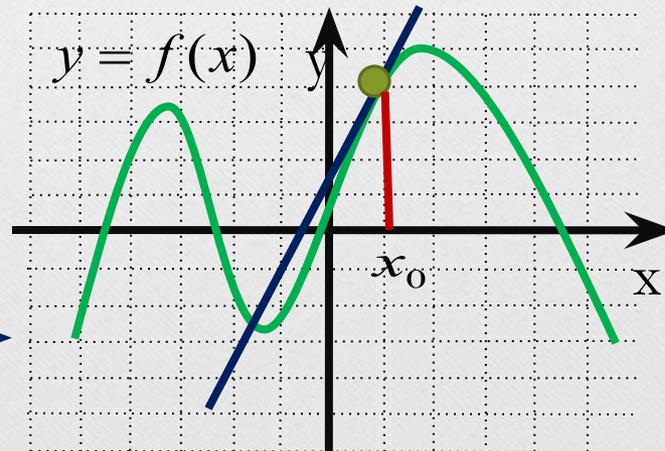
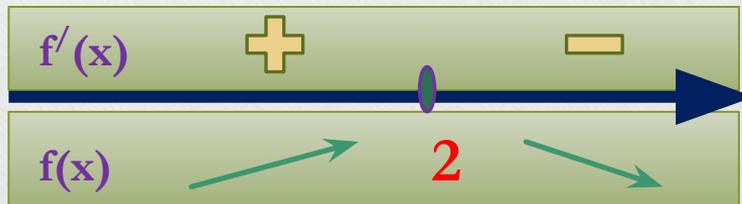




**ЕГЭ**

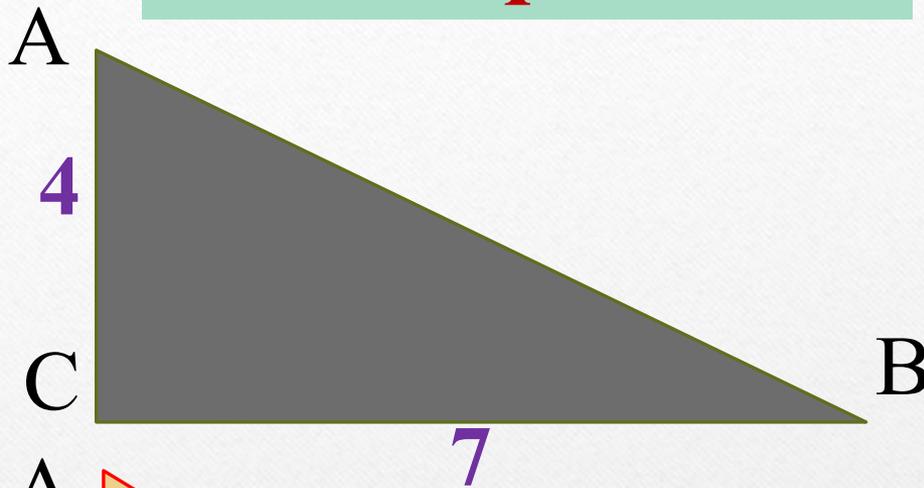
**Производная.**



**Тема**

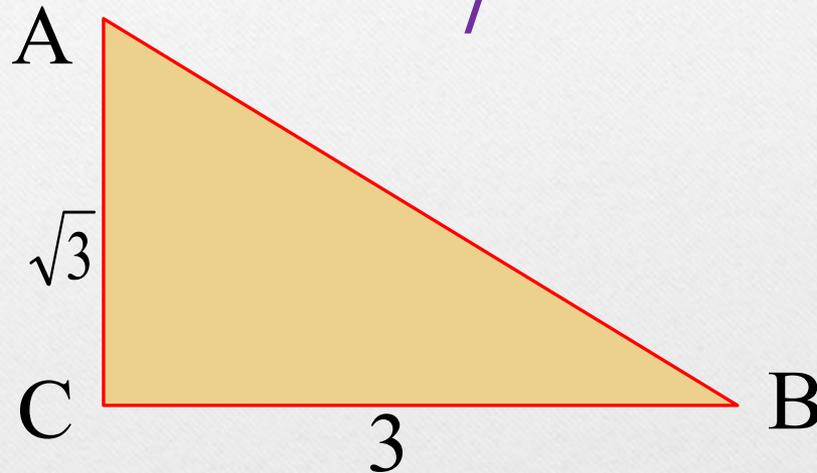
*Геометрический смысл  
производной*

## Устная работа



$\operatorname{tg} A$  -?

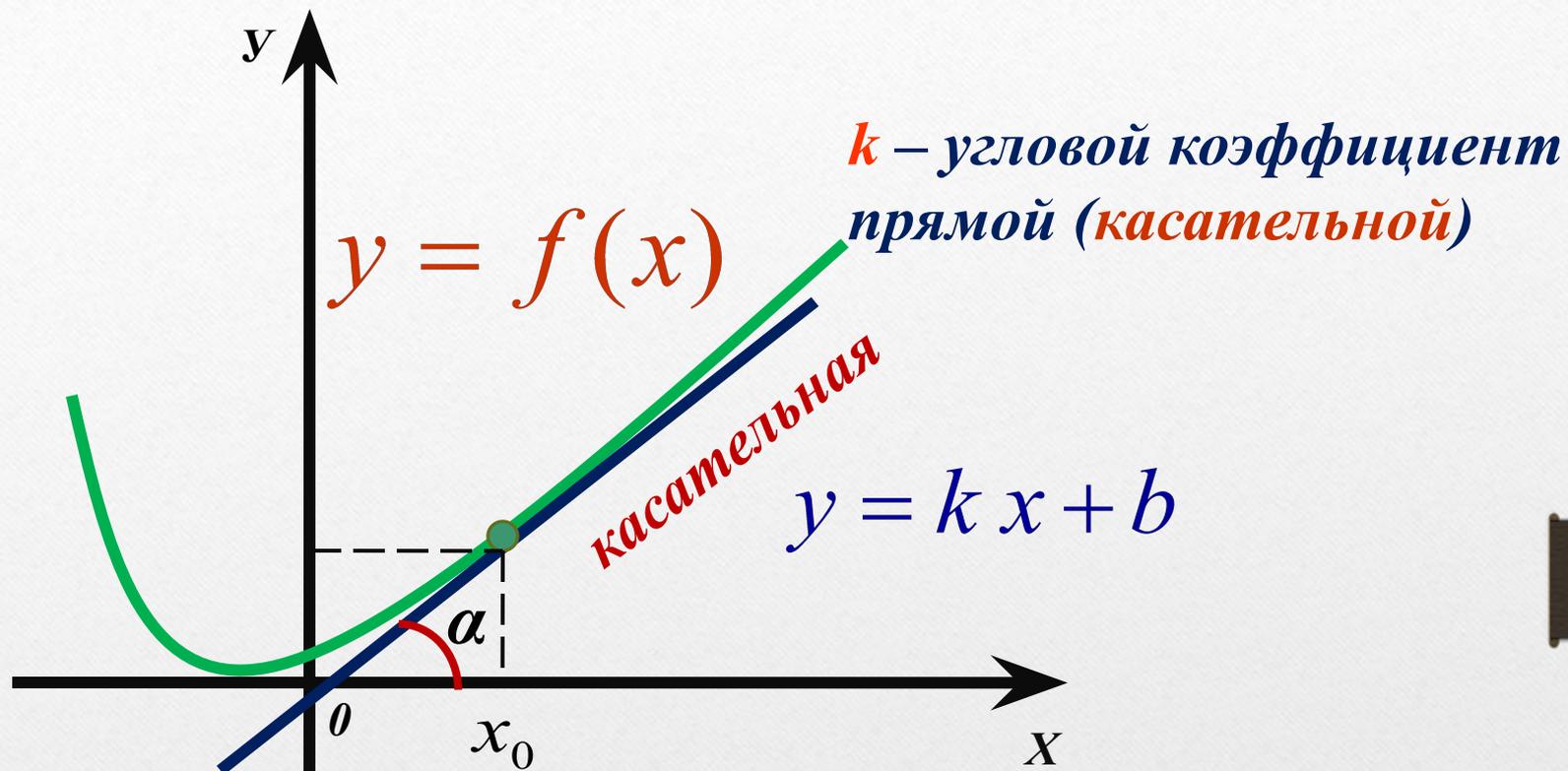
$\operatorname{tg} B$  -?



