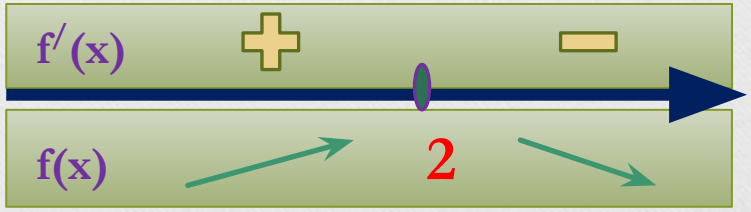
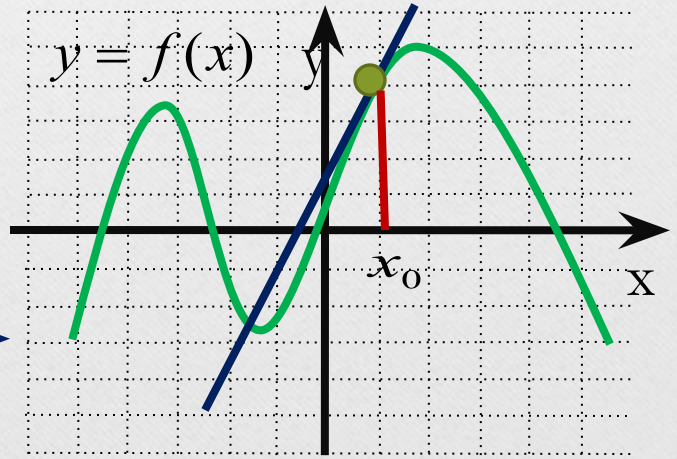
# ЕГЭ Производная.

