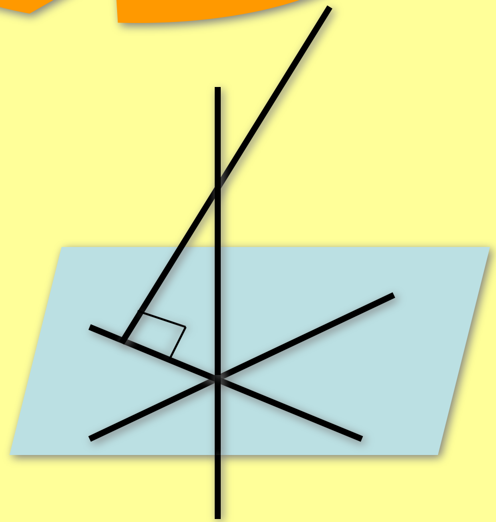
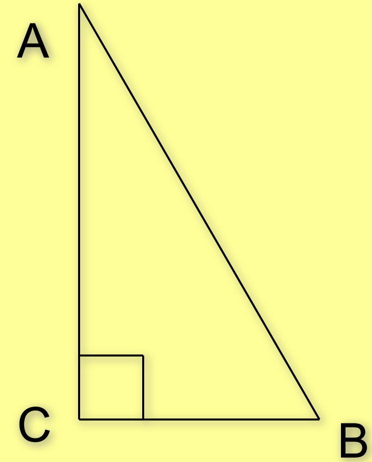
Угол между прямой и плоскостью. Теорема о трёх перпендикулярах.



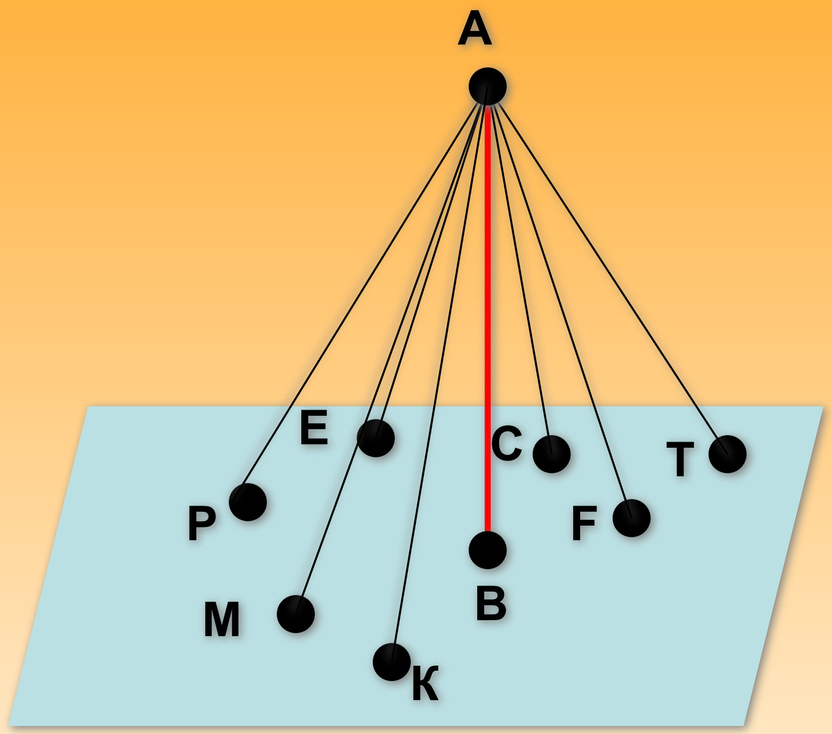


1. Назовите гипотенузу прямоугольного треугольника АВС.
2. Сравните катет и гипотенузу прямоугольного треугольника. Что больше и почему?
3. Сформулируйте теорему Пифагора.
4. Какие прямые называются перпендикулярными?
5. Верно ли утверждение: «прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна некоторой прямой, лежащей в этой плоскости».
6. Продолжи предложение: «Прямая перпендикулярна плоскости, если она . . . »

