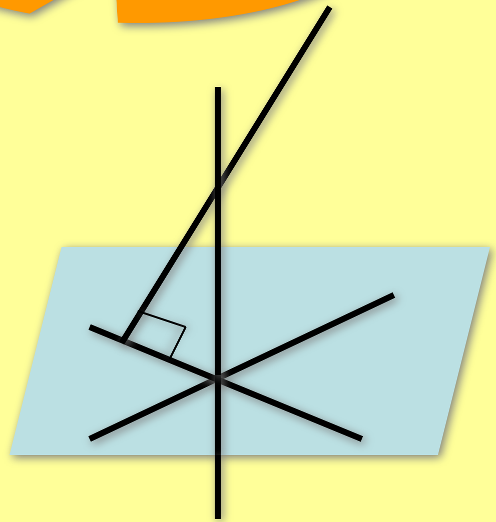
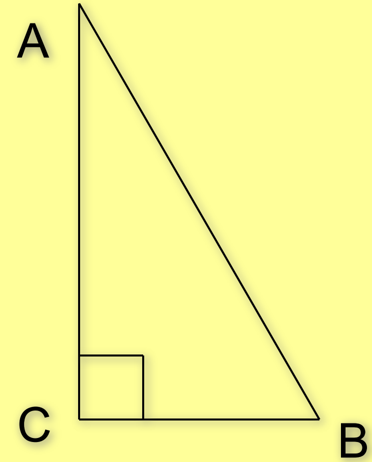
Угол между прямой и плоскостью. Теорема о трёх перпендикулярах.

ПОВТОРИТЕ!



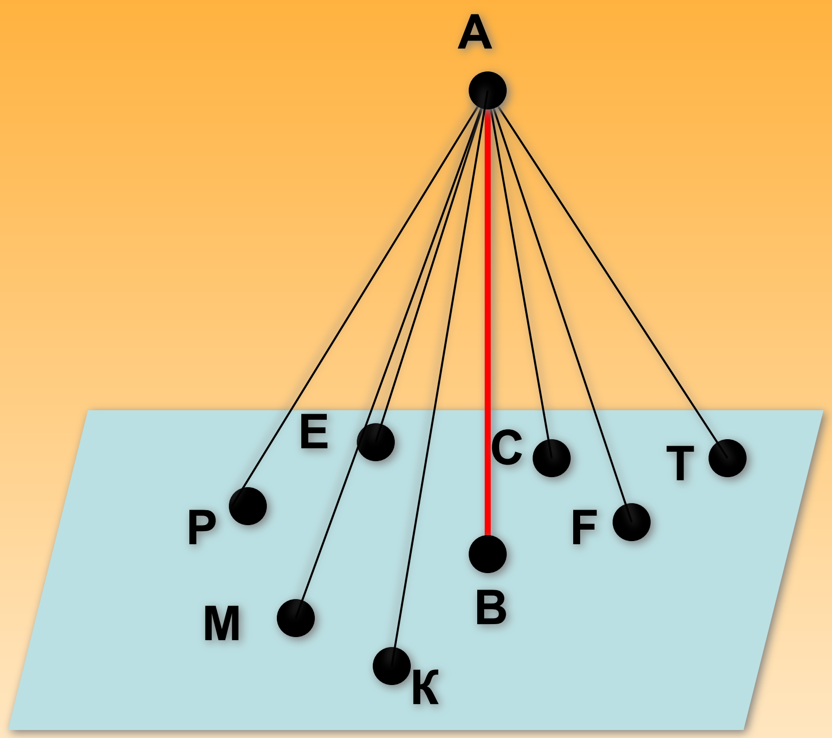


1. **Назовите гипотенузу прямоугольного треугольника ABC.**
2. **Сравните катет и гипотенузу прямоугольного треугольника. Что больше и почему?**
3. **Сформулируйте теорему Пифагора.**
4. **Какие прямые называются перпендикулярными?**
5. **Верно ли утверждение: «прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна некоторой прямой, лежащей в этой плоскости».**
6. **Продолжи предложение: «Прямая перпендикулярна плоскости, если она . . . »**

Расстоянием от точки А до плоскости α называется длина перпендикуляра, проведенного из точки А к плоскости α

