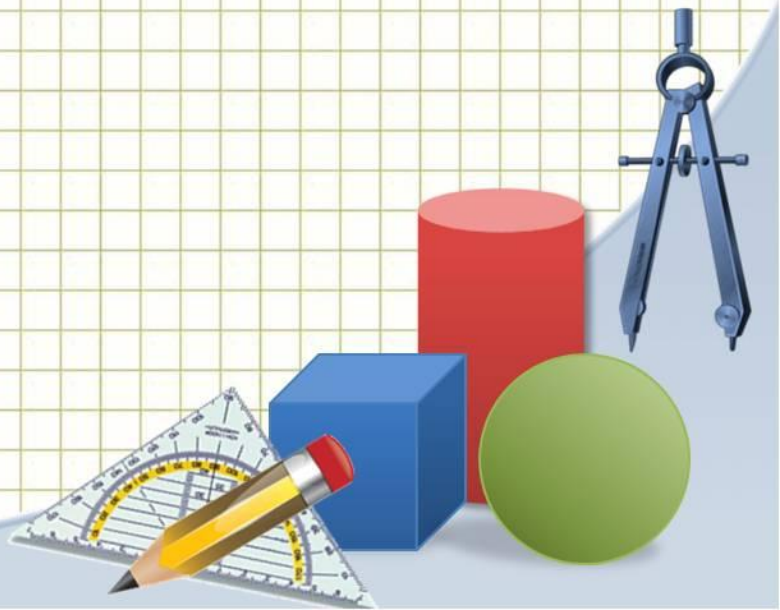
Системы показательных уравнений и неравенств



Блиц-опрос

1. Какая функция называется показательной?
2. Какова область определения функции $y=0{,}4^x$?
3. Какова область определения показательной функции?
4. Какова область значения функции $y=0{,}4^x$?
5. При каком условии показательная функция является возрастающей?
6. При каком условии показательная функция является убывающей?
7. Возрастает или убывает показательная функция $y=4^x$?
8. Имеет ли решение уравнение $0{,}4^x=10$?
9. Имеет ли решение уравнение $0{,}4^x=-0{,}4$?

Математический диктант

Если ответ правильный то «+»; если неверный то «-».

1. Функция $y = 2^x$ - возрастающая.
2. Функция $y = 0{,}2^x$ - возрастающая.
3. Решением неравенства $\left(\frac{1}{4}\right)^x < \left(\frac{1}{4}\right)^5$ - является X<5.
4. Решением неравенства $5^3 < 5^x$ - является X<3.
5. Решением неравенства $\left(\frac{2}{5}\right)^x \le \frac{2}{5}$ - является $[1;+\infty)$.

Математический диктант

Напишите метод решения показательного уравнения:

А.Приведение к одному основанию;

В.Вынесение общего множителя за скобки;

С.Замена переменного (приведение к квадратному).