Расстоянием от точки А до плоскости α называется длина перпендикуляра, проведенного из точки А к плоскости α

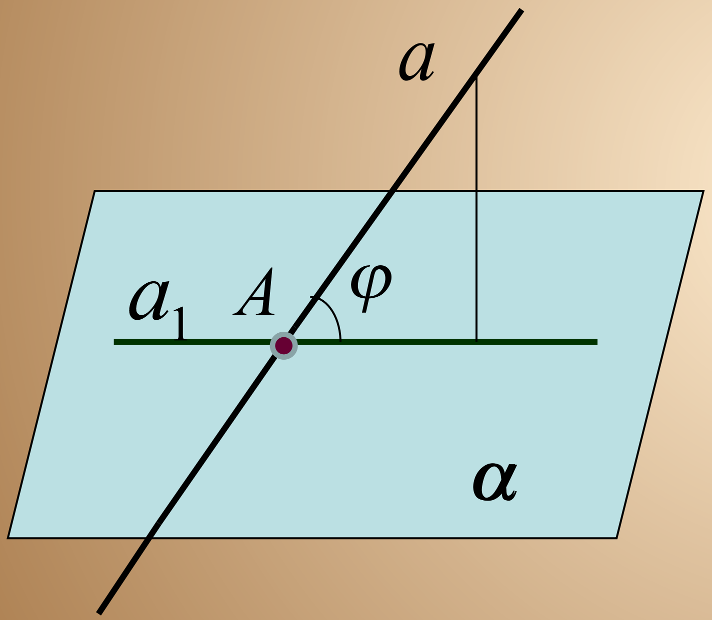
Назовите наклонные.

Назовите перпендикуляр.

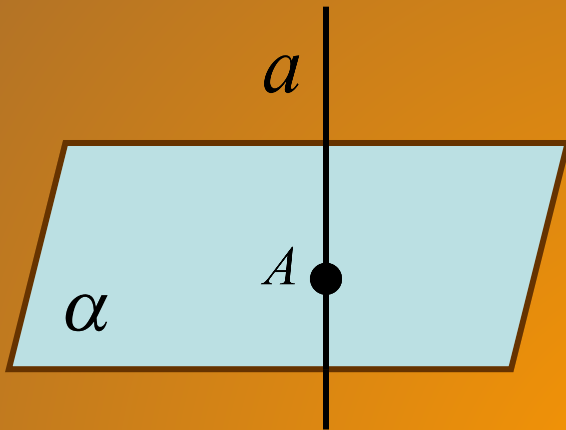


Угол между прямой и плоскостью.

Углом между прямой и плоскостью, *пересекающей эту прямую и не перпендикулярную к ней, называется* ***угол между прямой и ее проекцией на плоскость.***

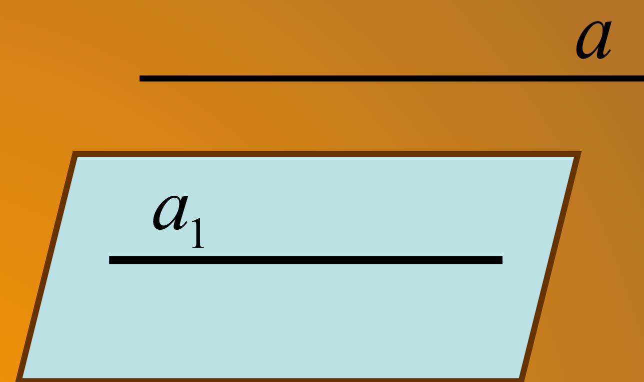


$$\varphi(a, \alpha) = \varphi(a, a_1) = \varphi$$



Если $a \perp \alpha$, то проекция a на α является точка А.