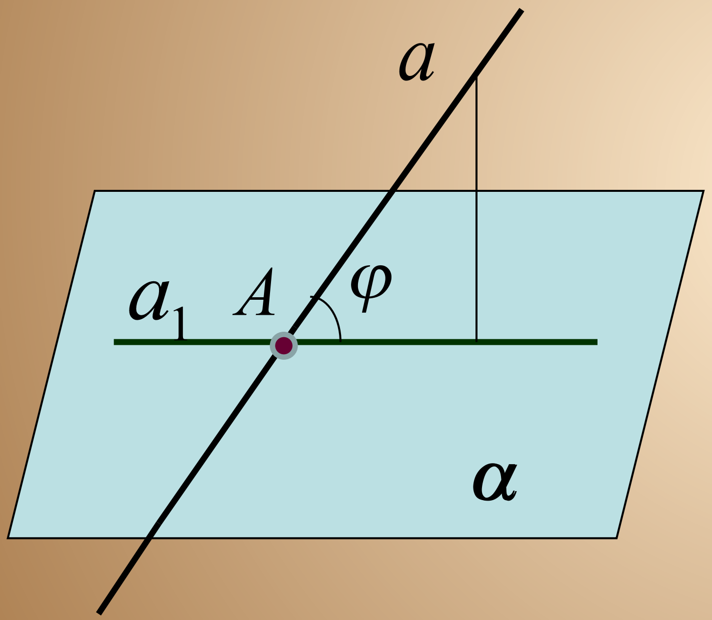
Назовите наклонные.

Назовите перпендикуляр.

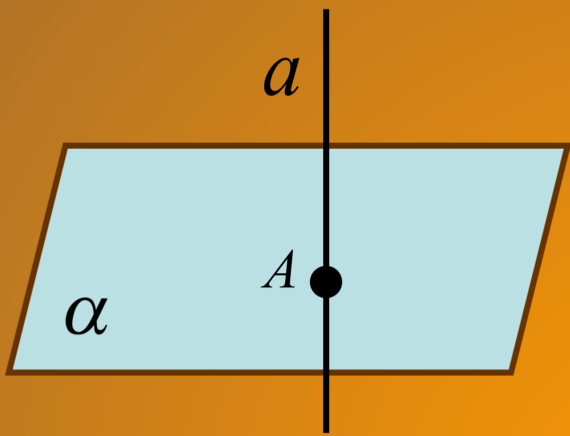


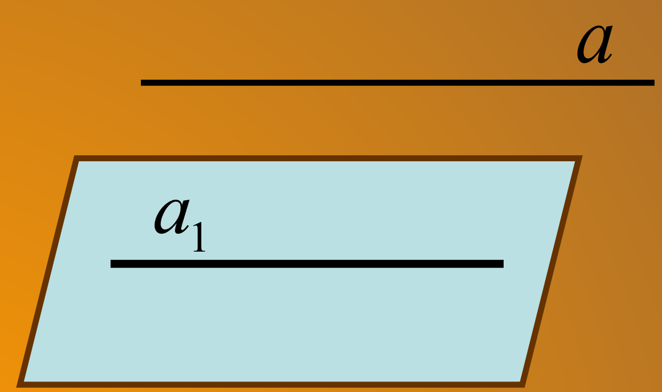
Угол между прямой и плоскостью.

Углом между прямой и плоскостью, *пересекающей эту прямую и не перпендикулярную к ней, называется* ***угол между прямой и ее проекцией на плоскость.***