Вычислите  
 $\operatorname{tg} \alpha$ , если  
 $\alpha = 135^\circ$ ,  
 $120^\circ$ ,  $150^\circ$

Найдите градусную меру  $\angle B$

Найдите градусную меру  $\angle A$

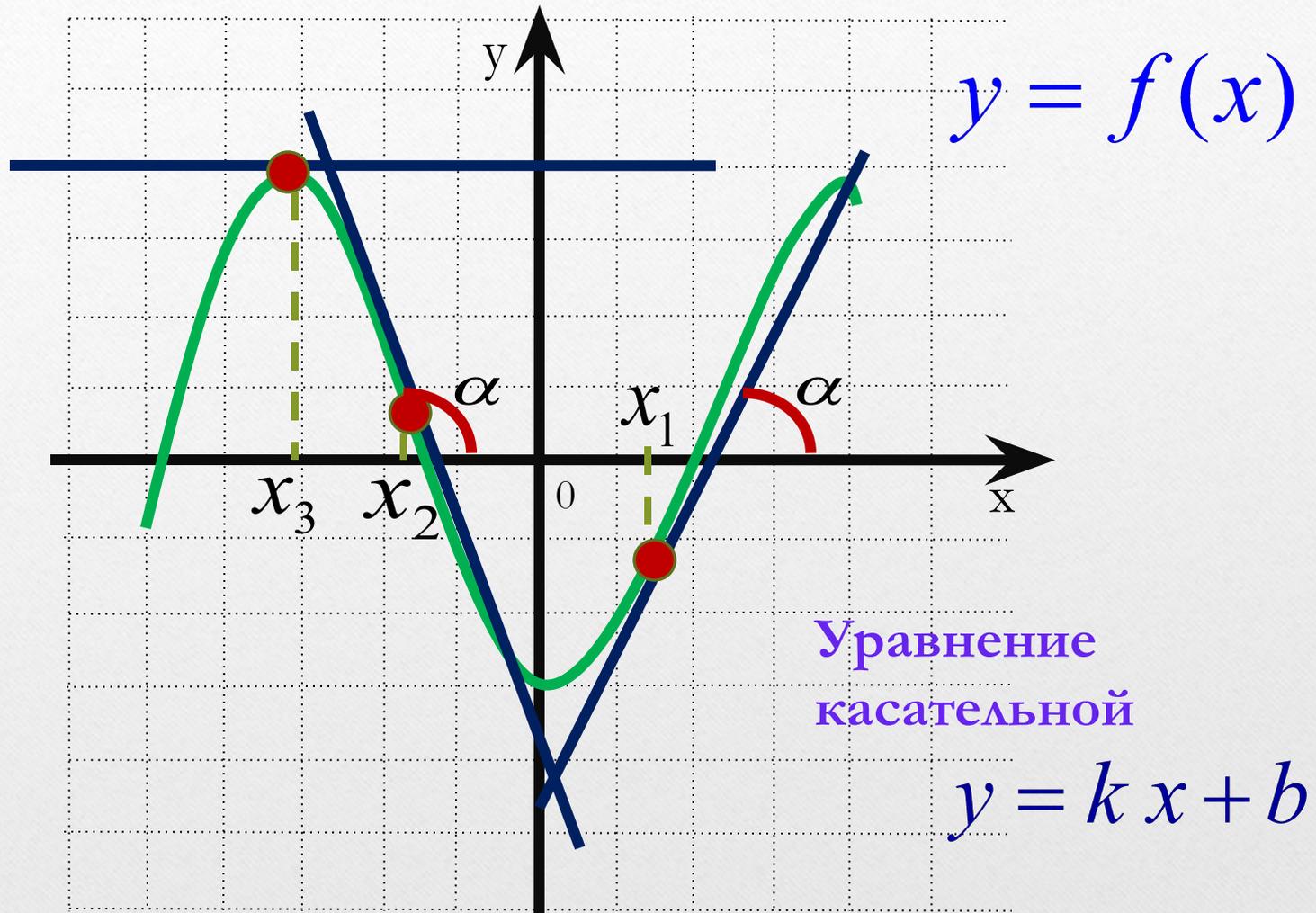


**Геометрический смысл производной:** значение производной функции  $f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0$  равно угловому коэффициенту касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $(x_0; f(x_0))$ , т.е.  $f'(x_0) = k$

Поскольку  $k = \operatorname{tg} \alpha$ , то верно равенство  $f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$

Если  $\alpha < 90^\circ$ , то  $k > 0$ .

Если  $\alpha > 90^\circ$ , то  $k < 0$ .



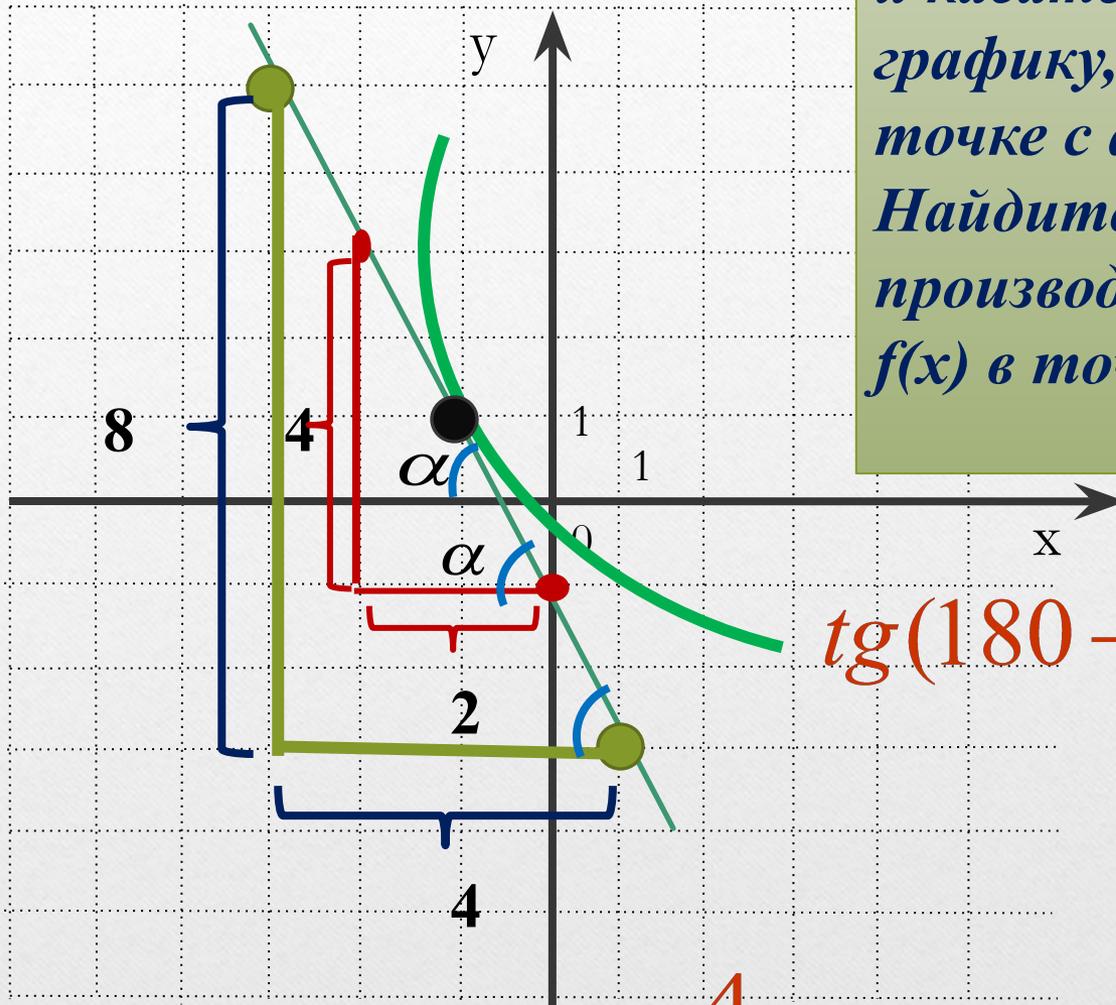
Если  $\alpha = 0^\circ$ , то  $k = 0$ . Касательная параллельна оси  $Ox$ .

□ *Острый или тупой угол образует касательная к графику функции в точке  $x_0$  с положительной полуосью  $Ox$ ?*

□ *Чему равен тангенс угла наклона касательной к графику функции  $y = x^2 + 2$  в точке  $x_0 = -1$ ?*

## Задание №1.

На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведённая в точке с абсциссой  $-1$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0 = -1$ .