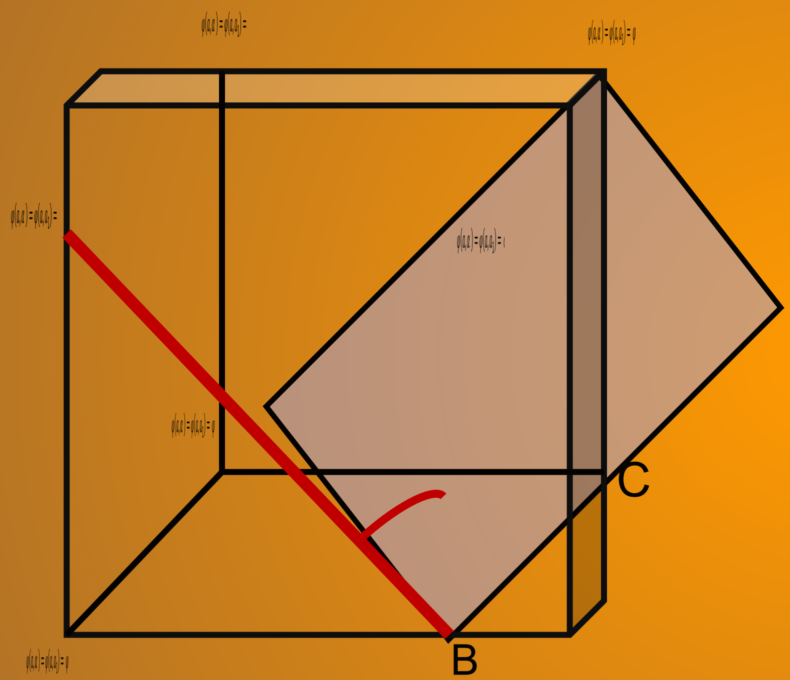
$$\angle(a,\alpha) = 90^\circ$$



Если $a \parallel \alpha$, то прямая $a_1 -$ проекция прямой a на плоскость α

$$a \parallel a_1, \quad \angle(a,\alpha) = 0^\circ$$

Угол между прямой и плоскостью. Куб



Задача 1.

$$\varphi(a, \alpha) = \varphi(a, a_1) = \varphi$$

$$\varphi(a, \alpha) = \varphi(a, a_1) = \varphi$$

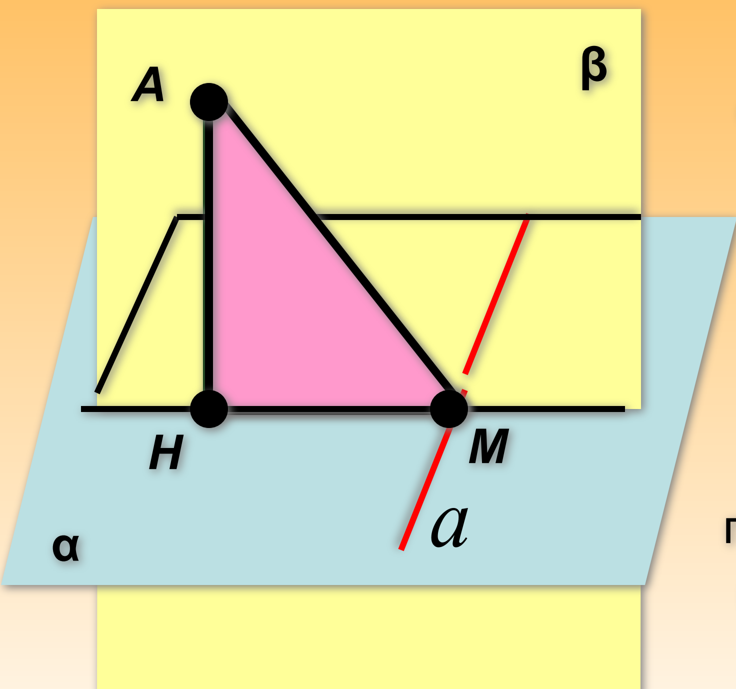
Теорема о трех перпендикулярах

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

Дано: $AH \perp \alpha$, *АМ – наклонная к пл.* α

НМ – проекция наклонной, $a \in \alpha, a \perp HM$.