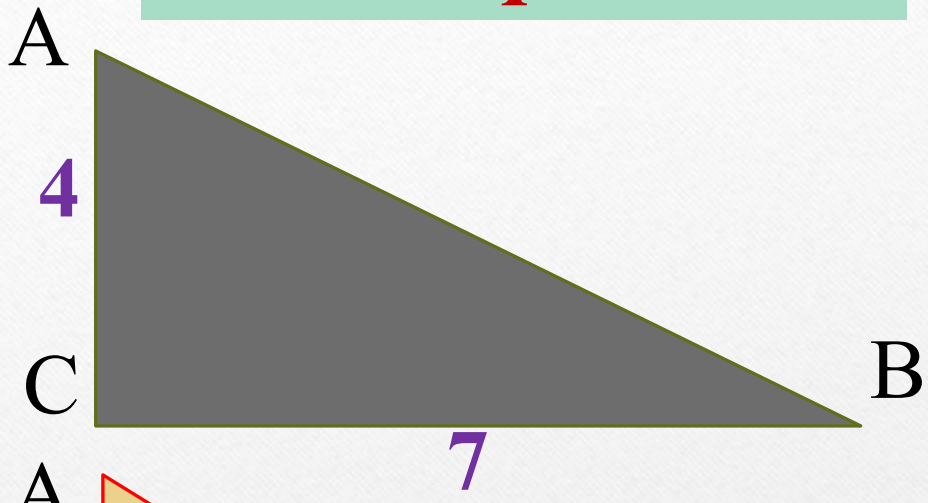


# Тема

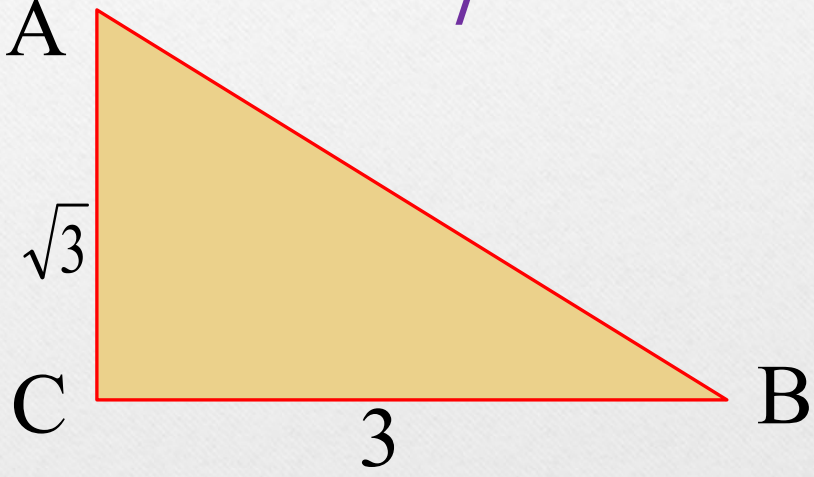
## *Геометрический смысл производной*

# Устная работа




*tg A-?*

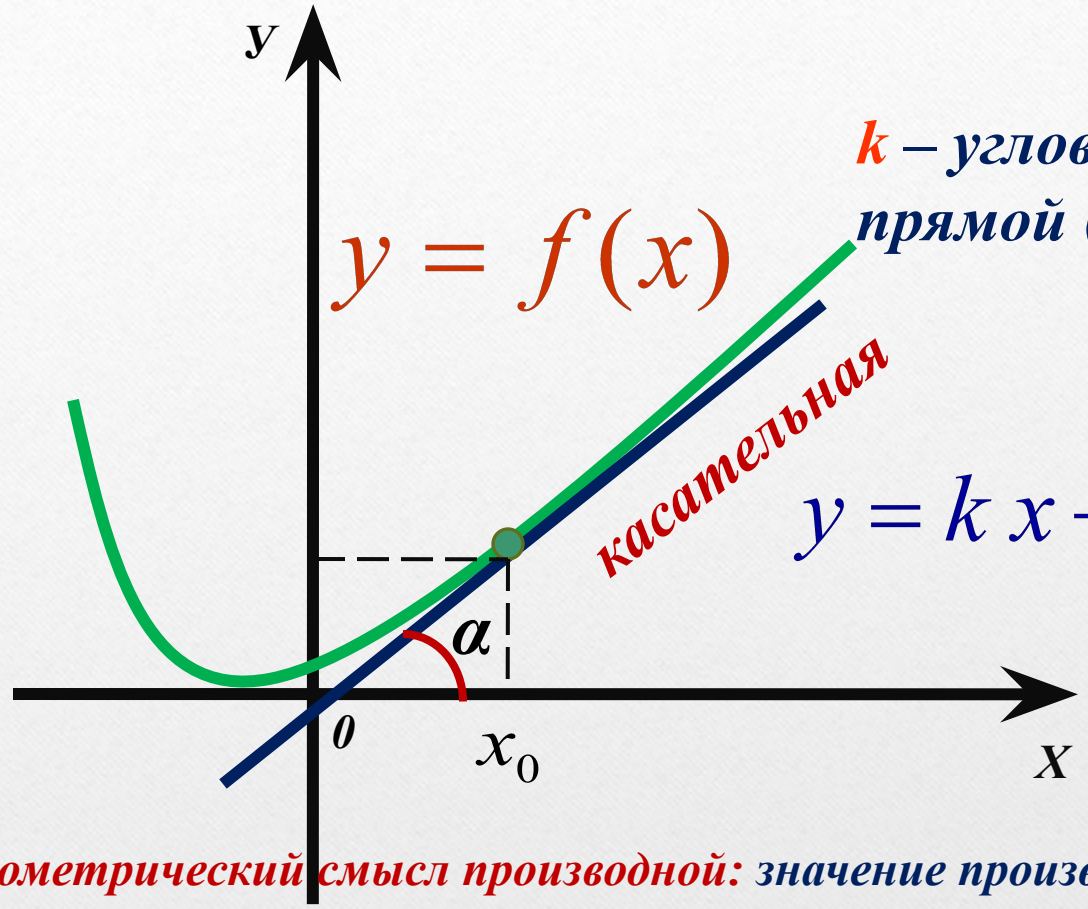
*tg B -?*




***Вычислите tgα, если α = 135°, 120°, 150°***

***Найдите градусную меру ∠ B***

***Найдите градусную меру ∠ A***




***k* – угловой коэффициент прямой (*касательной*)**

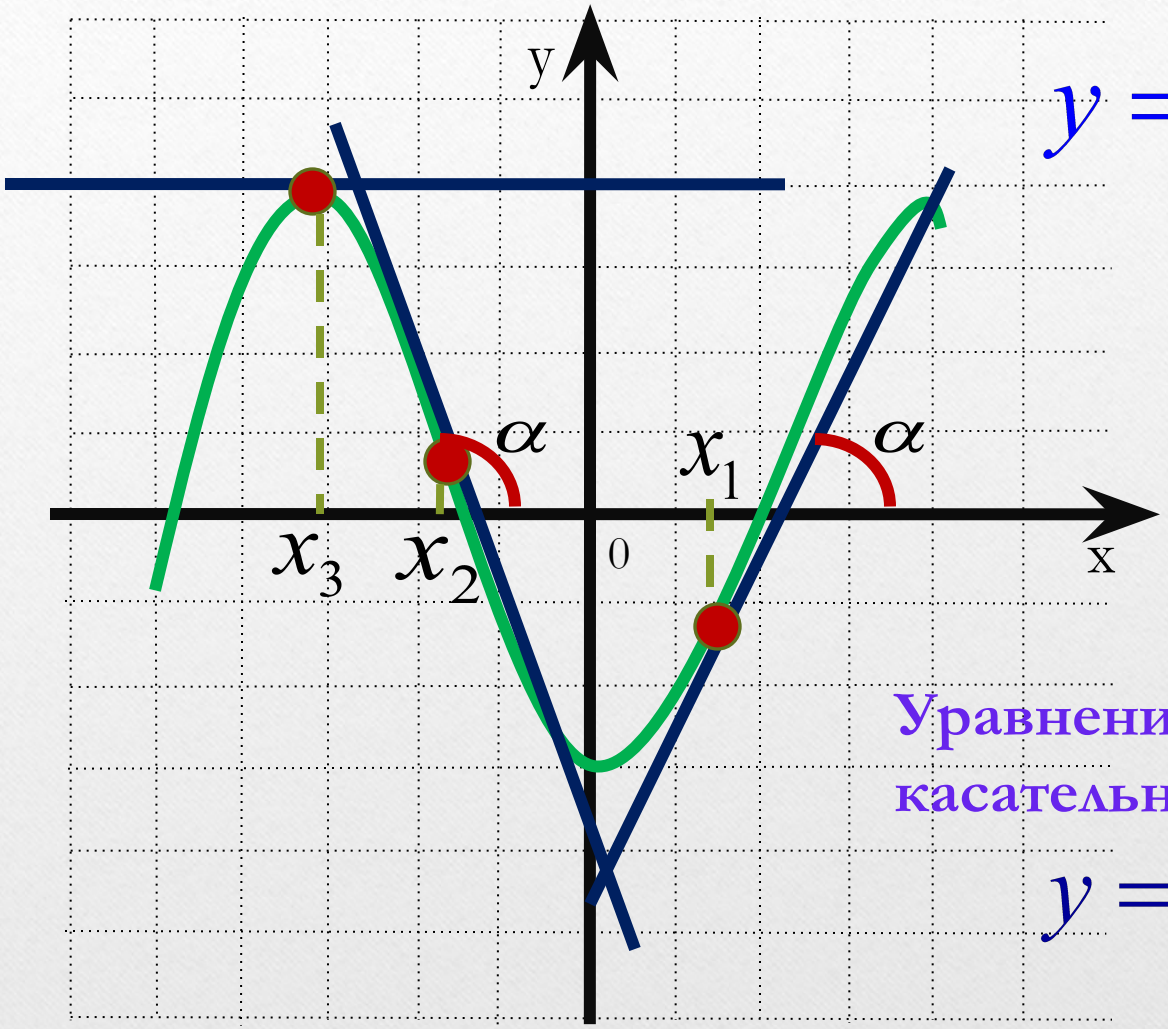
$$y = kx + b$$

***Геометрический смысл производной:*** *значение производной функции f(x) в точке с абсциссой $x_0$ равно угловому коэффициенту касательной к графику функции y = f(x) в точке $(x_0; f(x_0))$, т.е.* $f'(x_0) = k$

*Поскольку* $k = tg\alpha$ *, то верно равенство* $f'(x_0) = tg\alpha = k$

Если $\alpha < 90°$, то $k > 0$.

Если $\alpha > 90°$, то $k < 0$.




$y = f(x)$

Уравнение касательной

$y = kx + b$

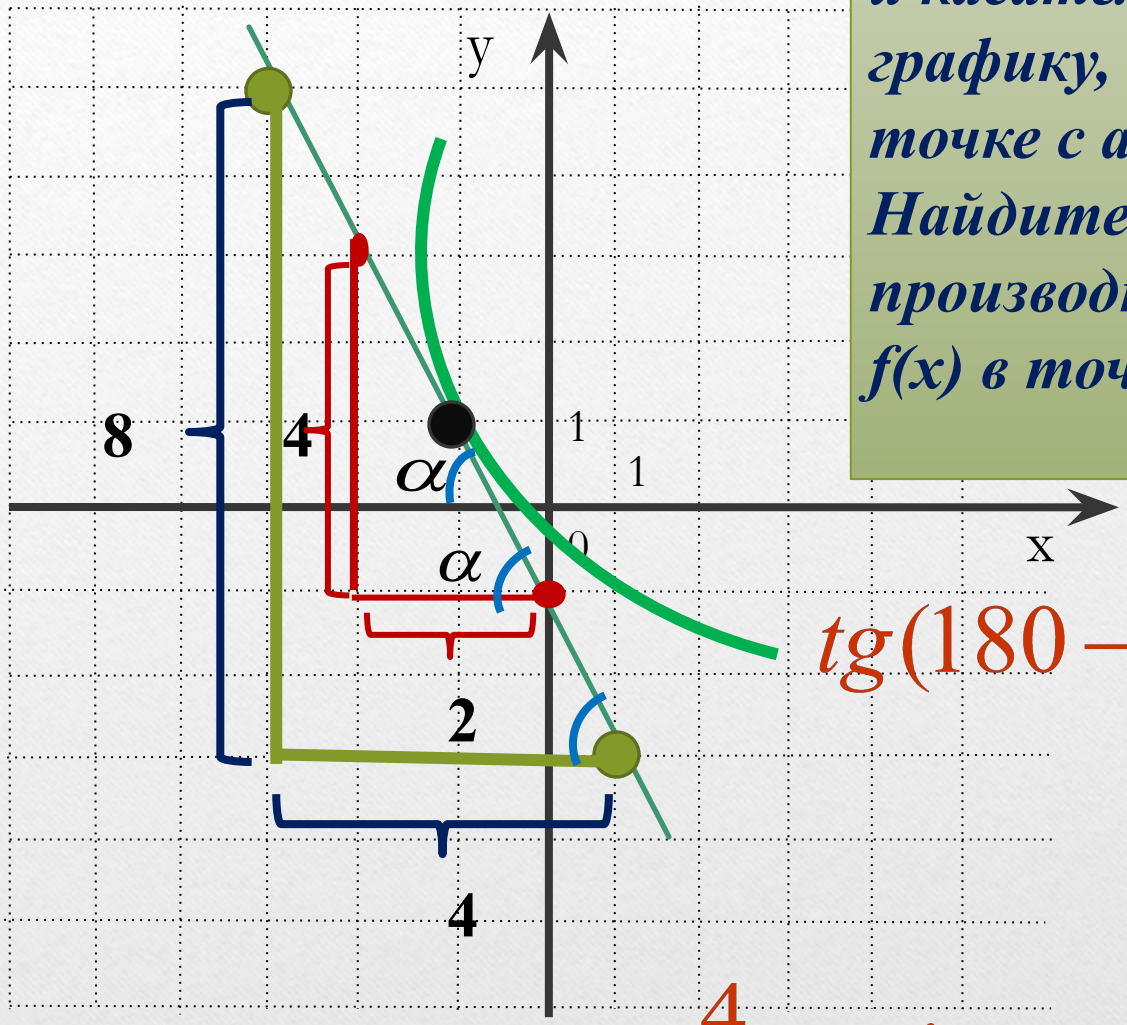
Если $\alpha = 0°$, то $k = 0$. Касательная параллельна оси OX.

