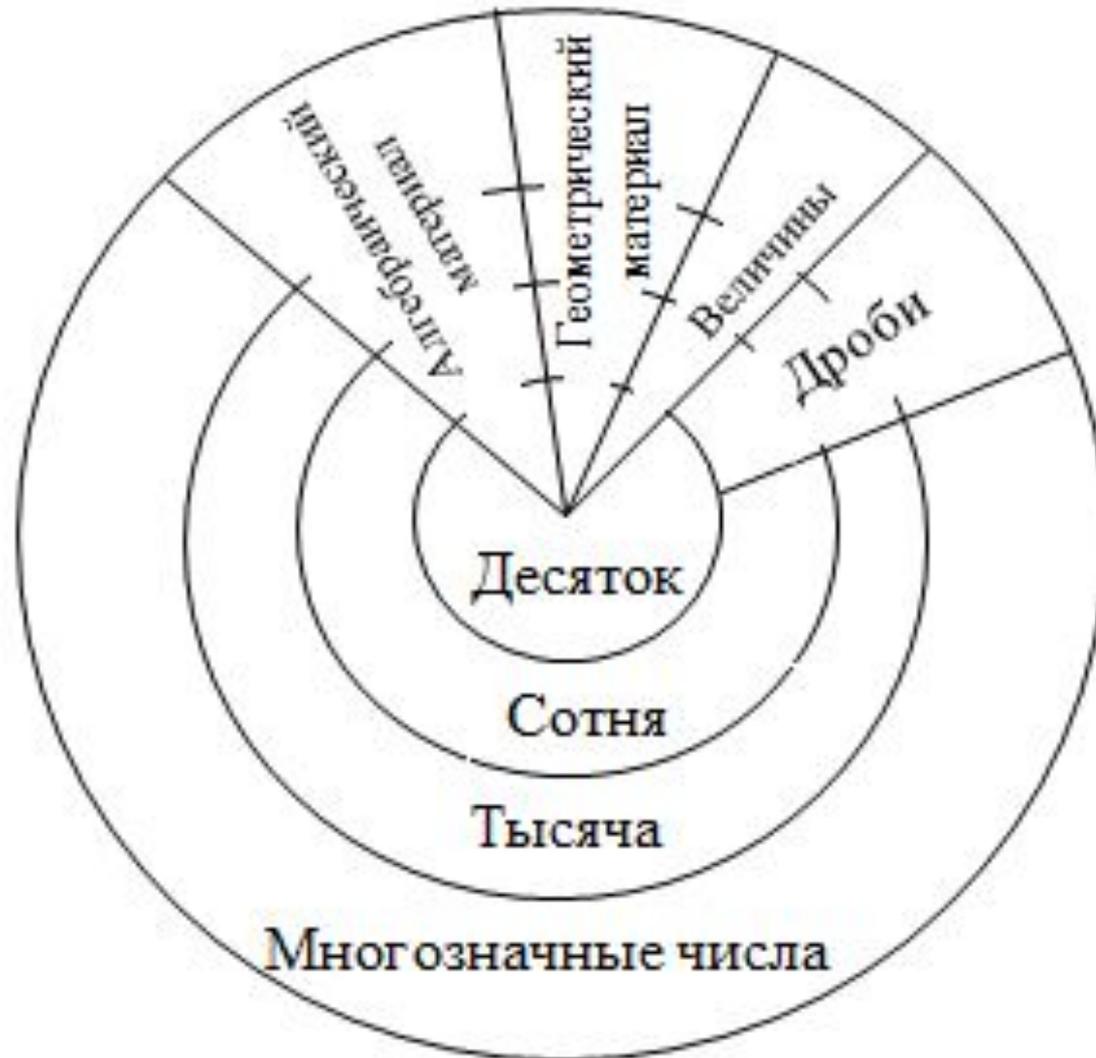


Концентрическое изучение материала



Выражения и их тождественные преобразования

**Математический язык –
искусственный язык**

Математический алфавит

- Цифры: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- Знаки операций: +, -, •, :
- Знаки отношений: =, <, >
- Строчные буквы латинского алфавита:
a, b, c и т.д.
- Технические знаки: (), { }

- **Числовое выражение** – это записи, образованные из чисел, знаков действий и скобок
 - пример: $3+6$, $3-4 \cdot (2+5)$, $28:7$
- **Значение числового выражения** - результат выполнения арифметических действий, указанных в выражении (или само число)
 - пример: выражение $3 \cdot 2 - 4$, его значение 2

Числовые выражения, не имеющие смысла

$8 : (4 - 4)$ – делить на нуль нельзя!