$$\varphi(a,\alpha) = \varphi(a,a_1) = \varphi$$





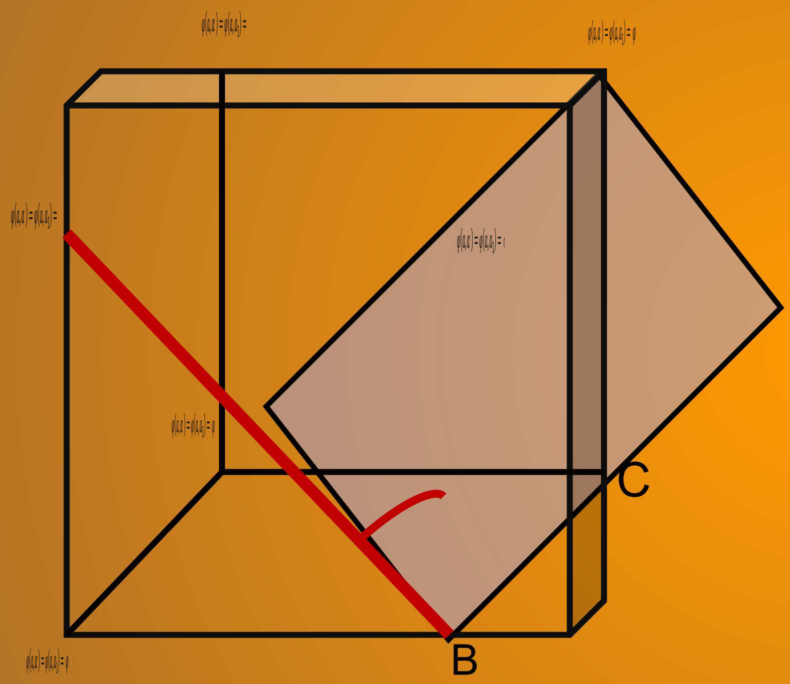
Если $a \perp \alpha$, то проекция a на α является точка А.

$$\angle(a,\alpha) = 90^{\circ}$$

Если $a \parallel \alpha$, то прямая a_1 – проекция прямой a на плоскость α

$$a \parallel a_1, \quad \angle(a,\alpha) = 0^{\circ}$$

Угол между прямой и плоскостью. Куб



Задача 1.

$$\varphi(a,\alpha) = \varphi(a,a_1) = \varphi$$

$$\varphi(a,\alpha) = \varphi(a,a_1) = \varphi$$

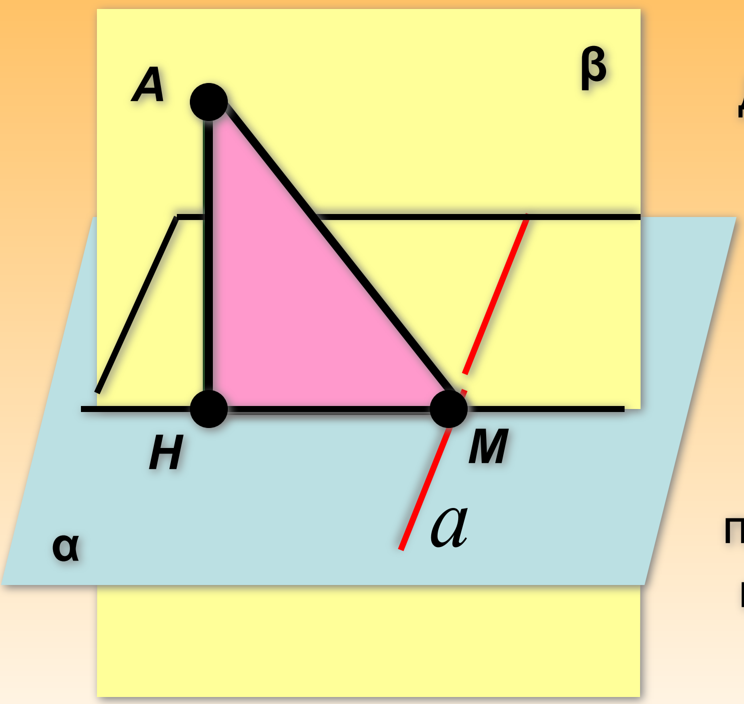
Теорема о трех перпендикулярах

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

Дано: $AH \perp \alpha$, *AM – наклонная к пл.* α

НМ – проекция наклонной, $a \in \alpha, a \perp HM$.

Доказать: $a \perp AM$.



Доказательство: $AH \perp \alpha$.

