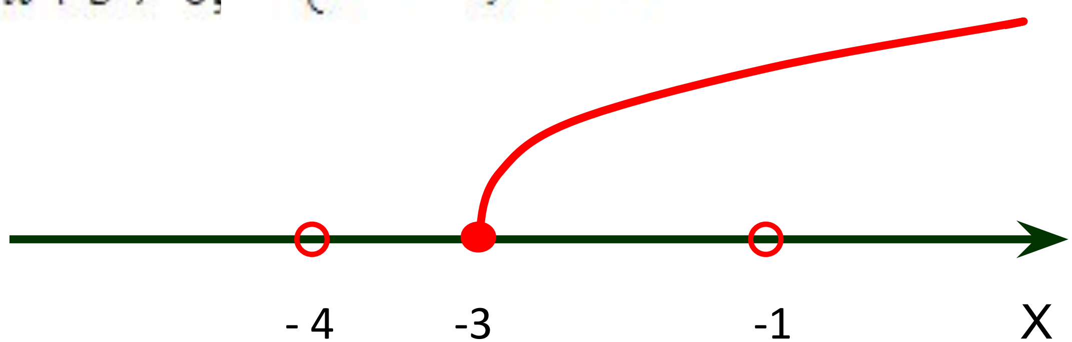
ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНТЕРНЕТ-ЭКЗАМЕН

Дифференцирование

Область определения функции $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+3}}{x^2+5x+4}$ имеет вид …

- $x \in (-3,1) \cup (1,4) \cup (4,+\infty)$
- $x \in [-3,-1) \cup (-1,+\infty)$
- $x \in [-3,+\infty)$
- $x \in (-\infty,-4) \cup (-4,-1) \cup (-1,+\infty)$

$$\begin{cases} x+3 \geq 0, \\ x^2+4x+5 \neq 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -3, \\ x \neq -4, x \neq -1. \end{cases}$$



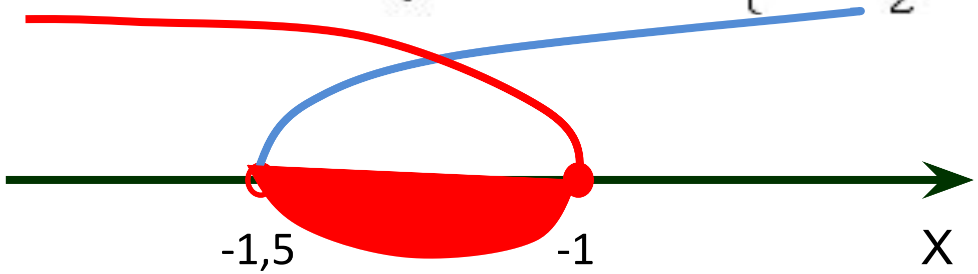
$$x \in [-3,-1) \cup (-1,+\infty)$$

Область определения функции $f(x) = \sqrt{\log_{0,5}(2x+3)}$ имеет вид …

- $x \in (-1{,}5; -1]$
- $x \in (-1{,}5; -1)$
- $x \in (-1{,}5; +\infty)$
- $x \in [-1; +\infty)$

$$\begin{cases} 2x + 3 > 0, \\ \log_{0,5}(2x+3) \geq 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x > -3, \\ \log_{0,5}(2x+3) \geq \log_{0,5} 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -\dfrac{3}{2}, \\ 2x + 3 \leq 1, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -1,5, \\ x \leq \dfrac{1-3}{2}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -1,5, \\ x \leq -1. \end{cases}$$



$x \in (-1{,}5; -1]$.

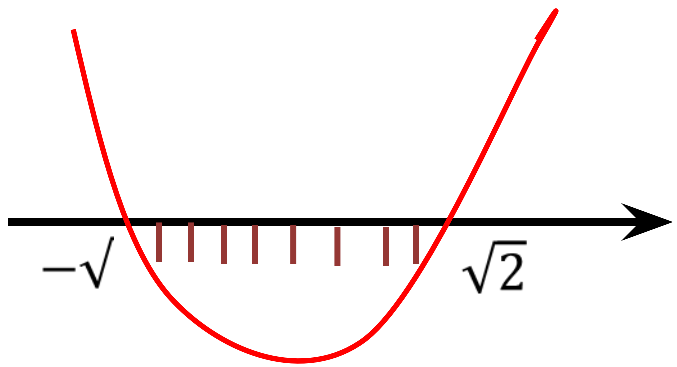
Область определения функции $f(x) = \arccos(x^2 - 1)$ имеет вид …

- $x \in \left[-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right]$
- $x \in \left(-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right)$
- $x \in \left[-\sqrt{2}, 0\right) \cup \left(0, \sqrt{2}\right]$
- $x \in \left(-\infty, -\sqrt{2}\right] \cup \left[\sqrt{2}, +\infty\right)$

$$\left|x^2 - 1\right| \le 1.$$

$$x^4 - 2x^2 \le 0,$$

$$x^2 - 2 \le 0.$$



Предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{\sqrt{x+1}-\sqrt{2x+1}}$ равен …