Доказать: $a \perp AM$.



Доказательство: $AH \perp \alpha$.

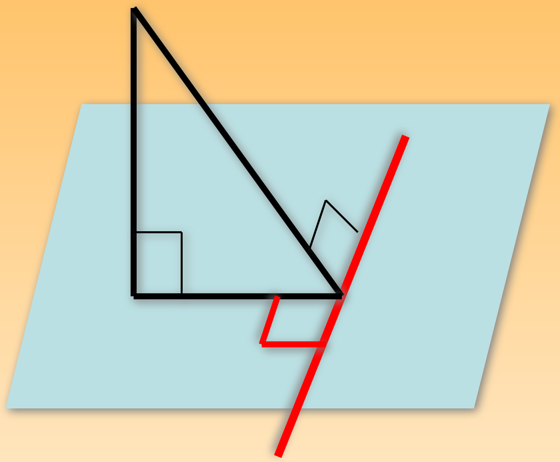
Значит, АН перпендикулярна любой прямой, лежащей в плоскости $\alpha \Rightarrow AH \perp a$

По условию, $a \perp HM$. Тогда, прямая a перпендикулярна двум пересекающимся прямым пл. **β** *НМ И АН.*

Значит, $a \perp$ **β** (признак перпендикулярности прямой и плоскости) $\Rightarrow a \perp AM$ по определению перпендикулярности прямой и плоскости. ■

Теорема обратная теореме о трех перпендикулярах

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней , перпендикулярна и к её проекции.



Задача на построение

Отрезок MC перпендикулярен плоскости равностороннего треугольника ABC.

Проведите через точку M перпендикуляр к прямой AB.