- ***Острый или тупой угол образует касательная к графику функции в точке $x_0$ с положительной полуосью Ox?***

- ***Чему равен тангенс угла наклона касательной к графику функции $y = x^2 + 2$ в точке $x_0 = -1$?***

# Задание №1.

***На рисунке изображён график функции y = f(x) и касательная к этому графику, проведённая в точке с абсциссой -1. Найдите значение производной функции f(x) в точке $x_0 = -1$.***



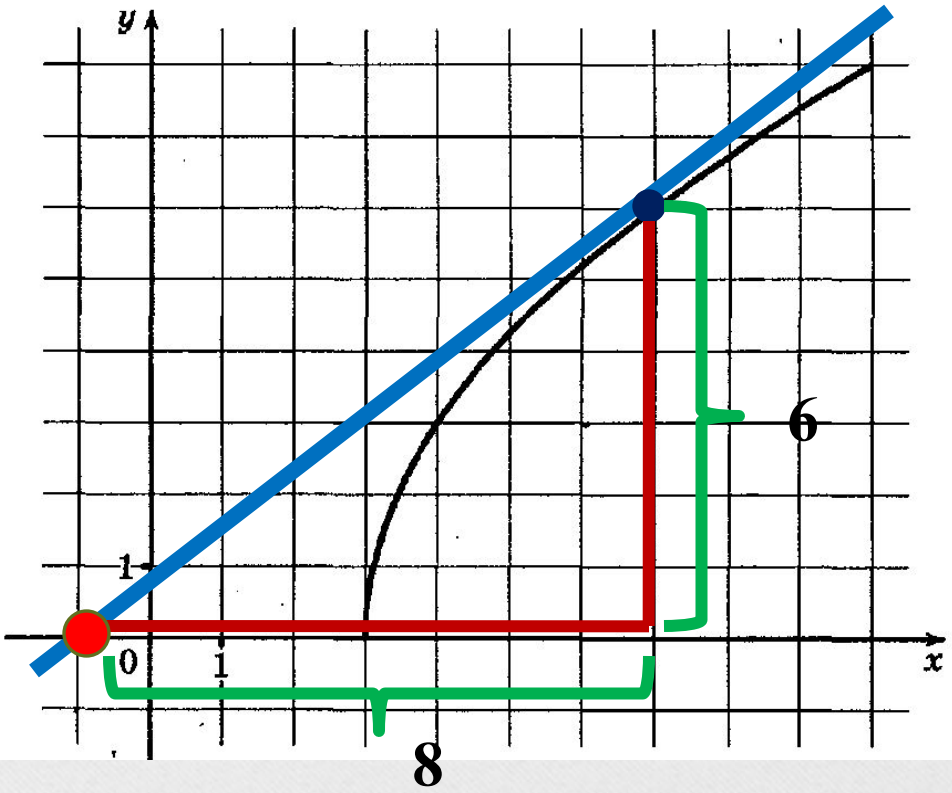

$$tg(180-\alpha) = -tg\alpha$$

подсказка

$$f'(x_0) = tg\alpha \qquad tg\alpha = \frac{4}{2} \qquad f'(x_0) = -2$$

# Задание №2.

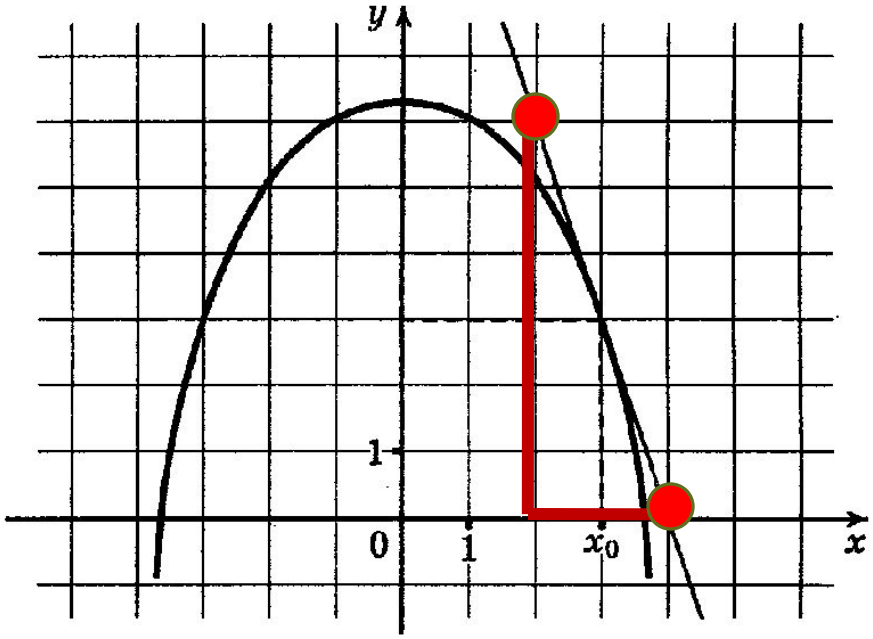
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-1; 0)$, касается графика этой функции в точке с абсциссой 7. Найдите $f'(7)$.




**Ответ:** 0 , 7 5

# Задание №3.

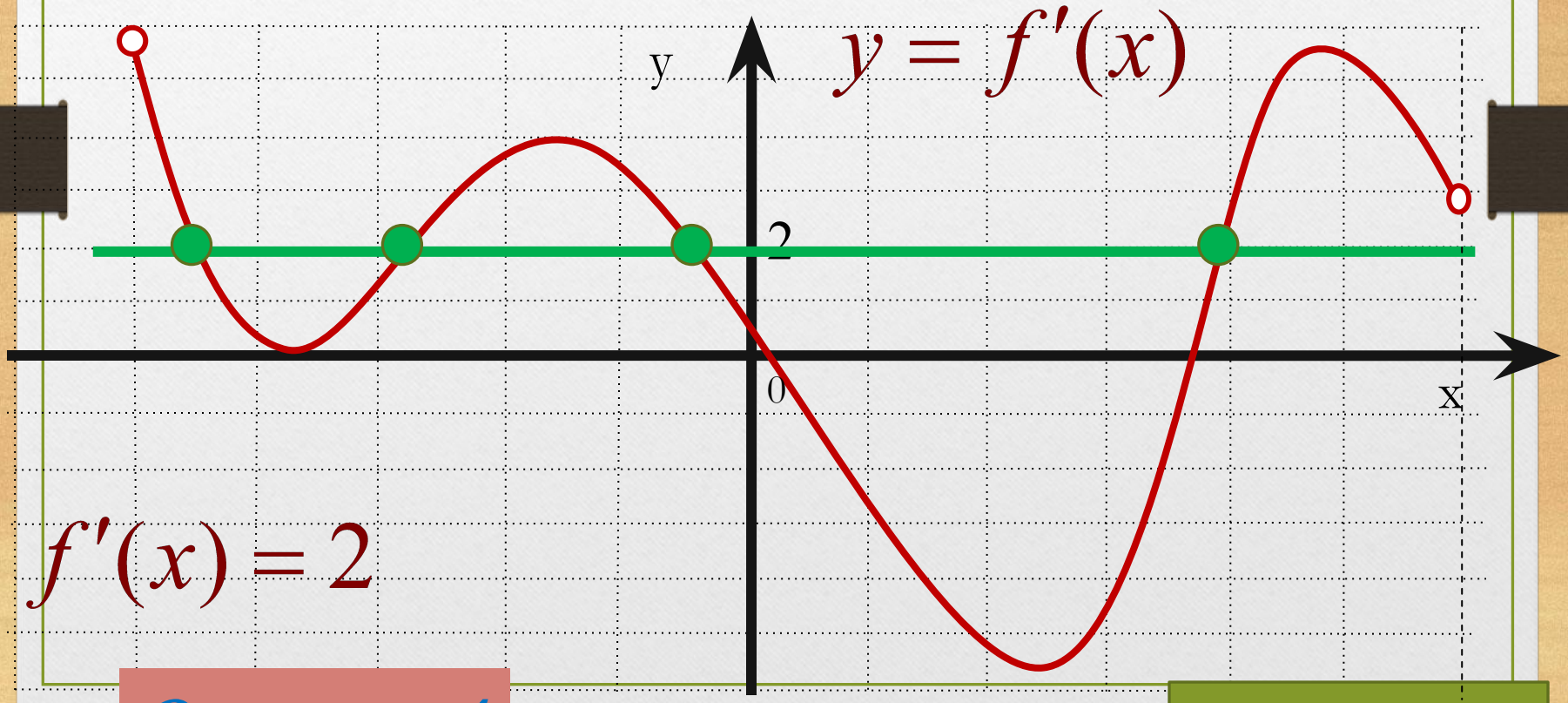
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0$. Найдите значение производной $f'(x)$ в точке $x_0$.




