

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ  
ИНТЕРНЕТ-ЭКЗАМЕН

# Дифференцирова ние

Область определения функции  $f(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{x^2 + 5x + 4}$  имеет вид ...

$x \in (-3, 1) \cup (1, 4) \cup (4, +\infty)$

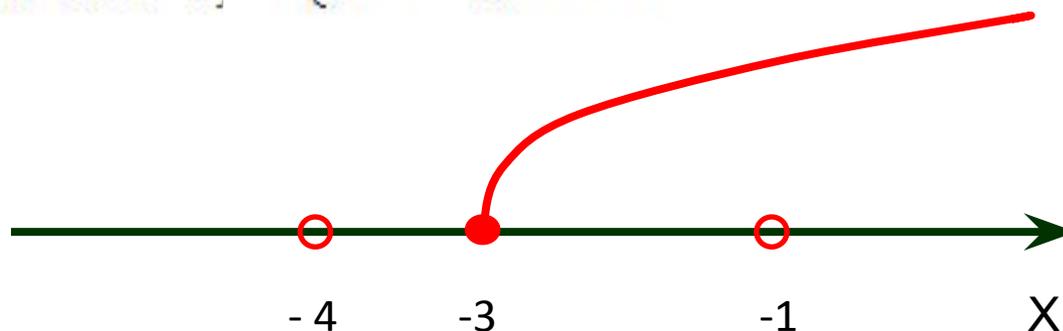
$x \in [-3, -1) \cup (-1, +\infty)$

$x \in [-3, +\infty)$

$x \in (-\infty, -4) \cup (-4, -1) \cup (-1, +\infty)$

---

$$\begin{cases} x+3 \geq 0, \\ x^2 + 4x + 5 \neq 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -3, \\ x \neq -4, x \neq -1. \end{cases}$$



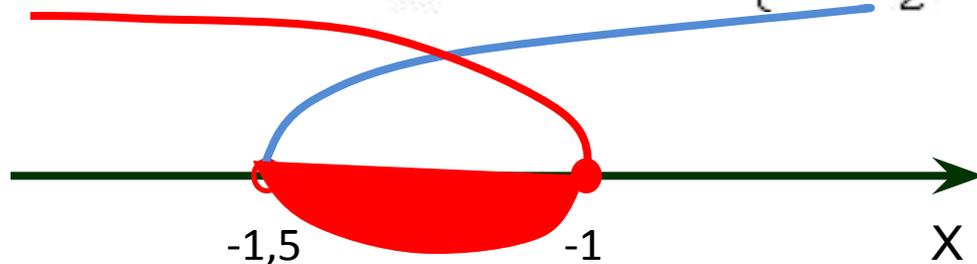
$$x \in [-3, -1) \cup (-1, +\infty)$$

Область определения функции  $f(x) = \sqrt{\log_{0,5}(2x+3)}$  имеет вид ...

- V**
- $x \in (-1,5; -1]$
  - $x \in (-1,5; -1)$
  - $x \in (-1,5; +\infty)$
  - $x \in [-1; +\infty)$

$$\begin{cases} 2x + 3 > 0, \\ \log_{0,5}(2x + 3) \geq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x > -3, \\ \log_{0,5}(2x+3) \geq \log_{0,5}1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{2}, \\ 2x+3 \leq 1, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -1,5, \\ x \leq \frac{1-3}{2}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -1,5, \\ x \leq -1. \end{cases}$$



$$x \in (-1,5; -1].$$

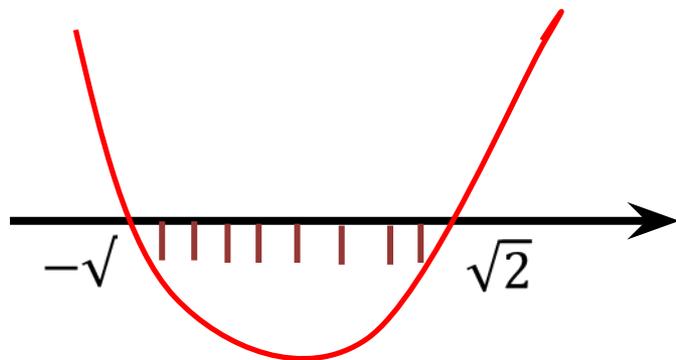
Область определения функции  $f(x) = \arccos(x^2 - 1)$  имеет вид ...

- ✓
- ›  $x \in [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$
  - ›  $x \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$
  - ›  $x \in [-\sqrt{2}, 0) \cup (0, \sqrt{2}]$
  - ›  $x \in (-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, +\infty)$

$$|x^2 - 1| \leq 1.$$

$$x^4 - 2x^2 \leq 0,$$

$$x^2 - 2 \leq 0.$$



Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt{x+1} - \sqrt{2x+1}}$  равен ...