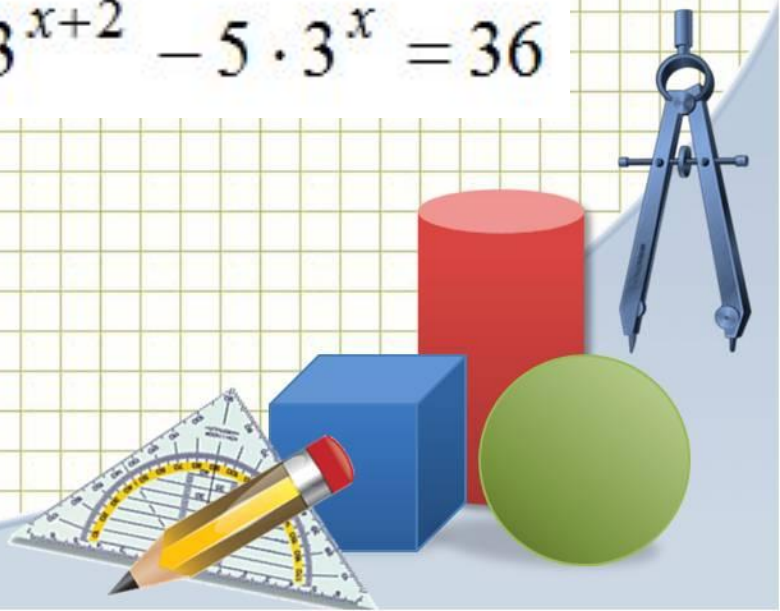
6. $5^{x+1}+5^{x}+5^{x-1}=31$

7. $27^{1-x}=\frac{1}{81}$

8. $4^{x}-3\cdot 2^{x}-4=0$

9. $36\cdot 216^{3x+1}=1$

10. $3^{x+2}-5\cdot 3^{x}=36$



Ответы

1. +
2. -
3. -
4. -
5. +
6. В
7. А
8. С
9. В
10. В

Критерии

Оценка "5" ставится: нет ошибок и исправлений

Оценка "4" ставится: 1-2 ошибки

Оценка "3" ставится: 3-4 ошибки

Оценка "2" ставится: 5 и более ошибок.

ТЕМА ЗАНЯТИЯ:

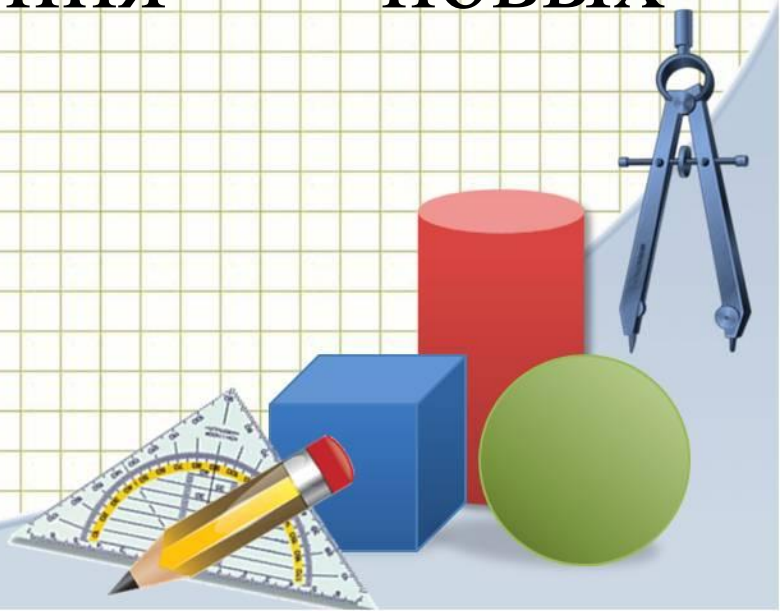
«Системы показательных уравнений и неравенств»

Цель урока:

Обобщить и закрепить знания о способах решения показательных уравнений и неравенств, содержащихся в системах уравнений и неравенств на основе свойств показательной функции.

Способы решения систем уравнений:

1. Способ подстановки.
2. Способ сложения.
3. Графический способ.
4. Способ введения новых переменных.

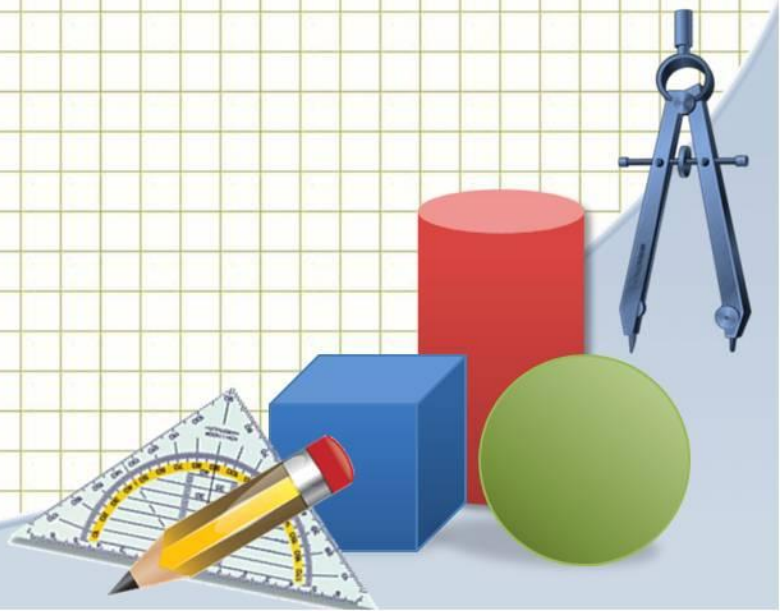


Способ подстановки:

- берется любое из данных уравнений и выражается y через x;
- затем y подставляется в уравнение системы, откуда и находится переменная x;
- после этого легко вычисляется переменная y.