**Ответ:** | - | 3 | | | | | | |

# Задание №4.

**На рисунке изображён график производной функции y = f (x), определённой на интервале (-5;6). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции y = f(x) параллельна прямой y = 2x – 5 или совпадает с ней.**

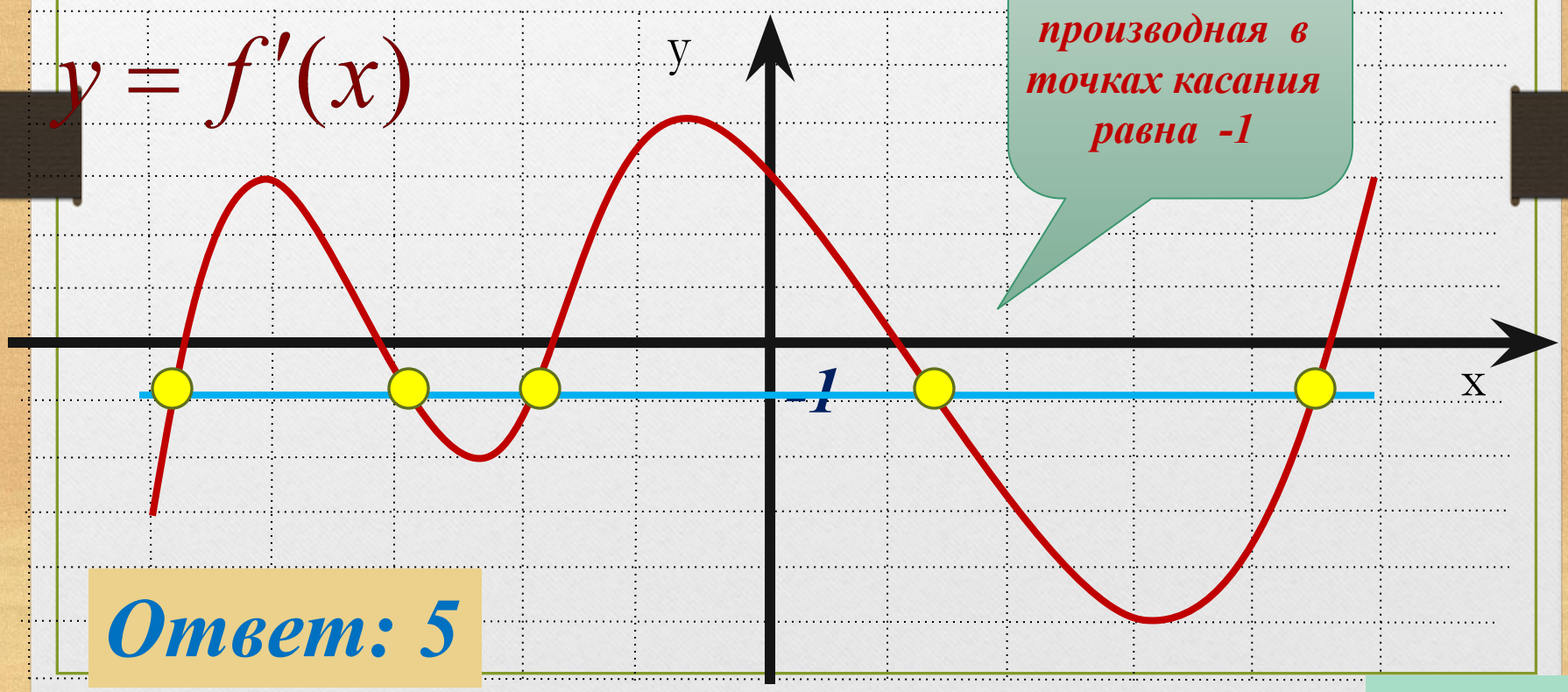



**Ответ: 4**

подсказка

# Задание №5

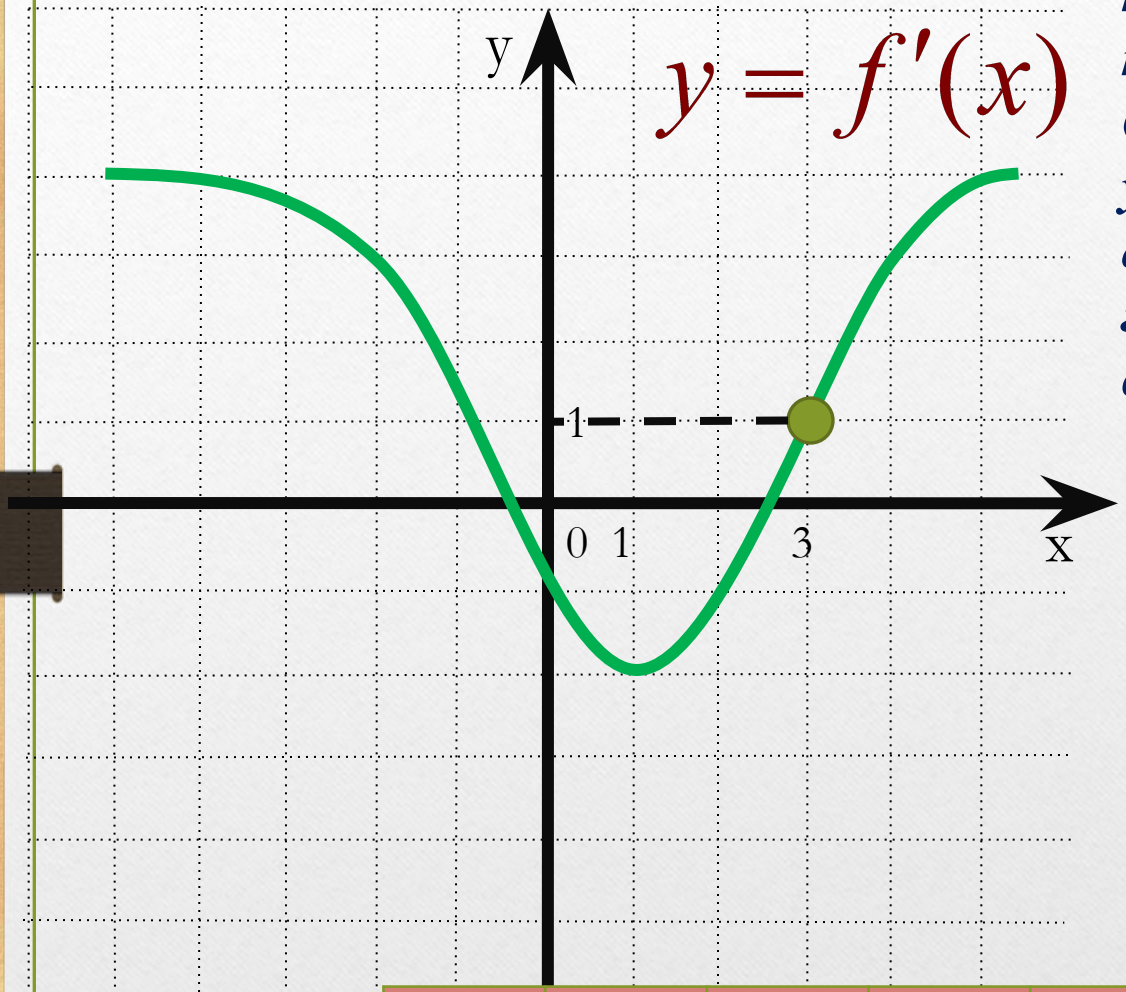
**К графику функции y = f(x) провели касательные под углом 135° к положительному направлению оси Ox. На рисунке изображён график производной функции. Укажите количество точек касания.**




**Ответ: 5**

подсказка

# Задание №6




***К графику функции y = f(x) проведена касательная в точке с абсциссой $x_0 = 3$. Определите градусную меру угла наклона касательной, если на рисунке изображён график производной этой функции.***