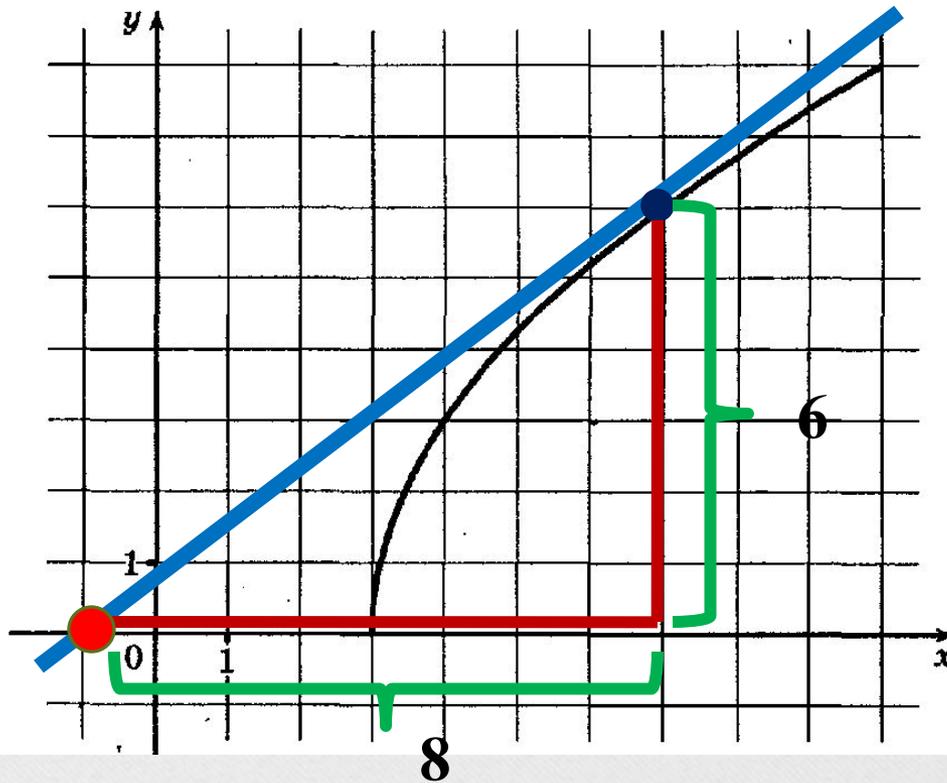
$$\operatorname{tg}(180 - \alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$$

$$f'(x_0) = \operatorname{tg}\alpha \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{2} \quad f'(x_0) = -2$$

[ПОДСКАЗКА](#)

## Задание №2.

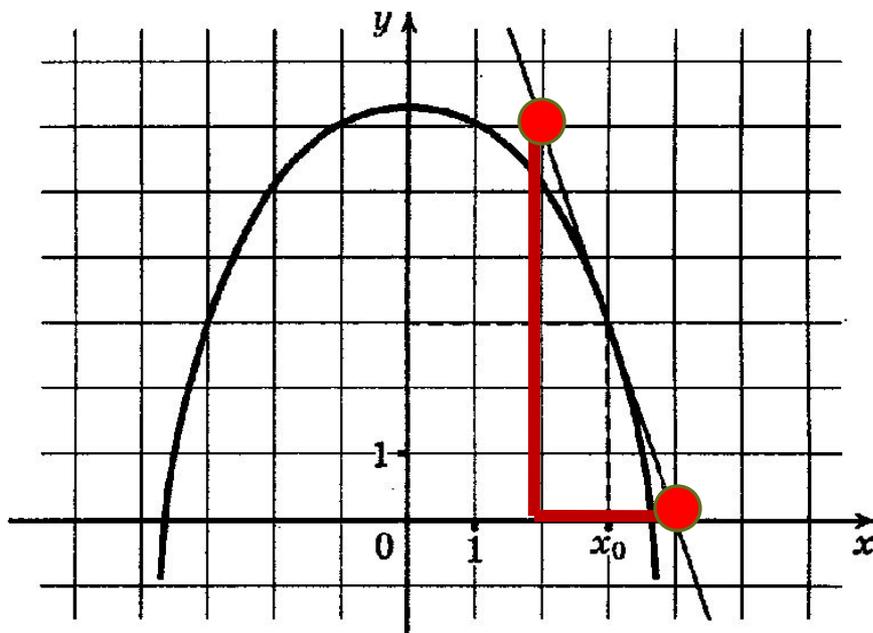
На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Прямая, проходящая через точку  $(-1; 0)$ , касается графика этой функции в точке с абсциссой 7. Найдите  $f'(7)$ .



Ответ: 0 , 7 5

## Задание №3.

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной  $f'(x)$  в точке  $x_0$ .



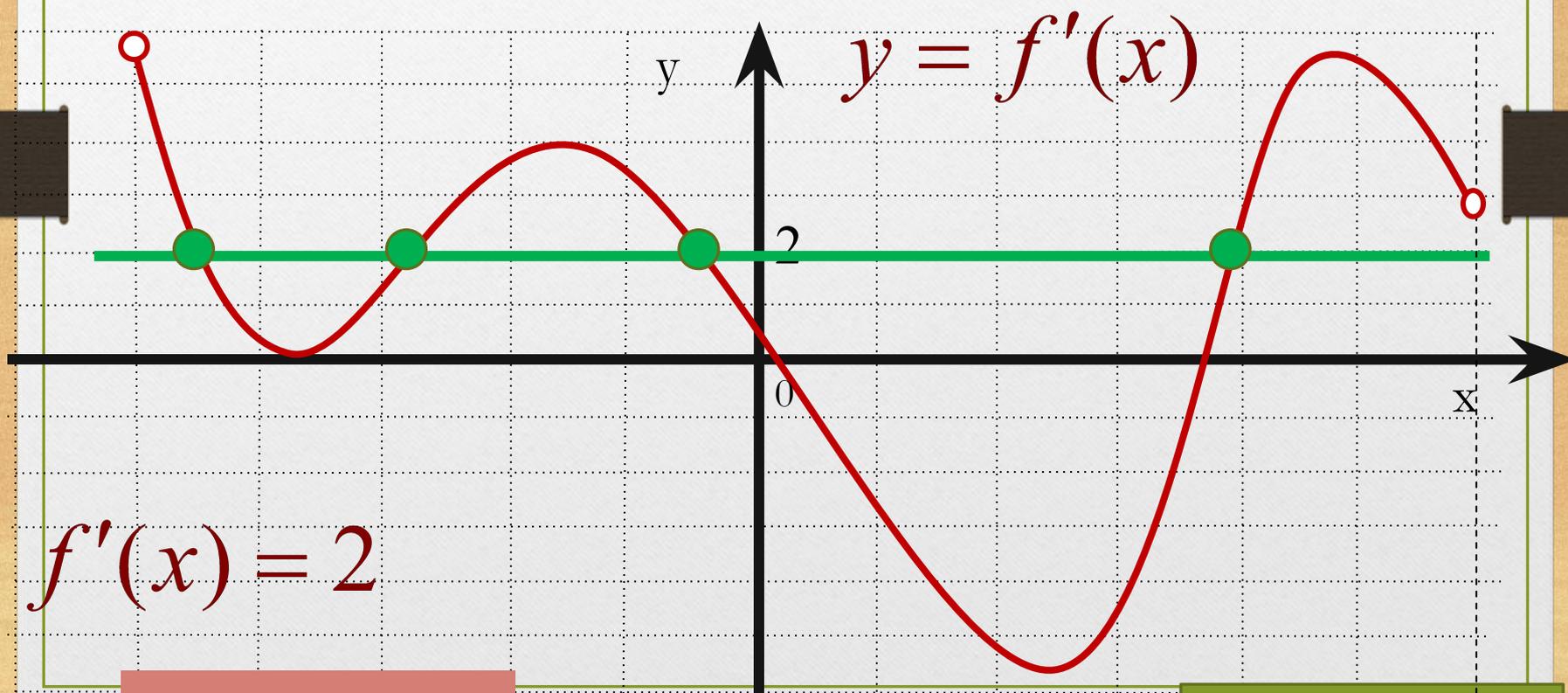
Ответ:

-

3

## Задание №4.

На рисунке изображён график производной функции  $y = f'(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 6)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельна прямой  $y = 2x - 5$  или совпадает с ней.