V
- -2
- 2
- 0
- $-\infty$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{\sqrt{x+1}-\sqrt{2x+1}}=\left\{\frac{0}{0}\right\}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{2x+1}\right)\sin x}{\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{2x+1}\right)\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{2x+1}\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{2x+1}\right)\sin x}{x+1-2x-1}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{2x+1}\right)\sin x}{-x}=-\lim_{x\to 0}\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{2x+1}\right)\cdot\frac{\sin x}{x}=-2.$$

Предел $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{4+x}-3}{x-5}$ равен …

V

- $\dfrac{1}{6}$
- 0
- 1
- $\dfrac{3}{5}$

$$\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{4+x}-3}{x-5}=\left\{\frac{0}{0}\right\}$$

$$\lim_{x\to 5}\frac{\left(\sqrt{4+x}-3\right)\left(\sqrt{4+x}+3\right)}{(x-5)\left(\sqrt{4+x}+3\right)}=$$

$$\lim_{x\to 5}\frac{4+x-9}{(x-5)\left(\sqrt{4+x}+3\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 5}\frac{1}{\sqrt{4+x}+3}=\frac{1}{6}.$$

Функция $f(x)=\begin{cases} x^2+1, \text{ если } & x \le 1, \\ 2x, \text{ если } & 1 < x < 3, \\ x+2, \text{ если } & x \ge 3, \end{cases}$ **не является непрерывной на отрезке …**

- $[2;4]$
- $[0;2]$
- $[4;6]$
- $[-2;0]$

$$\lim_{x\to 1-0} f(x) = \lim_{x\to 1}\left(x^2+1\right) = 2;$$

$$\lim_{x\to 1+0} f(x) = \lim_{x\to 1} 2x = 2, \qquad f(1) = 1^2 + 1 = 2.$$

$$\lim_{x\to 1-0} f(x) = \lim_{x\to 1+0} f(x) = f(1) = 2,$$

$$\lim_{x\to 3-0} f(x) = \lim_{x\to 3} 2x = 6;$$

$$\lim_{x\to 3+0} f(x) = \lim_{x\to 3}(x+2) = 5, \qquad f(3) = 3 + 2 = 5.$$

$$\lim_{x\to 3-0} f(x) \ne \lim_{x\to 3+0} f(x) = f(3).$$

x = 3 – точка разрыва I рода

Горизонтальная асимптота графика функции $f(x)=\dfrac{3-4x-2x^2}{3x^2+x+5}$

задается уравнением вида …

V

- $3y+2=0$
- $3y-2=0$
- $5y+2=0$
- $5y-2=0$

$$\boxed{\lim_{x\to+\infty} f(x)=y_0 \ \ (\lim_{x\to-\infty} f(x)=y_0).}$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{3-4x-2x^2}{3x^2+x+5}=\left\{\frac{\infty}{\infty}\right\}$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{\dfrac{3}{x^2}-\dfrac{4}{x}-2}{3+\dfrac{1}{x}+\dfrac{5}{x^2}}=-\frac{2}{3},$$

$y=-\dfrac{2}{3}$, **или** $3y+2=0.$

Производная функции $y = \frac{x+2}{ctg\,x}$ **равна …**

V

- $\dfrac{\cos x \cdot \sin x + x + 2}{\cos^2 x}$
- $\dfrac{\cos x \cdot \sin x - x - 2}{\sin^2 x}$
- $\dfrac{\cos x \cdot \sin x - x + 2}{\cos^2 x}$
- $\dfrac{\cos x \cdot \sin x + x + 2}{\sin^2 x}$

$$y' = \frac{(x+2)' ctgx - (x+2)(ctgx)'}{ctg^2 x} =$$

$$= \frac{ctgx + (x+2)\dfrac{1}{\sin^2 x}}{ctg^2 x} =$$

$$= \frac{ctgx \cdot \sin^2 x + x + 2}{ctg^2 x \cdot \sin^2 x} = \frac{\cos x \cdot \sin x + x + 2}{\cos^2 x}.$$

Производная третьего порядка функции $y = e^{2-3x}$ **равна …**

- $-27e^{2-3x}$ ✓
- $27e^{2-3x}$
- $-8e^{2-3x}$
- $9e^{2-3x}$

$$y' = \left(e^{2-3x}\right)' = e^{2-3x}(2-3x)' = -3e^{2-3x}$$

$$y'' = (y')' = \left(-3e^{2-3x}\right)' = -3e^{2-3x}(2-3x)' =$$

$$= 9e^{2-3x}$$

$$y''' = (y'')' = \left(9e^{2-3x}\right)' = 9e^{2-3x}(2-3x)' =$$

$$= -27e^{2-3x}.$$

Производная функции $y = e^{x^2} \arcsin 3x$ **равна** …

- $e^{x^2}\left(\arcsin 3x + \dfrac{1}{\sqrt{1-9x^2}}\right)$
- $6xe^{x^2} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{1-9x^2}}$
- $e^{x^2}\left(2x\arcsin 3x + \dfrac{3}{\sqrt{1-9x^2}}\right)$
- $e^{x^2}\left(2x\arcsin 3x + \dfrac{1}{\sqrt{1-9x^2}}\right)$