$$f'(x_0) = 1$$

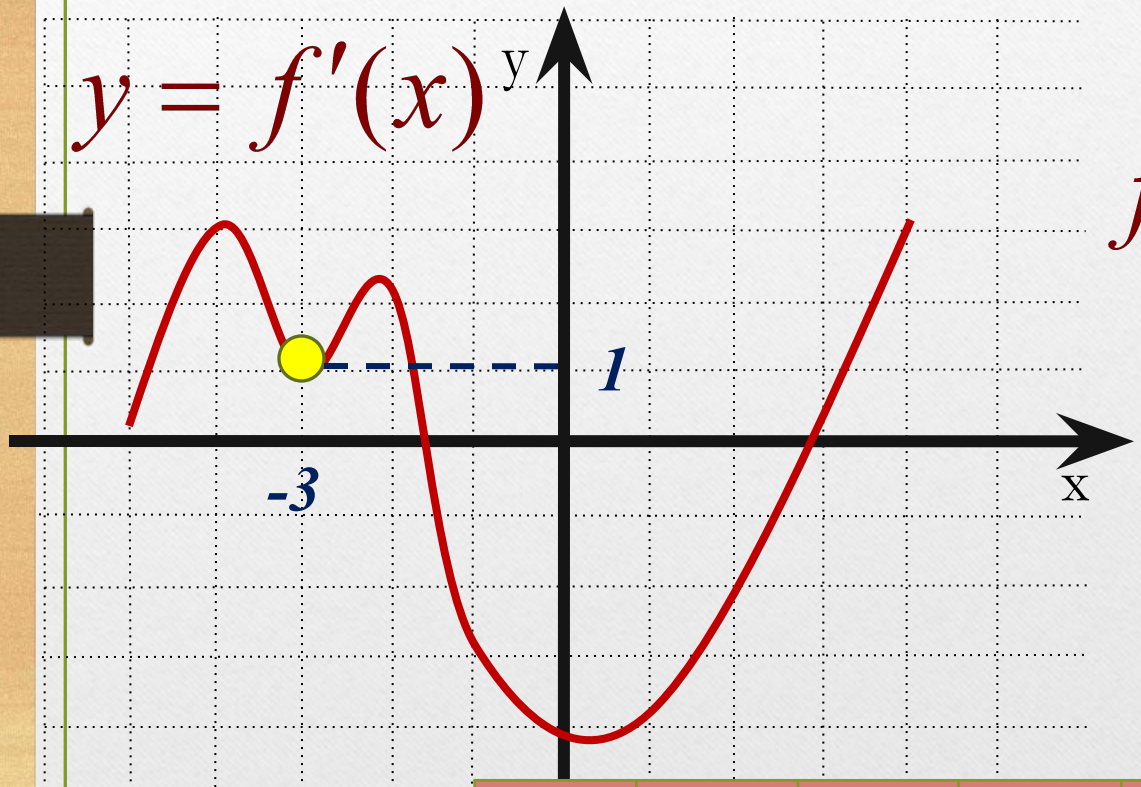
$$tg\alpha = 1$$

$$\alpha = 45^\circ$$

**Ответ:** 4 5

# Задание №7

***По графику производной функции определите величину угла в градусах между положительным направлением оси Ox и касательной к графику функции y = f(x) в точке $x_0 = -3$.***




$$f'(-3) = 1 = tg\alpha$$

**Ответ:** 4 5

## Задание №8

Прямая $y = 8x + 11$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 7x - 7$. Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: 0 , 5

подсказка

## Задание №9

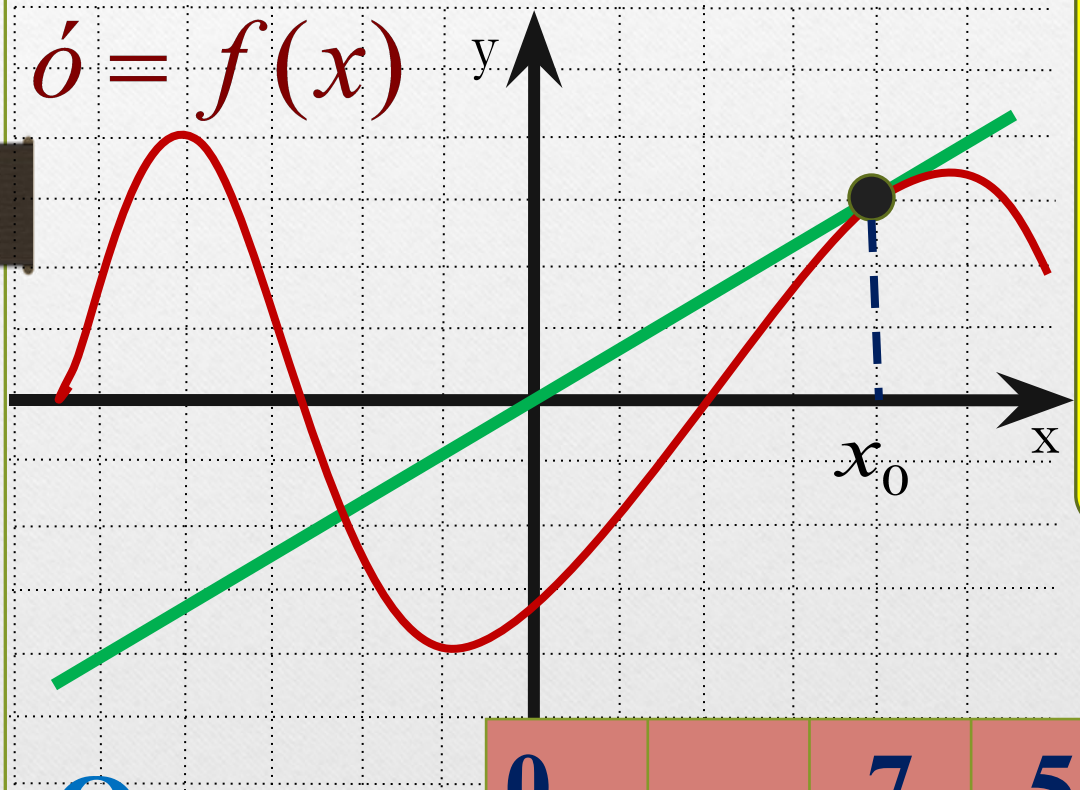
Прямая $y = -4x - 11$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 7x^2 + 7x - 6$. Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: - 1

подсказка

# Задание №10

***Прямая проходит через начало координат и касается графика функции y = f(x). Найдите производную в точке x = 4.***




***Производная функции в точке x = 4 – это производная в точке касания $x_0$, а она равна угловому коэффициенту касательной или тангенсу угла наклона касательной к положительному направлению оси ox***

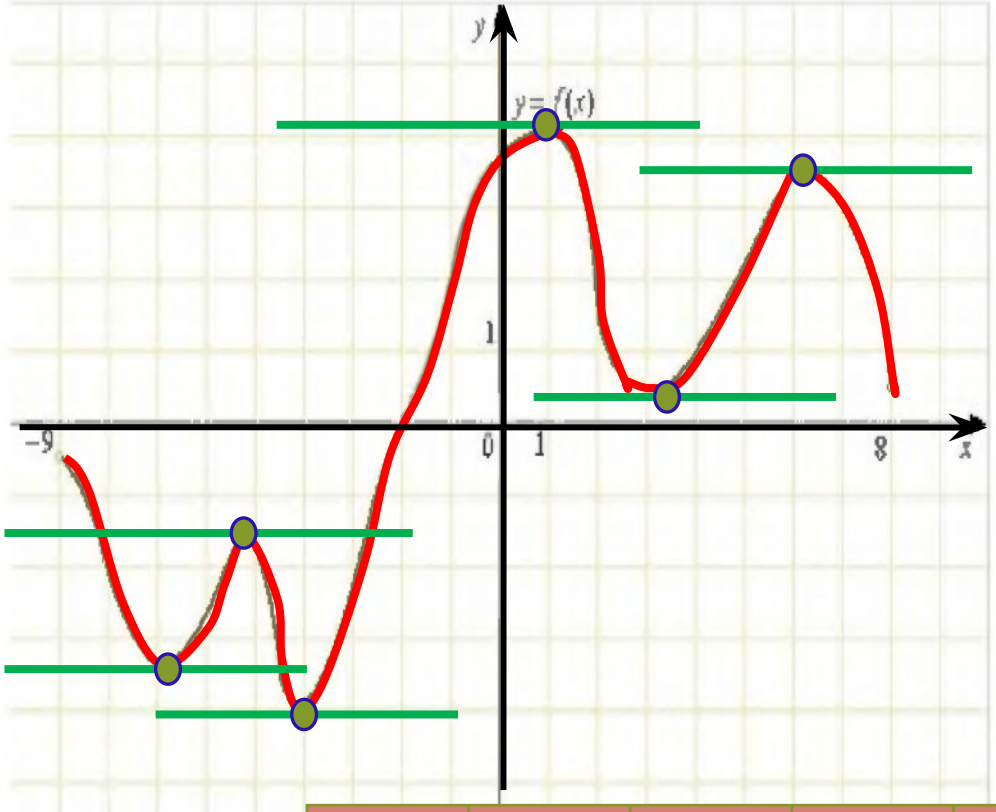
подсказка

**Ответ:**

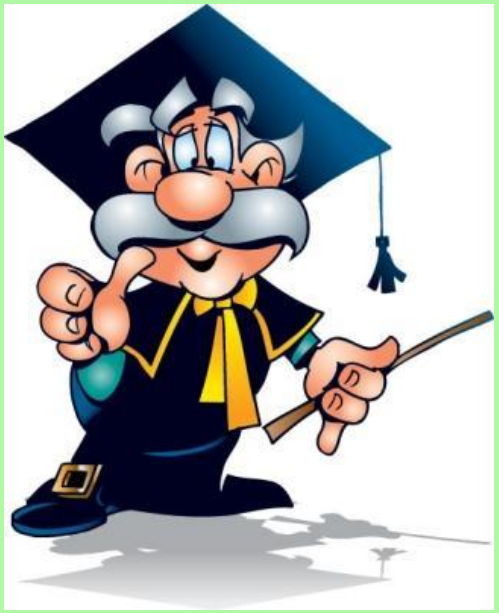
| 0 | , | 7 | 5 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

# Задание №11

На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-9;8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y=10$.