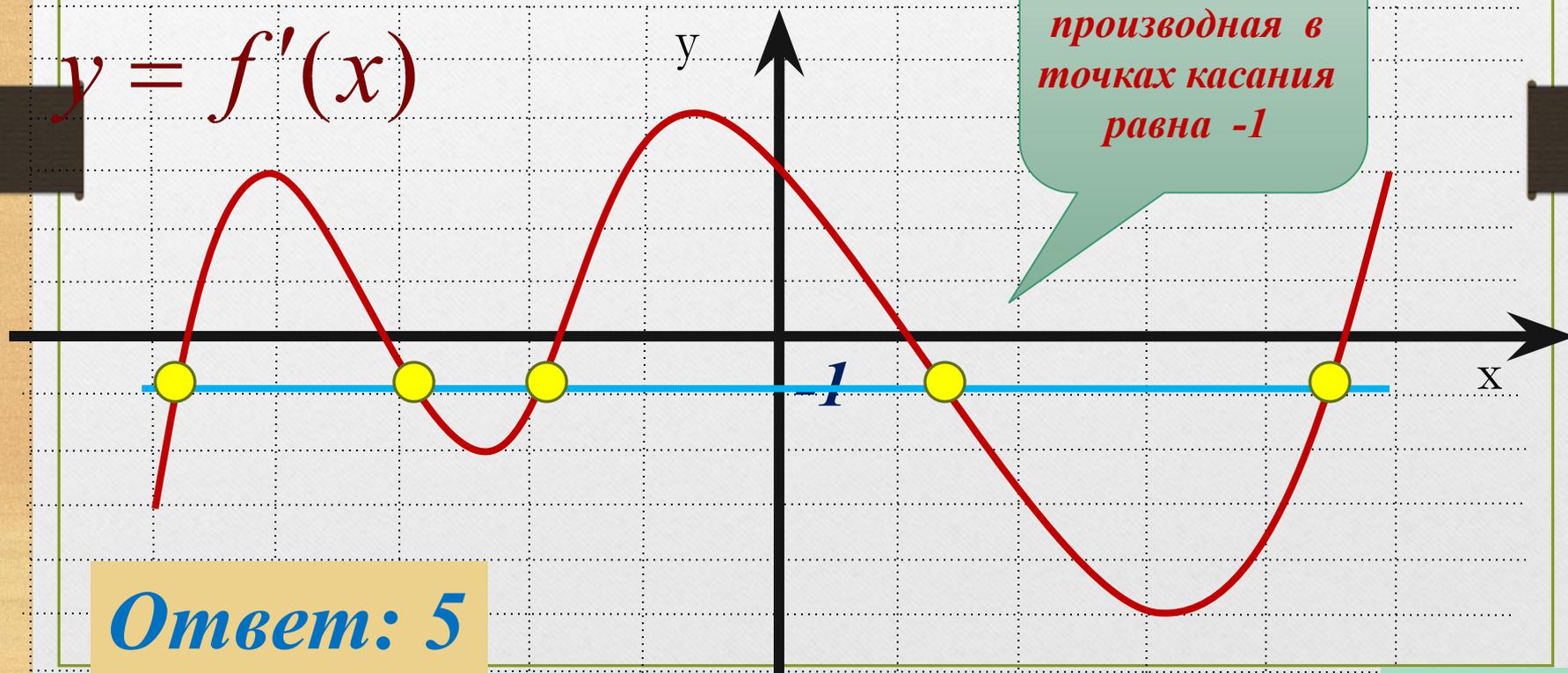


Ответ: 4

ПОДСКАЗКА

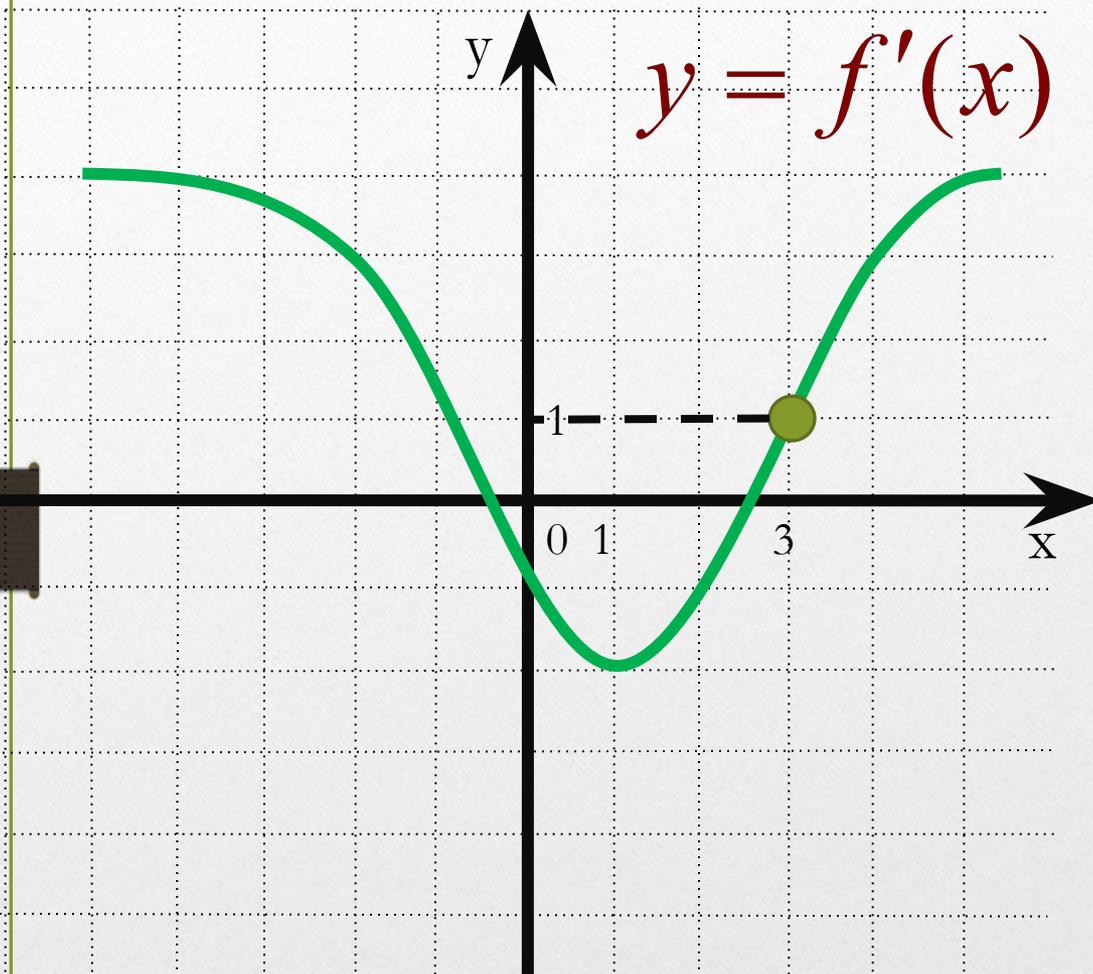
## Задание №5

К графику функции  $y = f(x)$  провели касательные под углом  $135^\circ$  к положительному направлению оси  $Ox$ . На рисунке изображён график производной функции. Укажите количество точек касания.



Ответ: 5

## Задание №6



К графику функции  $y = f(x)$  проведена касательная в точке с абсциссой  $x_0 = 3$ . Определите градусную меру угла наклона касательной, если на рисунке изображён график производной этой функции.

$$f'(x_0) = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 1$$

$$\alpha = 45^\circ$$

Ответ:

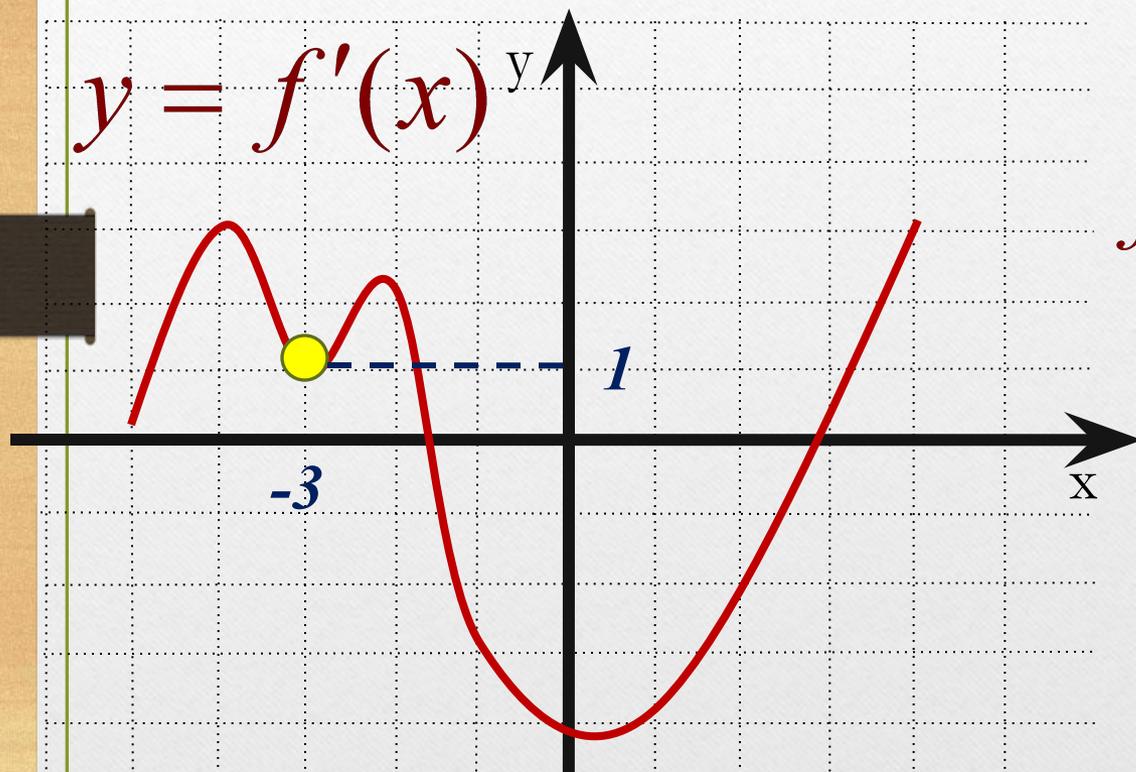
4

5

--	--	--	--	--	--	--	--

## Задание №7

По графику производной функции определите величину угла в градусах между положительным направлением оси  $Ox$  и касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0 = -3$ .



$$f'(-3) = 1 = \operatorname{tg} \alpha$$

Ответ:

4

5

## Задание №8

Прямая  $y = 8x + 11$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 + 7x - 7$ . Найдите абсциссу точки касания.

Ответ:

0 , 5

[ПОДСКАЗКА](#)

## Задание №9

Прямая  $y = -4x - 11$  является касательной к графику функции  $y = x^3 + 7x^2 + 7x - 6$ . Найдите абсциссу точки касания.

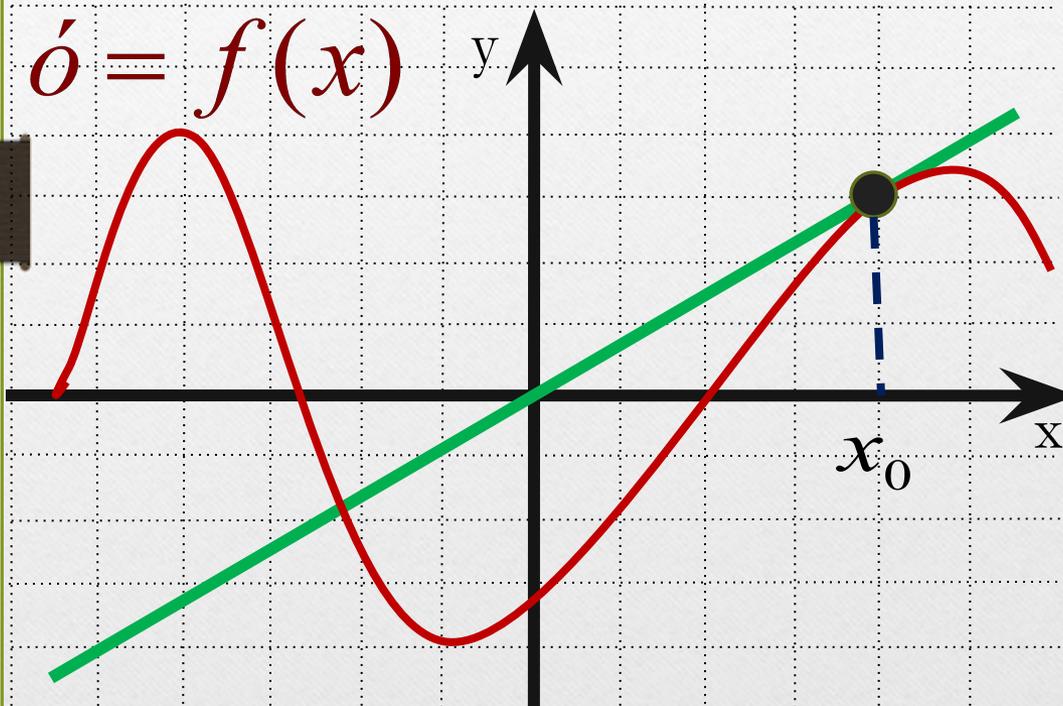
Ответ:

- 1

[ПОДСКАЗКА](#)

## Задание №10

Прямая проходит через начало координат и касается графика функции  $y = f(x)$ . Найдите производную в точке  $x = 4$ .



Производная функции в точке  $x = 4$  – это производная в точке касания  $x_0$ , а она равна угловому коэффициенту касательной или тангенсу угла наклона касательной к положительному направлению оси  $ox$

ПОДСКАЗКА

Ответ:

0

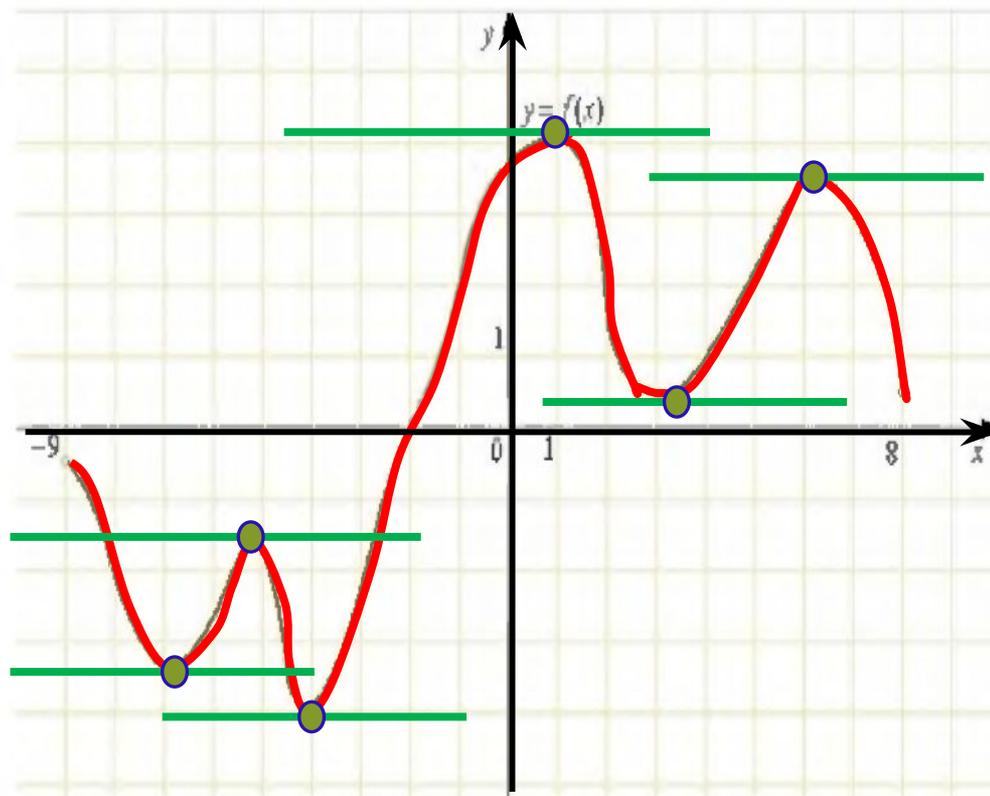
,

7

5

## Задание №11

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-9; 8)$ .  
Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 10$ .