$$y' = \left(e^{x^2}\right)' \arcsin 3x + e^{x^2}(\arcsin 3x)' = e^{x^2}\left(x^2\right)' arcin3x + e^{x^2}\,\frac{1}{\sqrt{1-9x^2}}(3x)' =$$

$$= 2xe^{x^2} arcin3x + e^{x^2}\,\frac{3}{\sqrt{1-9x^2}} = e^{x^2}\left(2x\arcsin 3x + \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}}\right).$$

Производная функции $y=(2x-3)^{tgx}$ **равна** …

- $(2x-3)^{tgx}\cdot\dfrac{2}{\cos^2 x}$
- V $(2x-3)^{tgx}\left(\dfrac{\ln(2x-3)}{\cos^2 x}+\dfrac{2tgx}{2x-3}\right)$
- $(2x-3)^{tgx}\cdot\dfrac{2\ln(2x-3)}{\cos^2 x}$
- $(2x-3)^{tgx}\cdot\left(\dfrac{2x-3}{\cos^2 x}+2tgx\right)$

$$\ln y = tgx\cdot\ln(2x-3),$$

$$\frac{y'}{y}=\frac{\ln(2x-3)}{\cos^2 x}+\frac{2tgx}{2x-3}.$$

$$y'=y\left(\frac{\ln(2x-3)}{\cos^2 x}+\frac{2tgx}{2x-3}\right)=(2x-3)^{tgx}\left(\frac{\ln(2x-3)}{\cos^2 x}+\frac{2tgx}{2x-3}\right).$$

Точка перегиба графика функции $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ имеет вид …

- $(-1; \ln 2)$
- $(-1; 0)$
- $(1; \ln 3)$
- $(0; 0)$

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}, \qquad f''(x) = \frac{2 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2},$$

$$f''(x) = 0, \qquad x_1 = -1 \text{ и } x_2 = 1.$$

$$(-1; \ln 2).$$

Горизонтальная асимптота графика функции $f(x) = \dfrac{2x^2 + x^3 - 4}{5x^3 + x + 1}$ задается уравнением вида …

- $5y - 1 = 0$
- $5y + 1 = 0$
- $5y - 2 = 0$
- $y = +\infty$

$y = y_0$ … $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = y_0$ $\left(\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = y_0\right)$.

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{2x^2 + x^3 - 4}{5x^3 + x + 1} = \left\{\frac{\infty}{\infty}\right\}$$

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{\frac{2}{x} + 1 - \frac{4}{x^3}}{5 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}} = \frac{1}{5},$$

$y = \dfrac{1}{5}$, или $5y - 1 = 0$.

Производная функции $y = arctg\frac{x-1}{x+1}$ равна …

Решение:

$$y' = \left(arctg\frac{x-1}{x+1}\right)' = \frac{1}{1+\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)' = \frac{(x+1)^2}{(x+1)^2+(x-1)^2}\left(1-\frac{2}{x+1}\right)' =$$

$$= \frac{(x+1)^2}{2\left(x^2+1\right)}\cdot\frac{2}{(x+1)^2} = \frac{1}{x^2+1}.$$

Значение производной второго порядка функции $y = e^{2x}\cos x$ при $x = 0$ равно …

$$y' = \left(e^{2x}\cos x\right)' = 2e^{2x}\cos x - e^{2x}\sin x = e^{2x}(2\cos x - \sin x).$$

$$y'' = (y')' = \left(e^{2x}(2\cos x - \sin x)\right)' = 2e^{2x}(2\cos x - \sin x) + e^{2x}(-2\sin x - \cos x) =$$

$$= e^{2x}(3\cos x - 4\sin x).$$

Следовательно, $y''(0) = e^{0}(3\cos 0 - 4\sin 0) = 3.$

Производная функции $y = arctg\frac{x-1}{x+1}$ равна …

1	$\frac{2}{x^2+2}$	**2**	$\frac{x^2-2x}{(x+1)^2}$
3	$\frac{1}{x^2+1}$	**4**	$\frac{(x-1)^2}{(x+1)^2}$

Производная функции $y = \sqrt{x} \cdot e^x$ равна …

- ✔ $\dfrac{e^x(1+2x)}{2\sqrt{x}}$
- $\dfrac{e^x(1-2x)}{2\sqrt{x}}$
- $\dfrac{e^x(1+x)}{\sqrt{x}}$
- $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}e^x$

Решение:

$$y' = \left(\sqrt{x}\right)' e^x + \sqrt{x}\left(e^x\right)' =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x}}e^x + \sqrt{x} \cdot e^x = \frac{e^x(1+2x)}{2\sqrt{x}}.$$

Удачи!!!