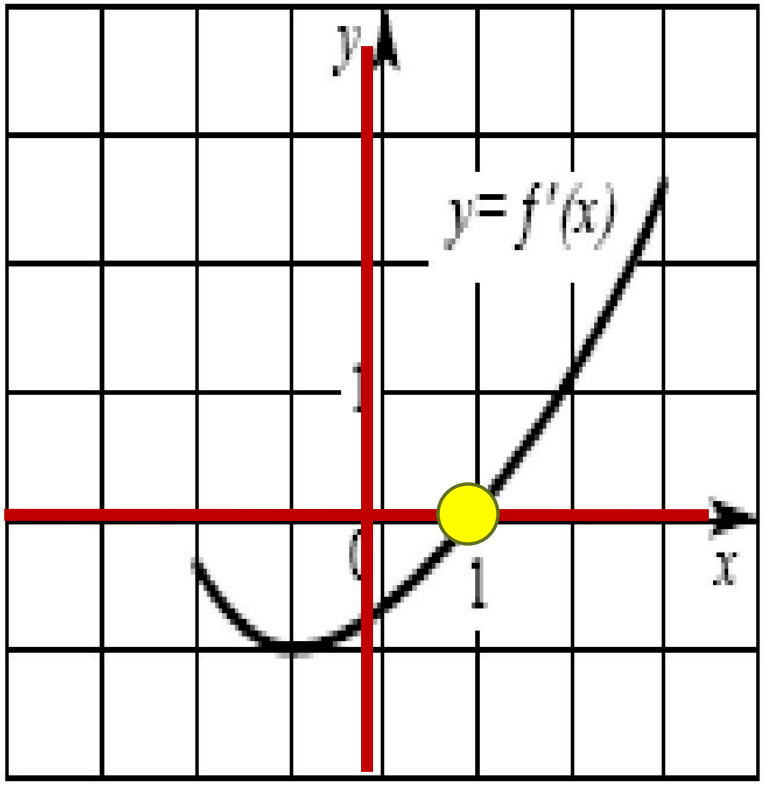

**Ответ:** 6



*Решите самостоятельно следующие задания*

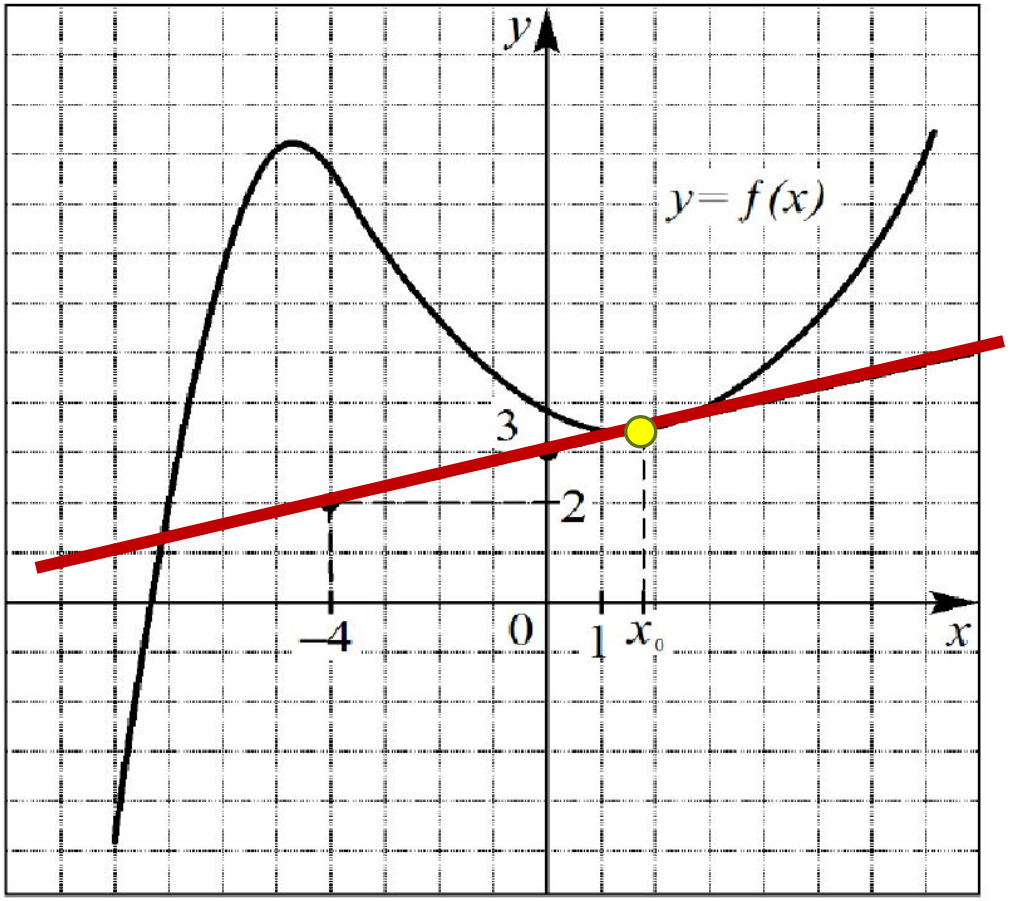
# №1

На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ некоторой функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2;3)$. Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = -3$ или совпадает с ней.



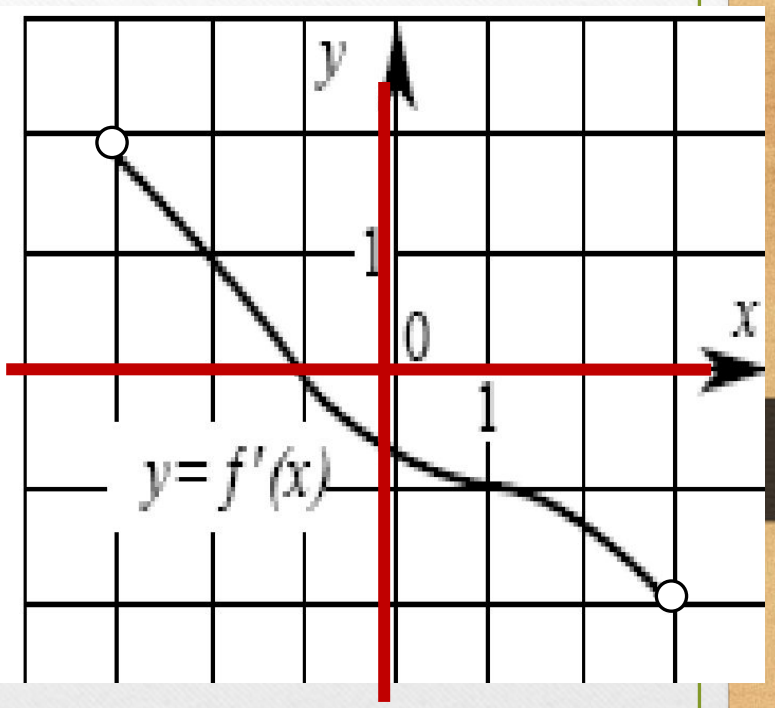
# №2

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке $x_0$. Пользуясь рисунком, найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0$.



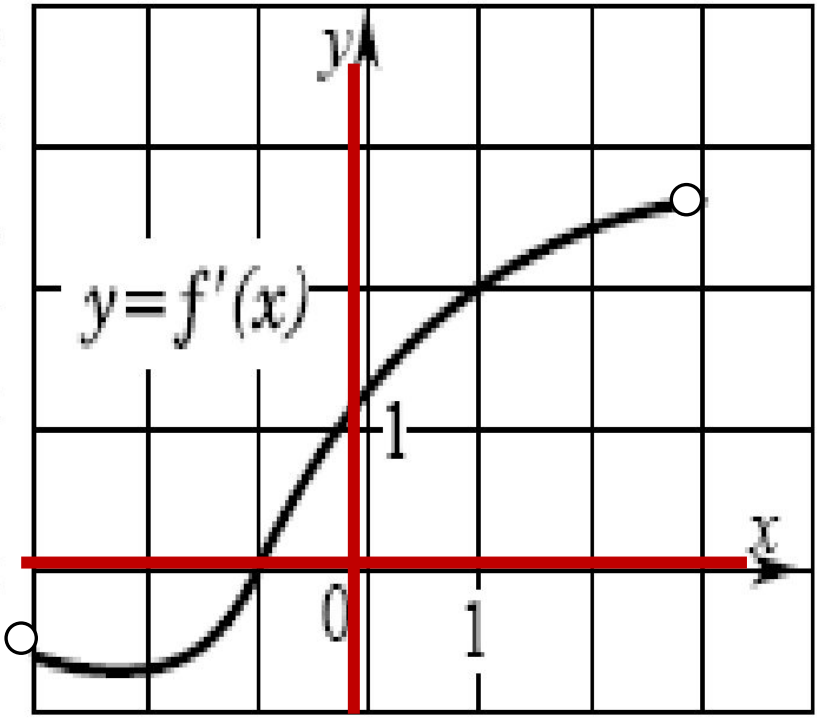
# №3

На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ некоторой функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3;3)$. Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 4 - x$ или совпадает с ней.