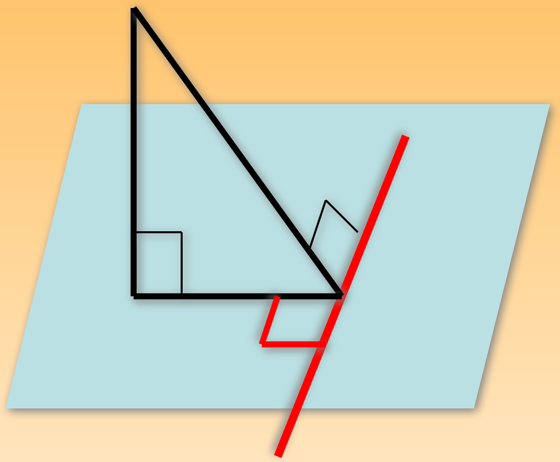
Значит, АН перпендикулярна любой прямой, лежащей в плоскости $\alpha \Rightarrow AH \perp a$

По условию, $a \perp HM$. Тогда, прямая a перпендикулярна двум пересекающимся прямым пл. **β** *НМ И АН.*

Значит, $a \perp$ **β** (признак перпендикулярности прямой и плоскости) $\Rightarrow a \perp AM$ по определению перпендикулярности прямой и плоскости. ■

Теорема обратная теореме о трех перпендикулярах

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней , перпендикулярна и к её проекции.



Задача на построение

Отрезок MC перпендикулярен плоскости равностороннего треугольника ABC.

Проведите через точку M перпендикуляр к прямой AB.

Дано: ***∆ABC – равносторонний,***
MC⊥(ABC).