$7 - 9$ (на множестве натуральных чисел)

Какие выражения не имеют смысла?

1) $\sqrt[5]{-3}$

2) $\sqrt{-1}$

3) $10 + 20 - 45$ (на множестве \mathbb{N})

4) $\log_2(-3)$

5) $10 + (20 - 45)$ (на множестве \mathbb{Z})

6) 0^0

7) 7^0

Выражения с переменной

$$2a+3$$

- Если $a = 7$, то $2 \cdot 7 + 3$
- Если $a = 0$, то $2 \cdot 0 + 3$
- Если $a = -4$, то $2 \cdot (-4) + 3$

Буква a – переменная, а сама запись

$2a+3$ – выражение с переменной

Символы, с помощью которых обозначают переменную:

- Буквы: a, b, c
- Квадратик: \square (например, $2 \cdot \square + 3$)

Область определения выражения –
множество значений, получаемых при
подстановке чисел вместо переменной,
при которых данное выражение имеет
смысл.

Например:

$$5 : (x - 7)$$

Область определения: все
действительные числа, кроме 7

Найдите область определения
выражения:

1) $\frac{2}{x^2 - 4}$

2) $\sqrt{x - 9}$

3) $\log_x(10 - x)$

$$((3+2) - \cdot 12$$

$$3x - y : +) 18$$

Точное определение числового выражения

Если f и g – числовые выражения, то $(f) + (g)$, $(f) - (g)$, $(f) : (g)$ **числовые выражения.**

Считают, что каждое число также является числовым выражением

$$(7) + (5) \quad (6) : (2)$$

$$37 - 12 + 62 - 17 + 13$$

$$120 : 15 \cdot 7 : 12$$

Действия второй ступени –
умножение и деление

Действия первой ступени –
сложение и вычитание

Порядок: слева - направо

$$(12 \cdot 4 : 3) + (5 \cdot 8 : 2 \cdot 7)$$

$$12 \cdot 4 : 3 + 5 \cdot 8 : 2 \cdot 7$$

Найти значение выражения
двумя способами:

$$3x(x-2) + 4(x-2) \text{ при } x = 6$$

Два выражения называются
тождественно равными, если
при любых значениях
переменной из области
определения выражения их
соответственные значения
равны

$$5(x-2) = 5x - 10$$

Замена выражения другим,
тождественно равным ему на
некотором множестве, называется
***тождественным
преобразованием данного
выражения на этом множестве.***

Задача

- 1) Разложите на множители
выражение:

$$ax - bx + ab - b^2$$

- 2) Прокомментируйте, какие законы сложения и умножения вы использовали?

$$35 \cdot 4 = (30 + 5) \cdot 4 = 30 \cdot 4 + 5 \cdot 4 = 120 + 20 = 140$$

Использованные принципы:

- свойство дистрибутивности умножения относительно сложения;
- принцип записи чисел в десятичной системе счисления;
- правила умножения и сложения натуральных чисел;

Числовые равенства

$f = g$, где f и g – числовые выражения

Числовое равенство – это высказывание, истинное или ложное.

Числовое равенство истинно, если значения числовых выражений, стоящих в левой и правой частях равенства, совпадают.

Некоторые свойства числовых равенств

- 1) Если к обеим частям истинного числового равенства прибавить одно и то же числовое выражение, имеющее смысл, то получим также истинное числовое равенство.
- 2) Если обе части истинного числового равенства умножить на одно и то же числовое выражение, имеющее смысл, то также получим истинное числовое равенство.

Числовые неравенства

$f < g$ (или $f > g$), где f и g –
числовые выражения

Числовое неравенство – это
высказывание, истинное или ложное.

$6 + 2 > 13 - 7$ истина

$6 + 2 < 13 - 7$ ложь

Некоторые свойства числовых неравенств

- 1) Если к обеим частям истинного числового неравенства прибавить одно и то же числовое выражение, имеющее смысл, то получим также истинное числовое неравенство.
- 2) Если обе части истинного числового неравенства умножить на одно и то же числовое выражение, имеющее смысл и положительное значение, то также получим истинное числовое неравенство.
- 3) Если обе части истинного числового неравенства умножить на одно и то же числовое выражение, имеющее смысл и отрицательное значение, а так же поменяем знак неравенства на противоположный, то также получим истинное числовое неравенство.