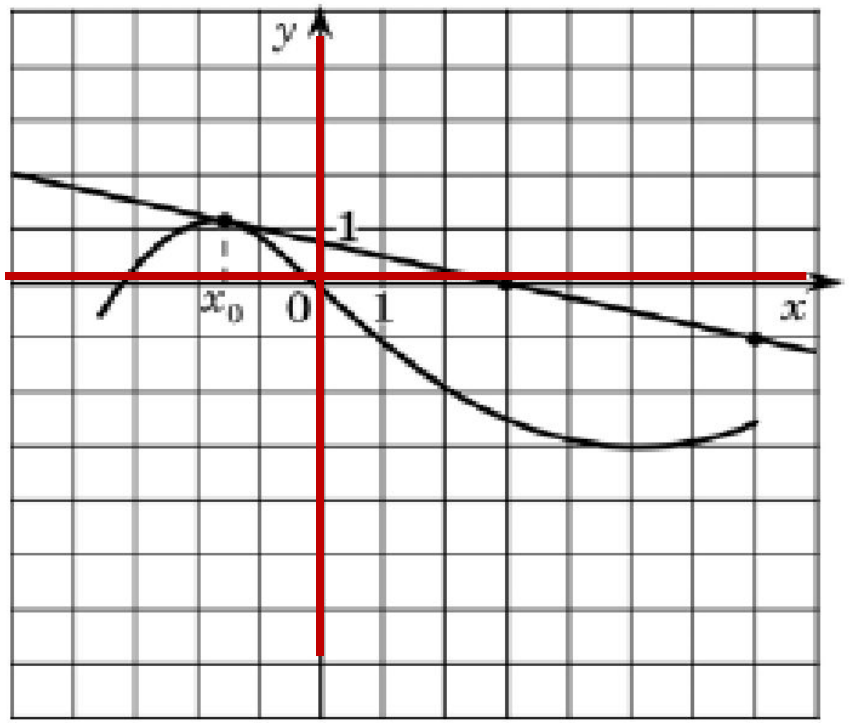
# №4

На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ некоторой функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3;3)$. Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x$ или совпадает с ней.



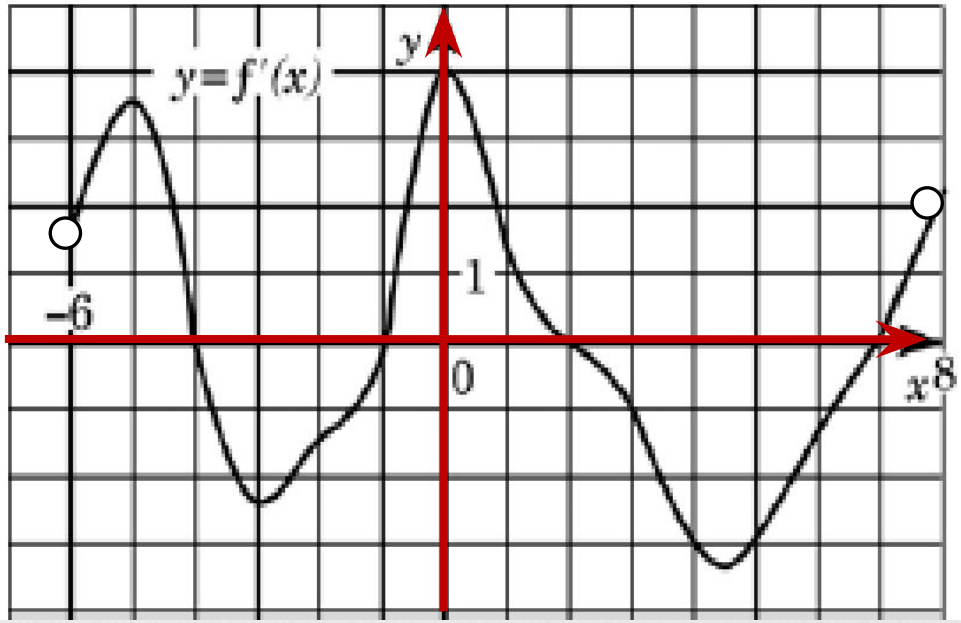
# №5

На рисунке изображёны график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0$. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0$.



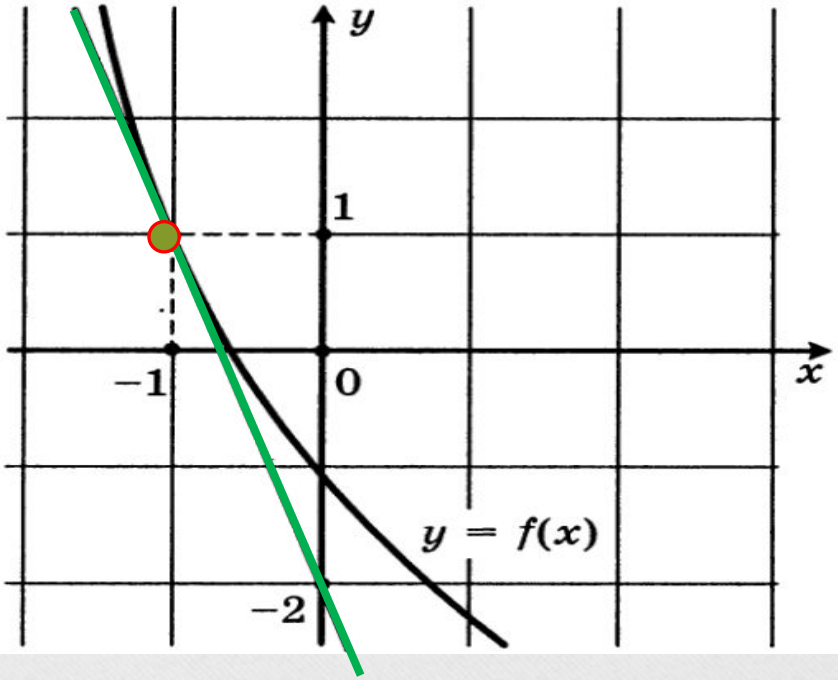
# №6

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $y=f(x)$ параллельна прямой $y = -2x - 7$ или совпадает с ней.



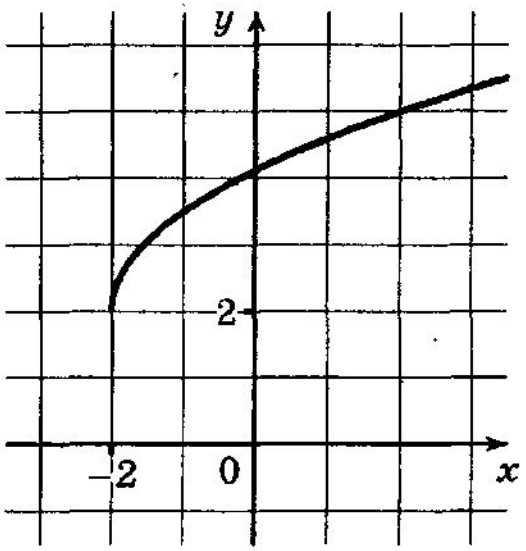
# №7

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой $-1$. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0 = -1$.



# №8

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-2; 4)$, касается этого графика в точке с абсциссой 2. Найдите $f'(2)$.