Дано: $\triangle ABC$ ***– равносторонний,***
MC $\perp$ ***(ABC).***

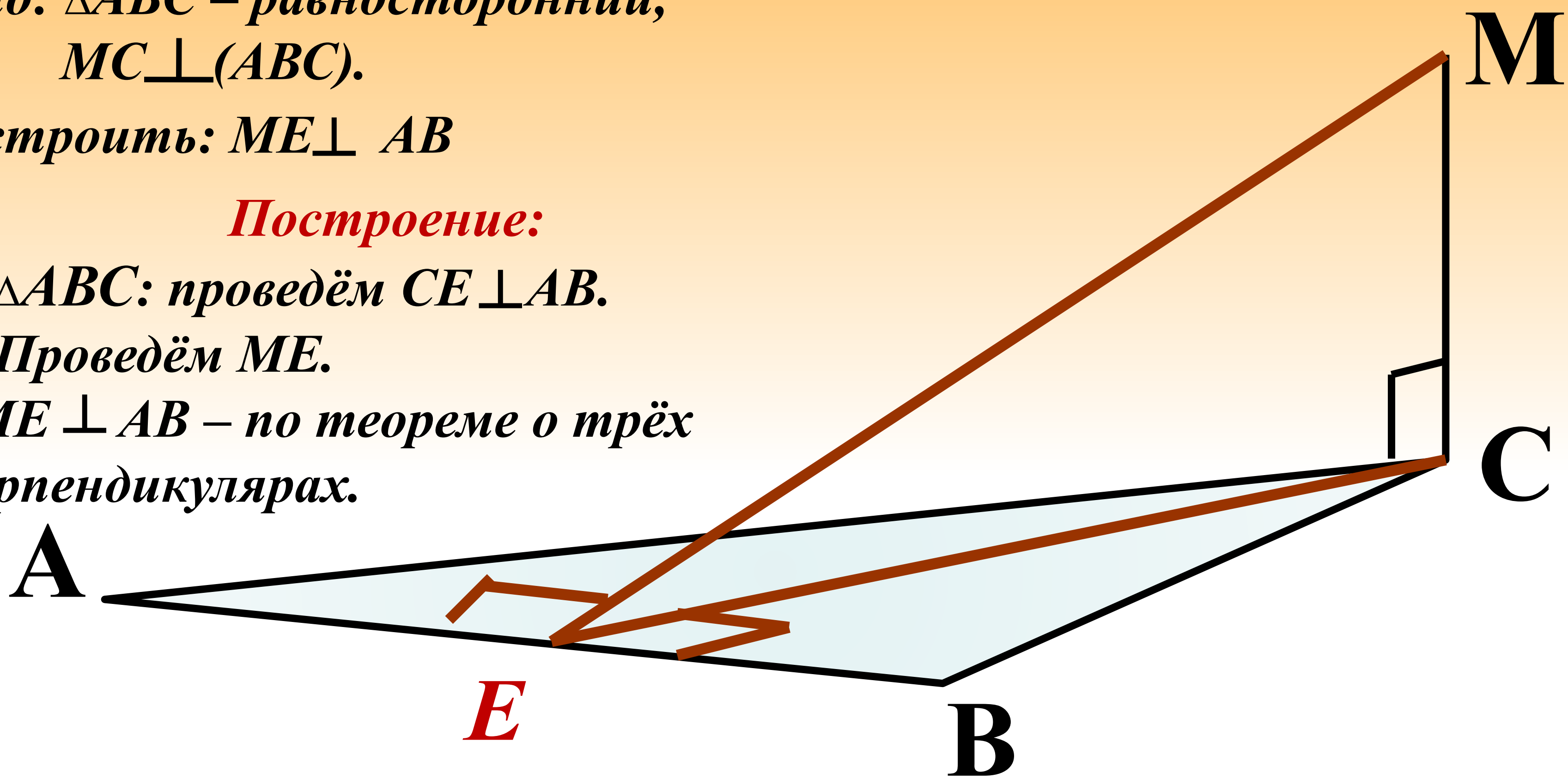
Построить: ***ME*** $\perp$ ***AB***

Построение:

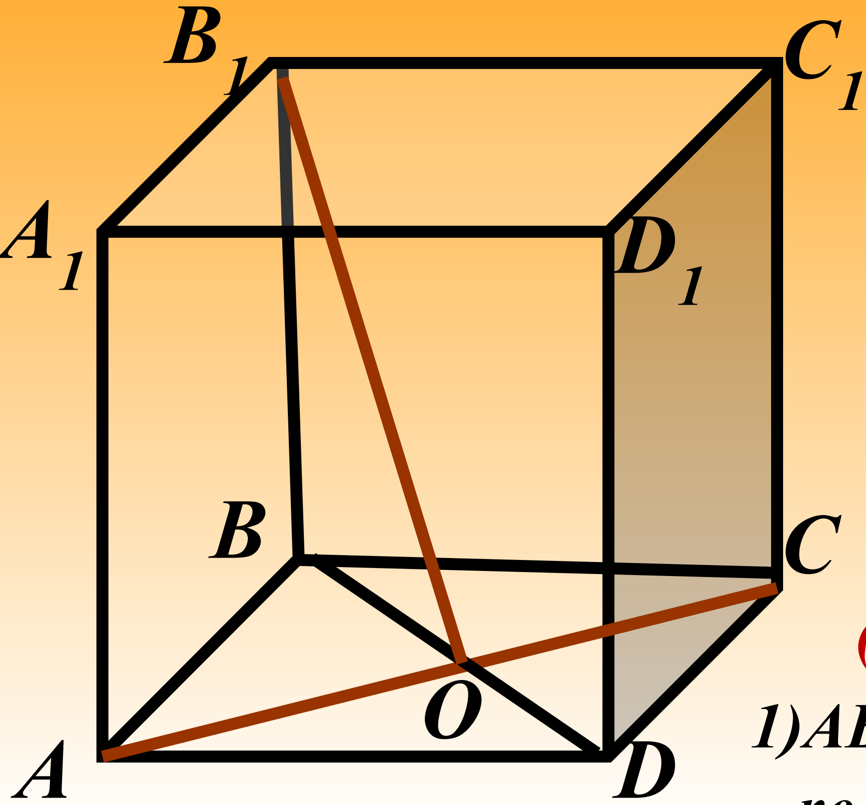
1. $\triangle ABC$***: проведём CE*** $\perp$ ***AB.***

2. Проведём ME.