- 2  
 2  
 0  
  $-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt{x+1} - \sqrt{2x+1}} = \left\{ \frac{0}{0} \right\}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+1}) \sin x}{(\sqrt{x+1} - \sqrt{2x+1})(\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+1})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+1}) \sin x}{x+1-2x-1} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+1}) \sin x}{-x} = - \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+1}) \cdot \frac{\sin x}{x} = -2.$$

Предел  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{4+x}-3}{x-5}$  равен ...

- $\frac{1}{6}$
- 0
- 1
- $\frac{3}{5}$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{4+x}-3}{x-5} = \left\{ \frac{0}{0} \right\}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(\sqrt{4+x}-3)(\sqrt{4+x}+3)}{(x-5)(\sqrt{4+x}+3)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{4+x-9}{(x-5)(\sqrt{4+x}+3)} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{\sqrt{4+x}+3} = \frac{1}{6}.$$

Функция  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{если } x \leq 1, \\ 2x, & \text{если } 1 < x < 3, \\ x + 2, & \text{если } x \geq 3, \end{cases}$  не является непрерывной на отрезке ...



⊃ [2; 4]

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 1) = 2;$$

⊃ [0; 2]

$$\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 2x = 2, \quad f(1) = 1^2 + 1 = 2.$$

⊃ [4; 6]

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = f(1) = 2,$$

⊃ [-2; 0]

$$\lim_{x \rightarrow 3-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} 2x = 6;$$

$$\lim_{x \rightarrow 3+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} (x + 2) = 5, \quad f(3) = 3 + 2 = 5.$$

$$\lim_{x \rightarrow 3-0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3+0} f(x) = f(3).$$

$x = 3$  – точка разрыва I рода

Горизонтальная асимптота графика функции  $f(x) = \frac{3 - 4x - 2x^2}{3x^2 + x + 5}$  задается уравнением вида ...

✓   $3y + 2 = 0$

$3y - 2 = 0$

$5y + 2 = 0$

$5y - 2 = 0$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0 \quad (\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0).$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3 - 4x - 2x^2}{3x^2 + x + 5} = \left\{ \begin{array}{c} \infty \\ - \\ \infty \end{array} \right\}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{3}{x^2} - \frac{4}{x} - 2}{3 + \frac{1}{x} + \frac{5}{x^2}} = -\frac{2}{3},$$

$$y = -\frac{2}{3}, \text{ ИЛИ } 3y + 2 = 0.$$

Производная функции  $y = \frac{x+2}{\operatorname{ctg} x}$  равна ...



)  $\frac{\cos x \cdot \sin x + x + 2}{\cos^2 x}$

)  $\frac{\cos x \cdot \sin x - x - 2}{\sin^2 x}$

)  $\frac{\cos x \cdot \sin x - x + 2}{\cos^2 x}$

)  $\frac{\cos x \cdot \sin x + x + 2}{\sin^2 x}$

$$y' = \frac{(x+2)' \operatorname{ctg} x - (x+2)(\operatorname{ctg} x)'}{\operatorname{ctg}^2 x} =$$

$$= \frac{\operatorname{ctg} x + (x+2) \frac{1}{\sin^2 x}}{\operatorname{ctg}^2 x} =$$

$$= \frac{\operatorname{ctg} x \cdot \sin^2 x + x + 2}{\operatorname{ctg}^2 x \cdot \sin^2 x} = \frac{\cos x \cdot \sin x + x + 2}{\cos^2 x}.$$

Производная третьего порядка функции  $y = e^{2-3x}$  равна ...

$-27e^{2-3x}$

$27e^{2-3x}$

$-8e^{2-3x}$

$9e^{2-3x}$

$$y' = (e^{2-3x})' = e^{2-3x}(2-3x)' = -3e^{2-3x}$$

$$y'' = (y')' = (-3e^{2-3x})' = -3e^{2-3x}(2-3x)' = 9e^{2-3x}$$

$$y''' = (y'')' = (9e^{2-3x})' = 9e^{2-3x}(2-3x)' = -27e^{2-3x}$$

Производная функции  $y = e^{x^2} \arcsin 3x$  равна ...

$e^{x^2} \left( \arcsin 3x + \frac{1}{\sqrt{1-9x^2}} \right)$

$e^{x^2} \left( 2x \arcsin 3x + \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}} \right)$

$6xe^{x^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-9x^2}}$

$e^{x^2} \left( 2x \arcsin 3x + \frac{1}{\sqrt{1-9x^2}} \right)$

---

$$y' = \left( e^{x^2} \right)' \arcsin 3x + e^{x^2} (\arcsin 3x)' = e^{x^2} (x^2)' \arcsin 3x + e^{x^2} \frac{1}{\sqrt{1-9x^2}} (3x)' =$$

$$= 2xe^{x^2} \arcsin 3x + e^{x^2} \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}} = e^{x^2} \left( 2x \arcsin 3x + \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}} \right).$$

Производная функции  $y = (2x - 3)^{\operatorname{tg}x}$  равна ...