# Проверьте себя

№1 1

№2 0,25

№3 1

№4 1

№5 -0,25

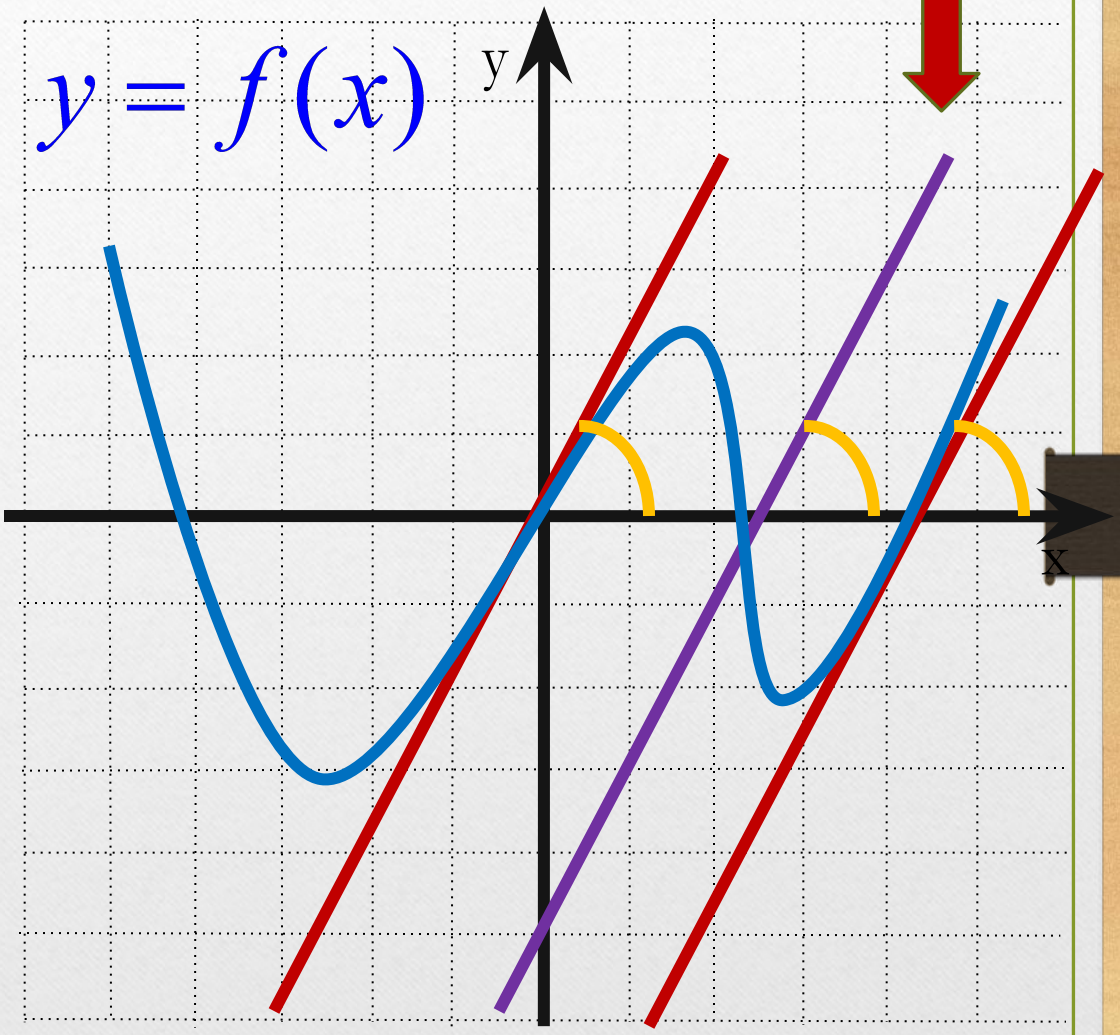
№6 4

№7 -3

№8 0,25

Угловые коэффициенты параллельных прямых равны

$$k_1 = k_2 = k_3 = 2$$



$$f'(x_0) = tg\alpha = k$$

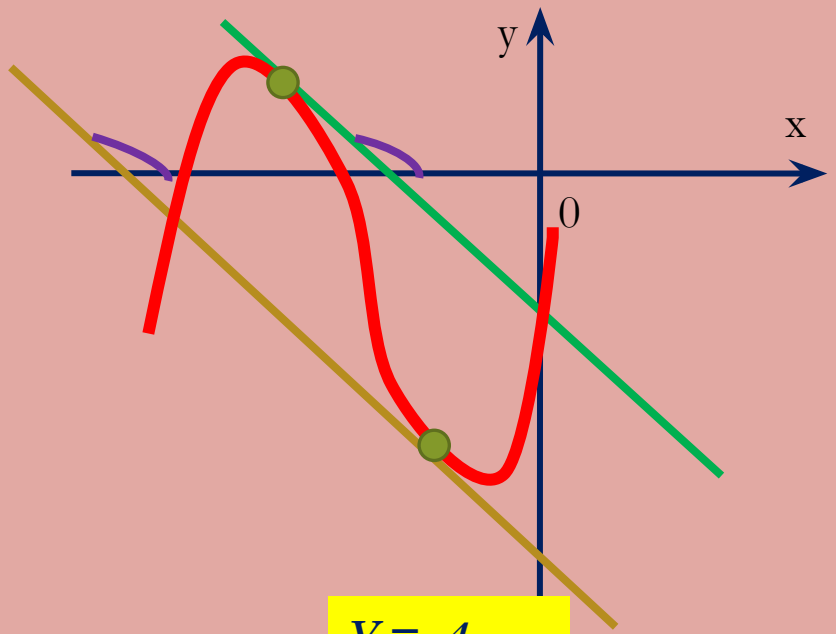
***Для вычисления углового коэффициента касательной достаточно найти отрезок касательной с концами в вершинах клеток и, считая его гипотенузой прямоугольного треугольника, найти отношение катетов.***

- *Так как касательная параллельна прямой y=8x+11, то их угловые коэффициенты совпадают, т.е. угловой коэффициент касательной равен восьми* $\boldsymbol{k = 8.}$

$$f'(x_0) = tg\alpha = k$$

$X_0$ – абсцисса искомой точки касания

- *В результате решения будут найдены абсциссы двух точек касания, которые принадлежат графику данной функции.*
- *Но только одна из этих точек принадлежит касательной* $y = -4x-11$, *чтобы определить какая, нужно найденные абсциссы подставить в оба из данных уравнений. Должны получиться верные равенства.*




$y = -4x-11$

# Памятка

- ***Чтобы найти угловой коэффициент касательной к графику функции в заданной точке или значение производной функции в точке, надо найти тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси Ox. Для этого достаточно найти отрезок касательной с концами в вершинах клеток и, считая его гипотенузой прямоугольного треугольника, найти отношение противолежащего катета к прилежащему.***

- ***Если на рисунке нет касательной, но известны точки, через которые она проходит, сначала надо провести касательную, а потом рассмотреть прямоугольный треугольник, в котором найти отношение катетов.***

- ***Если угол наклона касательной к положительному направлению оси Ox острый, то угловой коэффициент касательной и значение производной функции в точке положительны.***

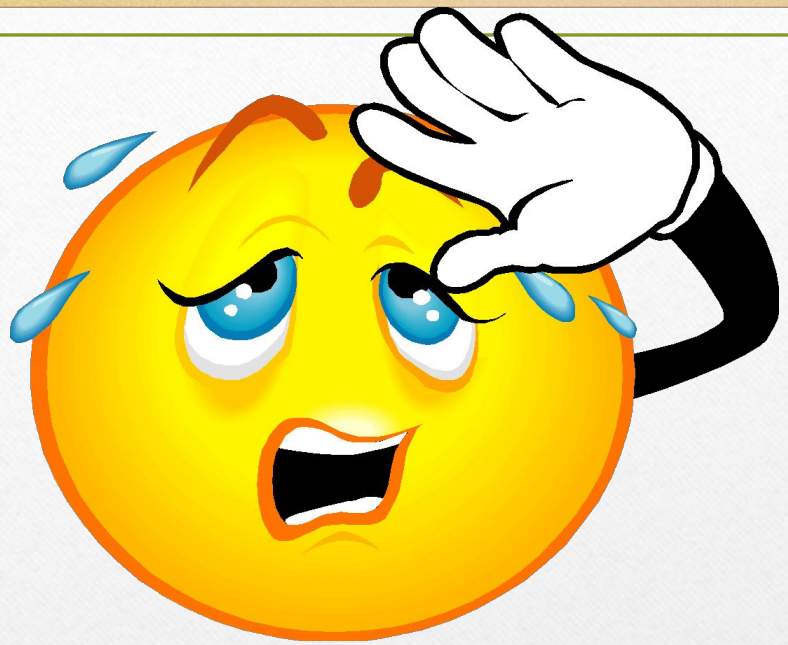
- ***Если угол наклона касательной к положительному направлению оси Ox тупой, то угловой коэффициент касательной и значение производной функции в точке отрицательны.***

# Рефлексия

У меня всё получилось!!

Надо ещё решить пару примеров.

Ну кто придумал эту математику!



# Спасибо за работу!