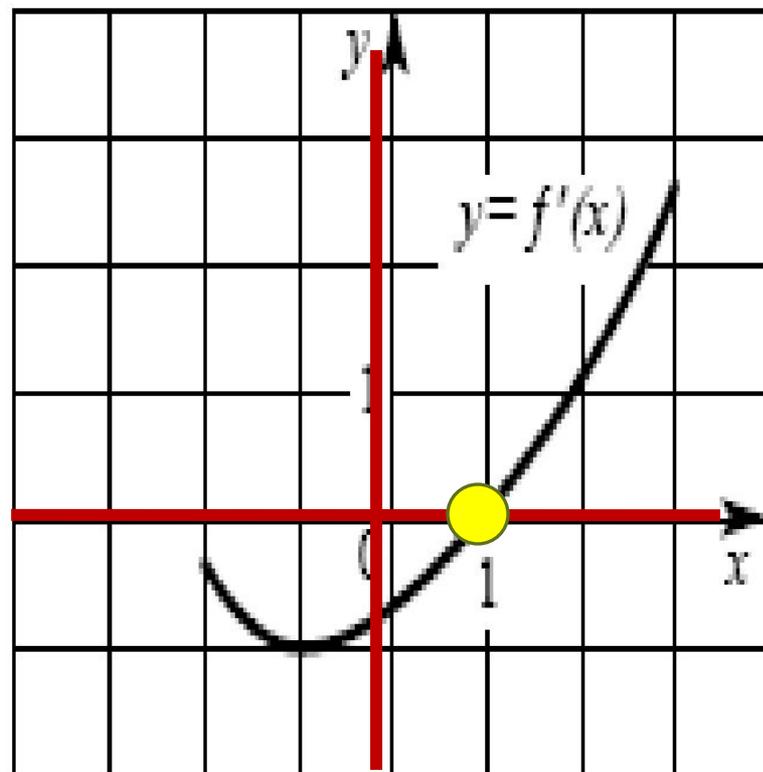
Ответ: 6

*Решите  
самостоятельно  
следующие задания*



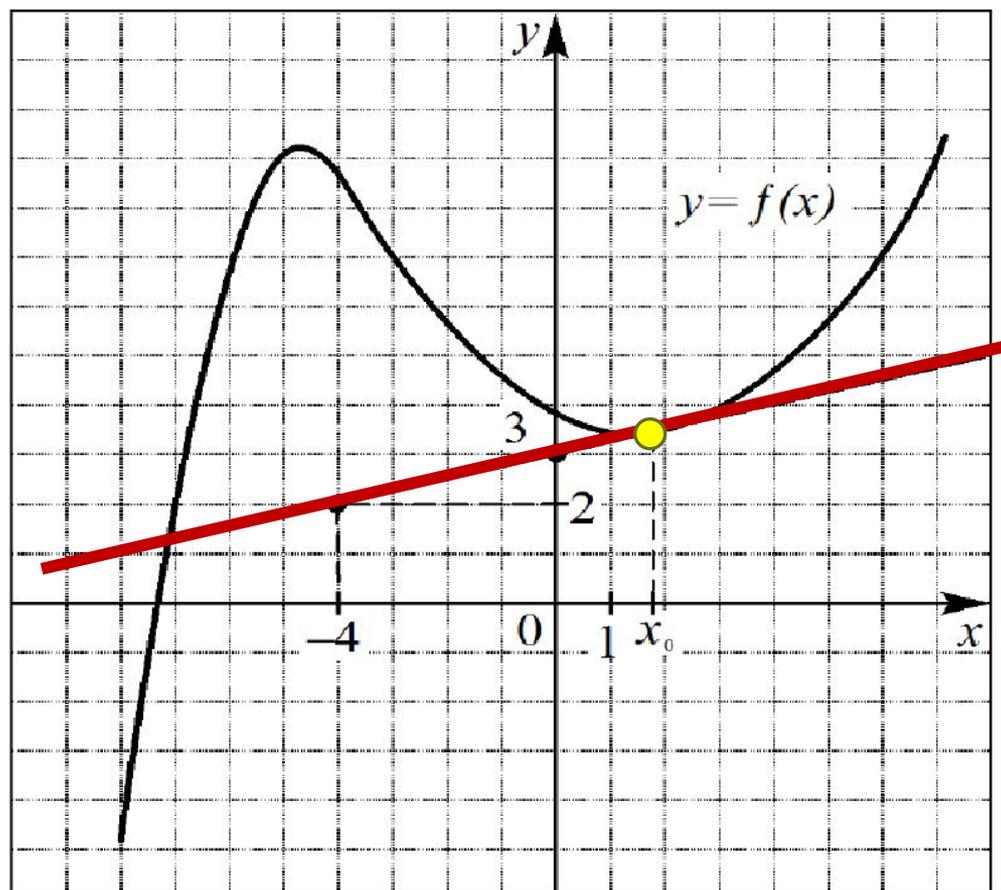
# №1

На рисунке изображен график производной  $y = f'(x)$  некоторой функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-2; 3)$ . Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельна прямой  $y = -3$  или совпадает с ней.



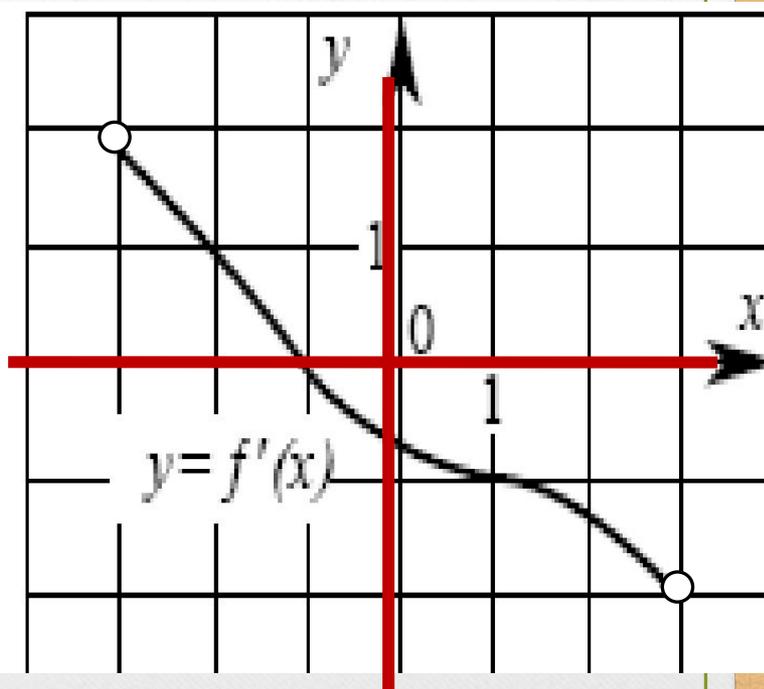
# №2

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке  $x_0$ . Пользуясь рисунком, найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



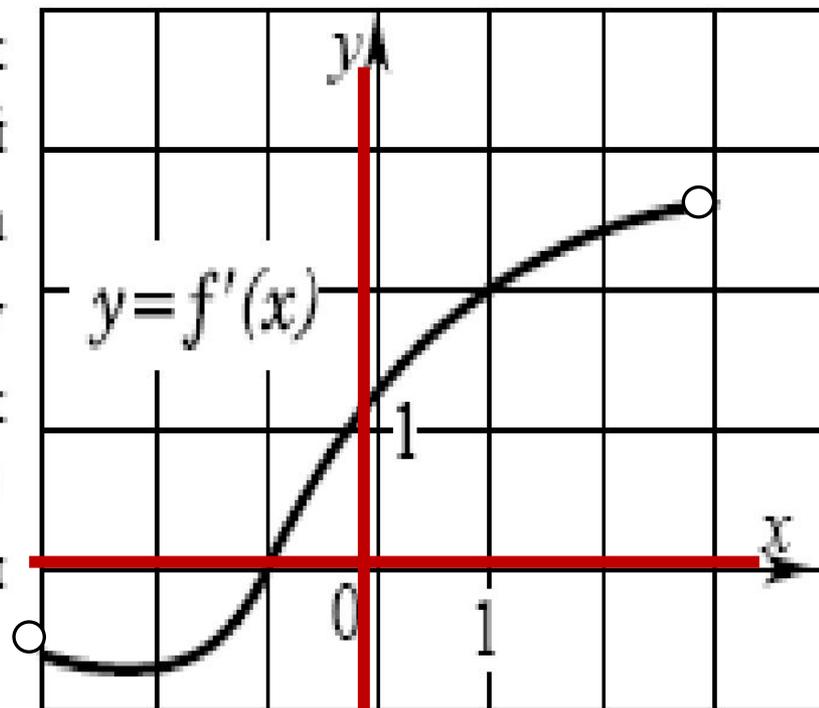
# №3

На рисунке изображен график производной  $y = f'(x)$  некоторой функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-3; 3)$ . Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельна прямой  $y = 4 - x$  или совпадает с ней.