ME $\perp$ ***AB – по теореме о трёх перпендикулярах.***



Задача на доказательство



Дано: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – ***куб.***

Доказать: $AC \perp OB_1$

Доказательство:

BB_1 – ***перпендикуляр;***

OB_1 – ***наклонная;***

OB – ***проекция наклонной;***

AC – ***прямая*** ***(через основание наклонной)***

(Если $AC \perp OB$, ***то*** $AC \perp OB_1$***)***

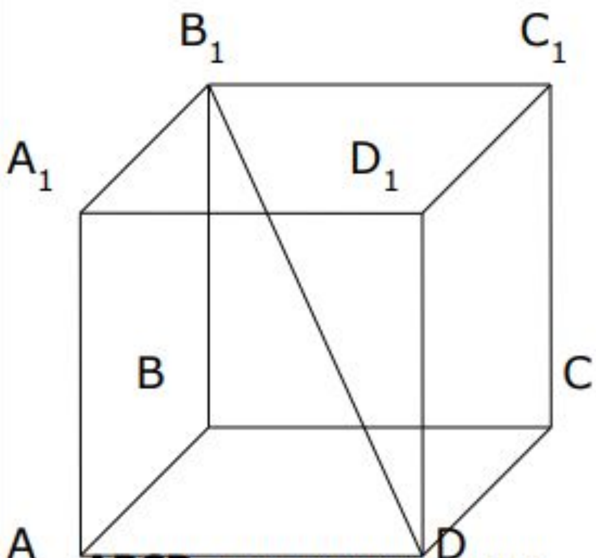
1) $ABCD$ ***– квадрат, значит,*** $AC \perp BD$ ***– по свойству диагоналей квадрата;***

2) $AC \perp OB$, ***значит,*** $AC \perp OB_1$ ***– по теореме о трёх перпендикулярах, ч.т.д.***

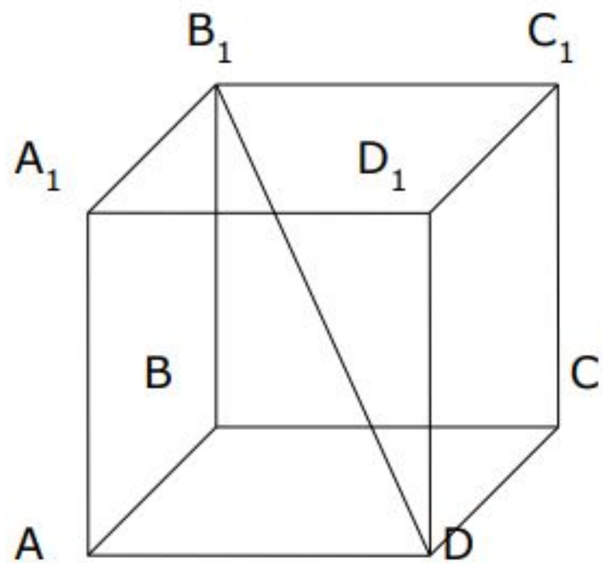
Домашнее задание

Найдите угол между

B_1D и (ABC); B_1D и (DD_1C_1)



ABCD- прямоугольник,
$AA_1 \perp (ABC)$



ABCD- параллелограмм,
$AA_1 \perp (ABC)$

Отрезок *MN* перпендикулярен плоскости прямоугольного ∆ *ABC* *(N ϵ AB)*. Проведите через точку *M* перпендикуляры к прямым *AC* и *BC*.

Найдите *ME*, если *AB = BC = 12 м*, *N* – середина *AB; MN = 8 м.*