- $(2x - 3)^{\operatorname{tg}x} \cdot \frac{2}{\cos^2 x}$
  - $(2x - 3)^{\operatorname{tg}x} \left( \frac{\ln(2x - 3)}{\cos^2 x} + \frac{2\operatorname{tg}x}{2x - 3} \right)$
  - $(2x - 3)^{\operatorname{tg}x} \cdot \frac{2\ln(2x - 3)}{\cos^2 x}$
  - $(2x - 3)^{\operatorname{tg}x} \cdot \left( \frac{2x - 3}{\cos^2 x} + 2\operatorname{tg}x \right)$
- 

$$\ln y = \operatorname{tg}x \cdot \ln(2x - 3),$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{\ln(2x - 3)}{\cos^2 x} + \frac{2\operatorname{tg}x}{2x - 3}.$$

$$y' = y \left( \frac{\ln(2x - 3)}{\cos^2 x} + \frac{2\operatorname{tg}x}{2x - 3} \right) = (2x - 3)^{\operatorname{tg}x} \left( \frac{\ln(2x - 3)}{\cos^2 x} + \frac{2\operatorname{tg}x}{2x - 3} \right).$$

Точка перегиба графика функции  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$  имеет вид ...

$(-1; \ln 2)$

$(-1; 0)$

$(1; \ln 3)$

$(0; 0)$

---

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}, \quad f''(x) = \frac{2 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2},$$

$$f''(x) = 0, \quad x_1 = -1 \text{ И } x_2 = 1.$$

$(-1; \ln 2).$

Горизонтальная асимптота графика функции  $f(x) = \frac{2x^2 + x^3 - 4}{5x^3 + x + 1}$  задается уравнением вида ...

- $5y - 1 = 0$
- $5y + 1 = 0$
- $5y - 2 = 0$
- $y = +\infty$

$$y = y_0 : \quad \left( \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0 \quad \left( \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0 \right) \right).$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 + x^3 - 4}{5x^3 + x + 1} = \left\{ \begin{array}{c} \infty \\ \infty \end{array} \right\}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{2}{x} + 1 - \frac{4}{x^3}}{5 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}} = \frac{1}{5},$$

$$y = \frac{1}{5}, \text{ или } 5y - 1 = 0.$$

Производная функции  $y = \operatorname{arctg} \frac{x-1}{x+1}$  равна...

Решение:

$$\begin{aligned} y' &= \left( \operatorname{arctg} \frac{x-1}{x+1} \right)' = \frac{1}{1 + \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^2} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)' = \frac{(x+1)^2}{(x+1)^2 + (x-1)^2} \left( 1 - \frac{2}{x+1} \right)' = \\ &= \frac{(x+1)^2}{2(x^2+1)} \cdot \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{1}{x^2+1}. \end{aligned}$$

Значение производной второго порядка функции  $y = e^{2x} \cos x$  при  $x = 0$  равно ...

$$y' = (e^{2x} \cos x)' = 2e^{2x} \cos x - e^{2x} \sin x = e^{2x} (2 \cos x - \sin x).$$

$$\begin{aligned} y'' = (y')' &= (e^{2x} (2 \cos x - \sin x))' = 2e^{2x} (2 \cos x - \sin x) + e^{2x} (-2 \sin x - \cos x) = \\ &= e^{2x} (3 \cos x - 4 \sin x). \end{aligned}$$

Следовательно,  $y''(0) = e^0 (3 \cos 0 - 4 \sin 0) = 3$ .

Производная функции  $y = \operatorname{arctg} \frac{x-1}{x+1}$  равна ...

**1**  $\frac{2}{x^2+2}$

**2**  $\frac{x^2-2x}{(x+1)^2}$

**3**  $\frac{1}{x^2+1}$

**4**  $\frac{(x-1)^2}{(x+1)^2}$

Производная функции  $y = \sqrt{x} \cdot e^x$  равна ...

$\frac{e^x(1+2x)}{2\sqrt{x}}$

$\frac{e^x(1-2x)}{2\sqrt{x}}$

$\frac{e^x(1+x)}{\sqrt{x}}$

$\frac{1}{2\sqrt{x}}e^x$

Решение:

$$y' = (\sqrt{x})' e^x + \sqrt{x} (e^x)' =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x}} e^x + \sqrt{x} \cdot e^x = \frac{e^x(1+2x)}{2\sqrt{x}}.$$

**Удачи!!!**