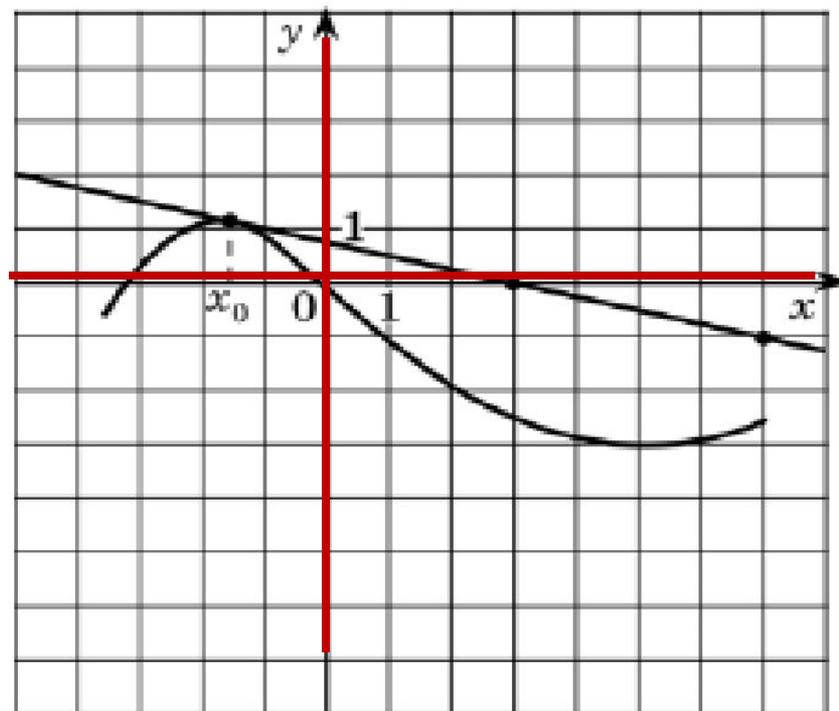
# №4

На рисунке изображен график производной  $y = f'(x)$  некоторой функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-3; 3)$ . Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельна прямой  $y = 2x$  или совпадает с ней.



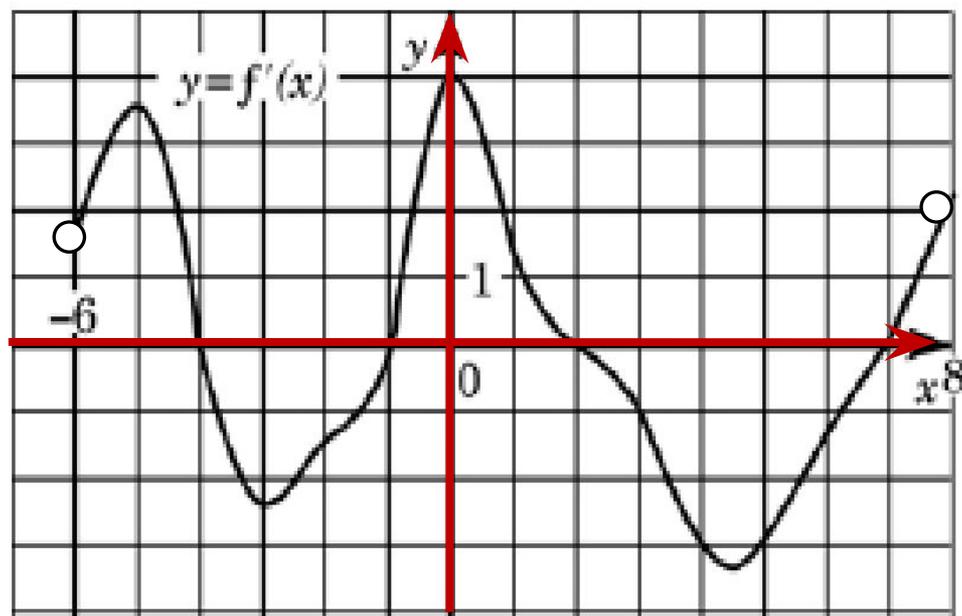
# №5

На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



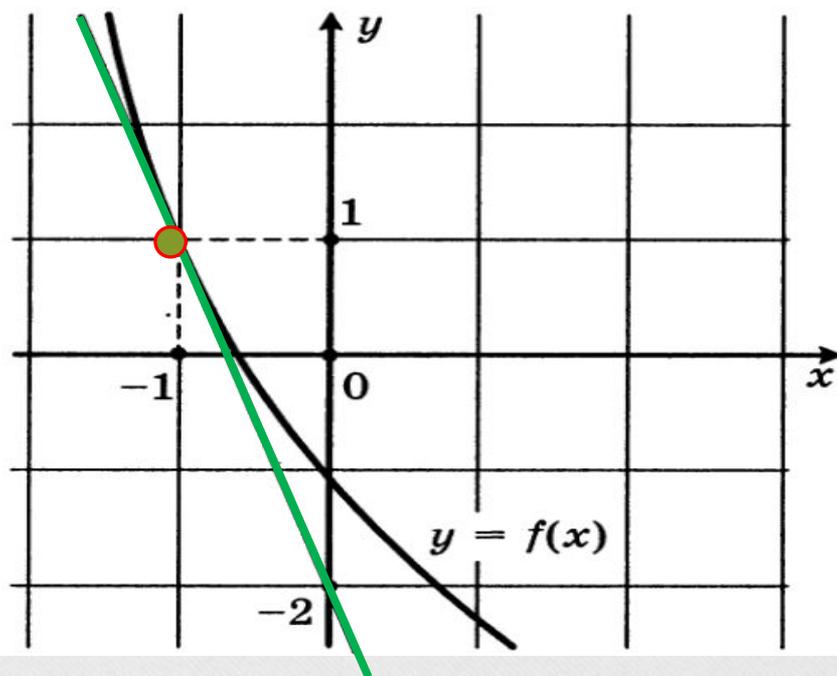
# №6

На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-6; 8)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $y=f(x)$  параллельна прямой  $y = -2x - 7$  или совпадает с ней.



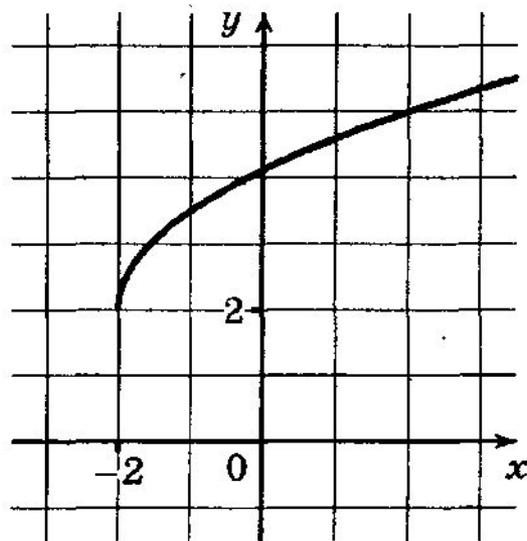
# №7

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $-1$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0 = -1$ .



# №8

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Прямая, проходящая через точку  $(-2; 4)$ , касается этого графика в точке с абсциссой 2. Найдите  $f'(2)$ .