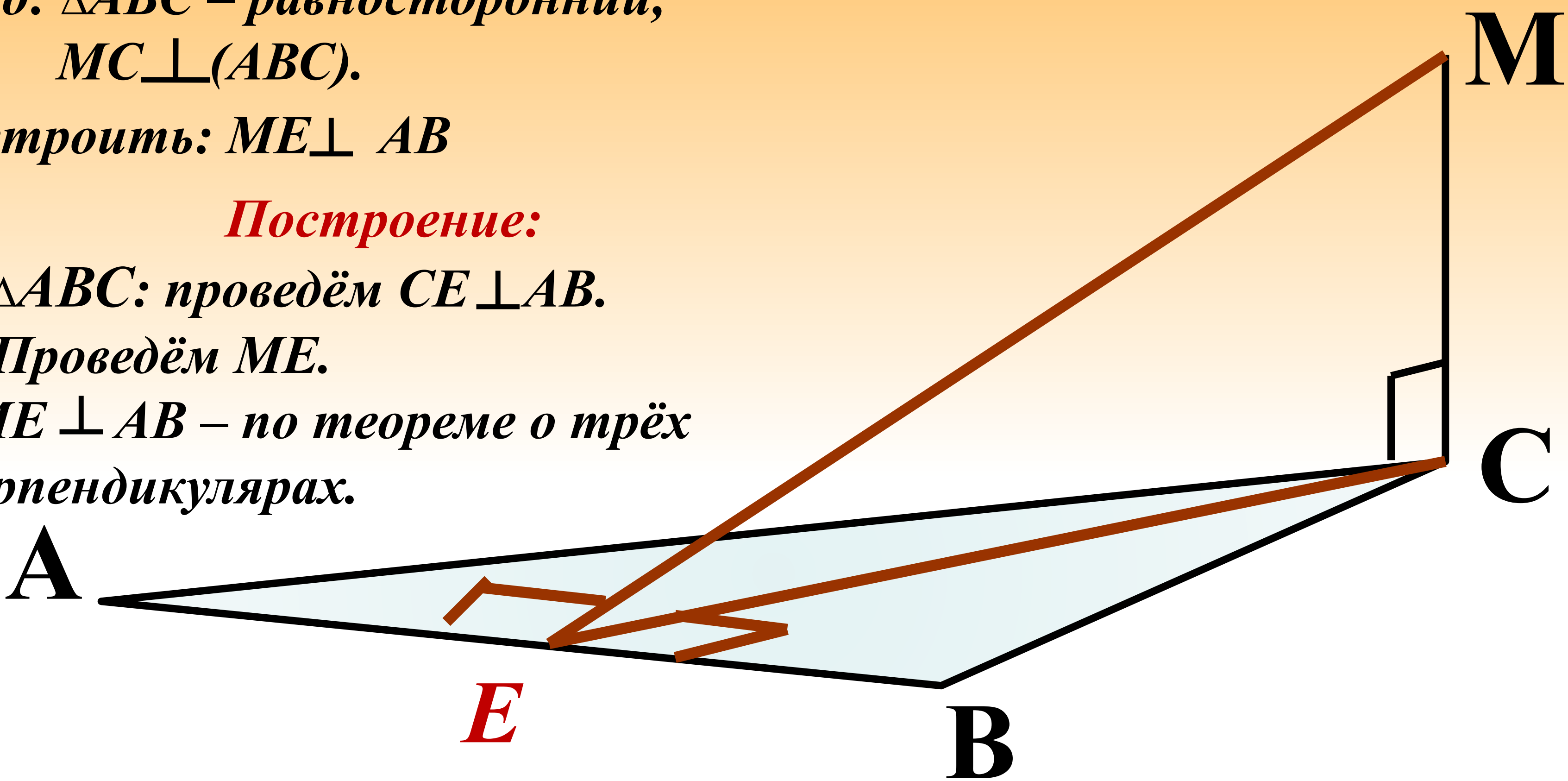
Построить: ME⊥ AB

Построение:

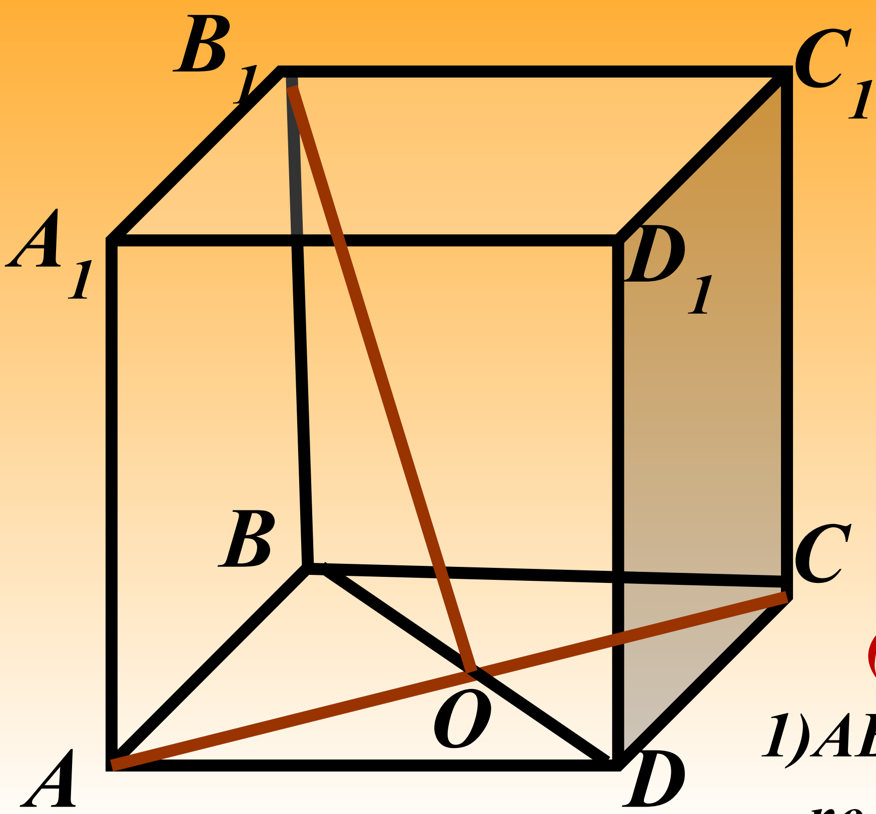
1. ∆ABC: проведём CE⊥AB.

2. Проведём ME.

ME ⊥ AB – по теореме о трёх перпендикулярах.