# Проверьте себя

№1 1

№5 - 0, 25

№2 0, 25

№6 4

№3 1

№7 - 3

№4 1

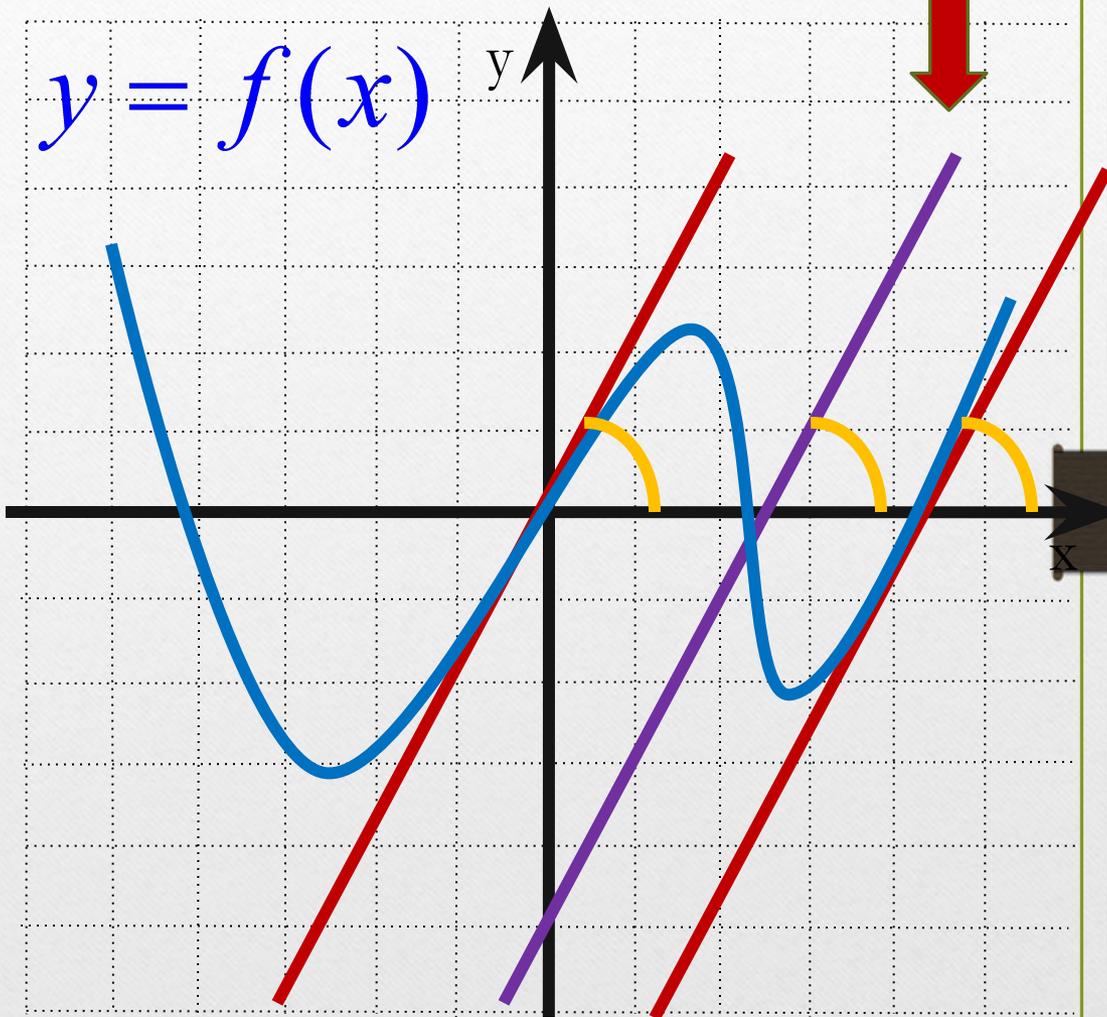
№8 0, 25

Угловые коэффициенты  
параллельных прямых равны

$$k_1 = k_2 = k_3 = 2$$



$$y = f(x)$$



$$y = 2x - 5$$

$$y = 2x + b$$



$$f'(x_0) = \operatorname{tg}\alpha = k$$

*Для вычисления углового коэффициента касательной достаточно найти отрезок касательной с концами в вершинах клеток и, считая его гипотенузой прямоугольного треугольника, найти отношение катетов.*



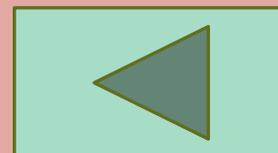
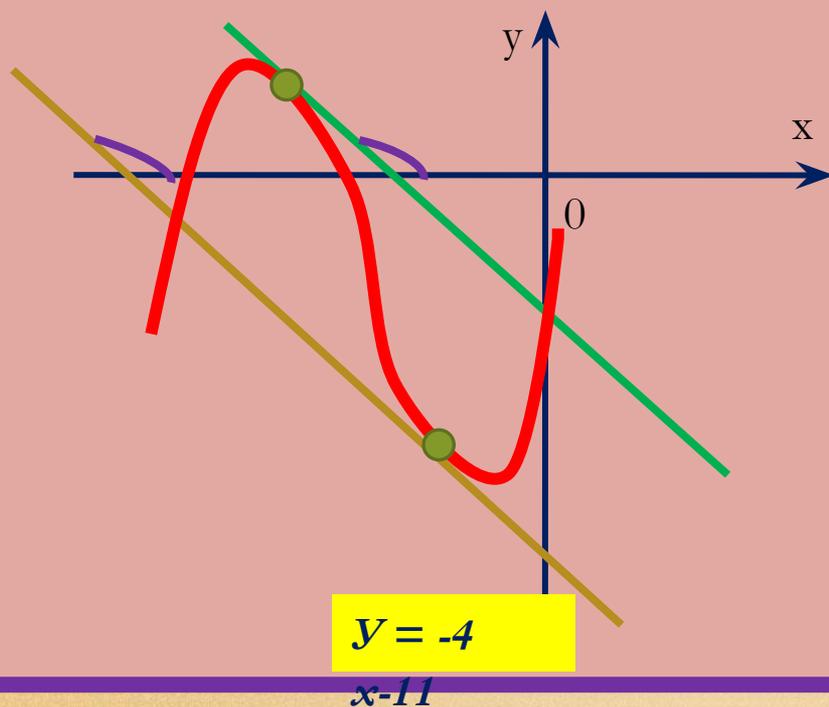
- Так как касательная параллельна прямой  $y=8x+11$ , то их угловые коэффициенты совпадают, т.е. угловой коэффициент касательной равен восьми  **$k = 8$** .

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

**$x_0$**  – абсцисса искомой точки касания



- В результате решения будут найдены абсциссы двух точек касания, которые принадлежат графику данной функции.
- Но только одна из этих точек принадлежит касательной  $y = -4x - 11$ , чтобы определить какая, нужно найденные абсциссы подставить в оба из данных уравнений. Должны получиться верные равенства.



# Памятка

- Чтобы найти угловой коэффициент касательной к графику функции в заданной точке или значение производной функции в точке, надо найти тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси  $Ox$ . Для этого достаточно найти отрезок касательной с концами в вершинах клеток  $x$  и  $y$ , считая его гипотенузой прямоугольного треугольника, **найти отношение противолежащего катета к прилежащему.**
- Если на рисунке нет касательной, но известны точки, через которые она проходит, сначала надо провести касательную, а потом рассмотреть прямоугольный треугольник, в котором найти отношение катетов.
- Если **угол** наклона касательной к положительному направлению оси  $Ox$  **острый**, то угловой коэффициент касательной и значение производной функции в точке **положительны**.
- Если **угол** наклона касательной к положительному направлению оси  $Ox$  **тупой**, то угловой коэффициент касательной и значение производной функции в точке **отрицательны**.

# Рефлексия

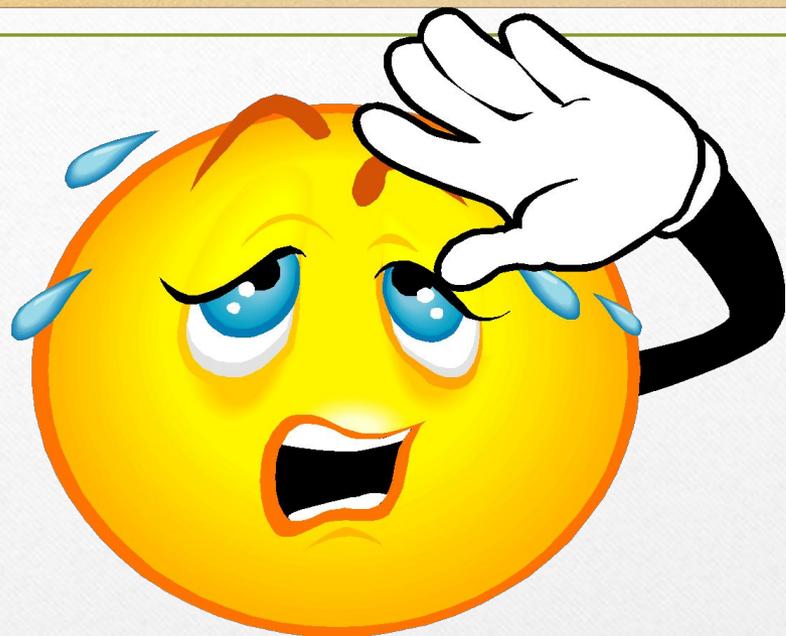


У меня всё  
получилось!  
!!

Надо  
ещё  
примеров.  
решить  
пару

Ну  
придумал  
математику!  
кто  
эту





*Спасибо за работу!*