Задача на доказательство



Дано: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ***– куб.***

Доказать: $AC \perp OB_1$

Доказательство:

BB_1 – перпендикуляр;

OB_1 – наклонная;

OB – проекция наклонной;

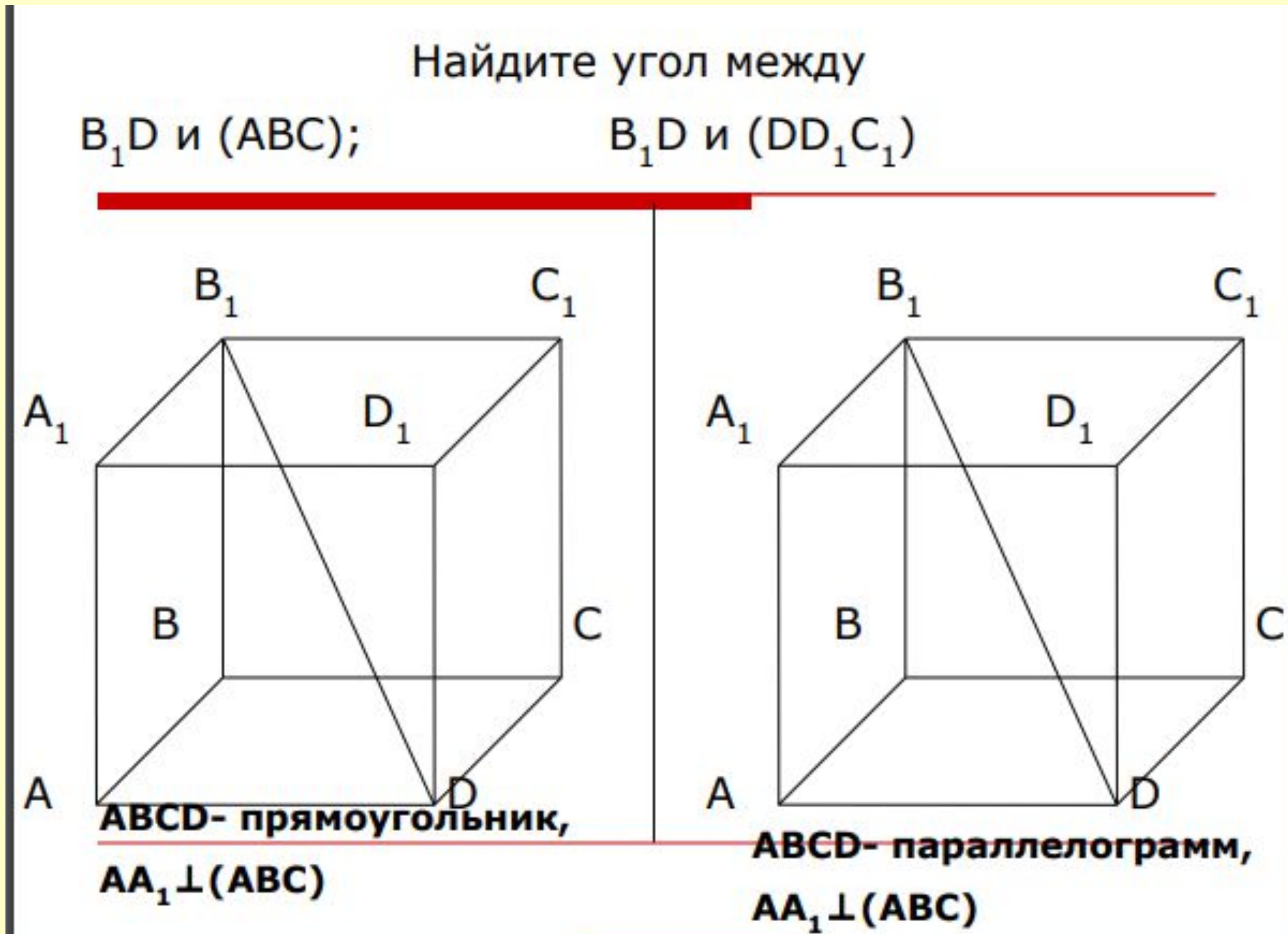
AC – прямая ***(через основание наклонной)***

(Если $AC \perp OB$, то $AC \perp OB_1$)

1)ABCD – квадрат, значит, $AC \perp BD$ – по свойству диагоналей квадрата;

2) $AC \perp OB$, значит, $AC \perp OB_1$ – по теореме о трёх перпендикулярах, ч.т.д.

Домашнее задание



Отрезок *MN* перпендикулярен плоскости прямоугольного ∆ *ABC* *(N ϵ AB)*. Проведите через точку *M* перпендикуляры к прямым *AC* и *BC*.

Найдите *ME*, если *AB = BC = 12 м*, *N* – середина *AB; MN = 8 м.*