Способ сложения:

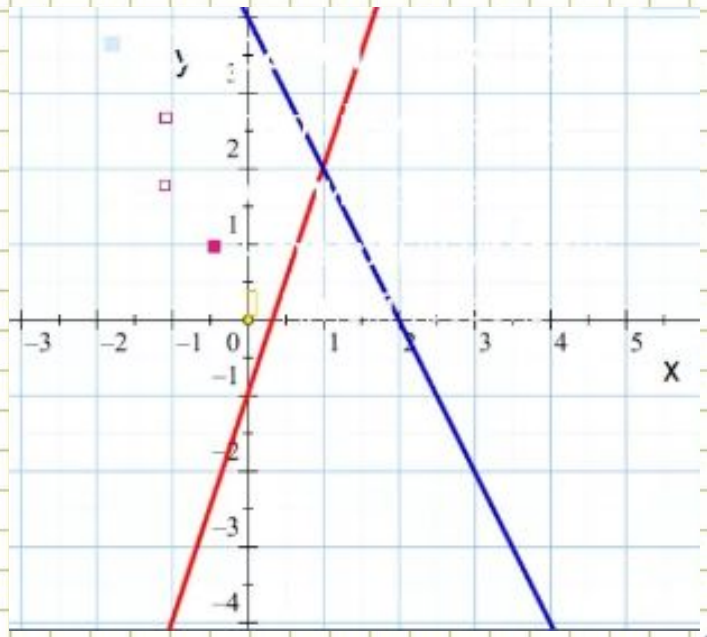
необходимо умножать одно или оба уравнения на такие числа, чтобы при сложении вместе обоих одна из переменных «исчезла».



Графический способ:

оба уравнения системы изображается на координатной плоскости и находится точка их пересечения.

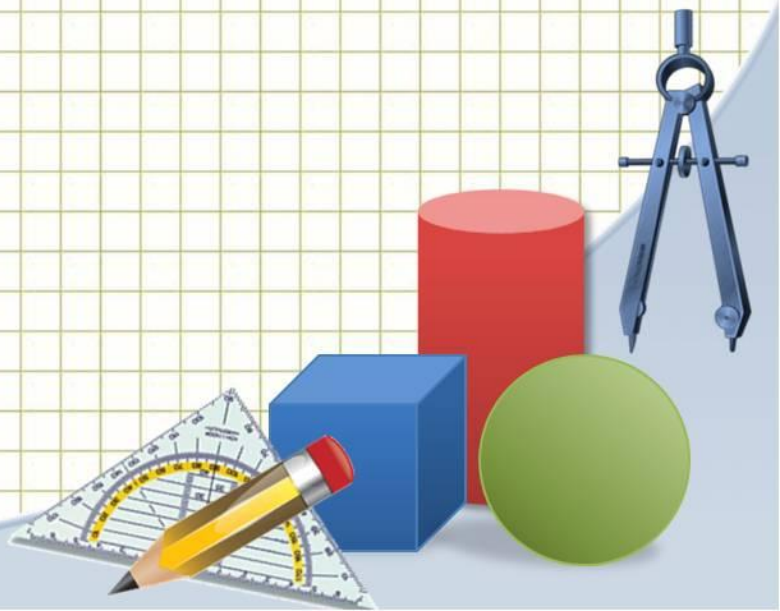
$$\begin{cases} y + 2x = 4, \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$



Ответ: (1,2)

Способ введения новых переменных:

мы делаем замену каких-либо выражений для упрощения системы, а потом применяем один из выше указанных способов.



Системы уравнений, состоящие из показательных уравнений, называются **системой показательных уравнений**.

Системы неравенств, состоящие из показательных неравенств, называются **системой показательных неравенств.**

Пример 1:

Решить систему уравнени $\begin{cases} 2x + y = -2 \\ 3^{x+y} = 9 \end{cases}$

Решение:

$$\begin{cases} y = -2 - 2x \\ 3^{x+y} = 9 \end{cases}$$

$$3^{x-2-2x} = 9$$

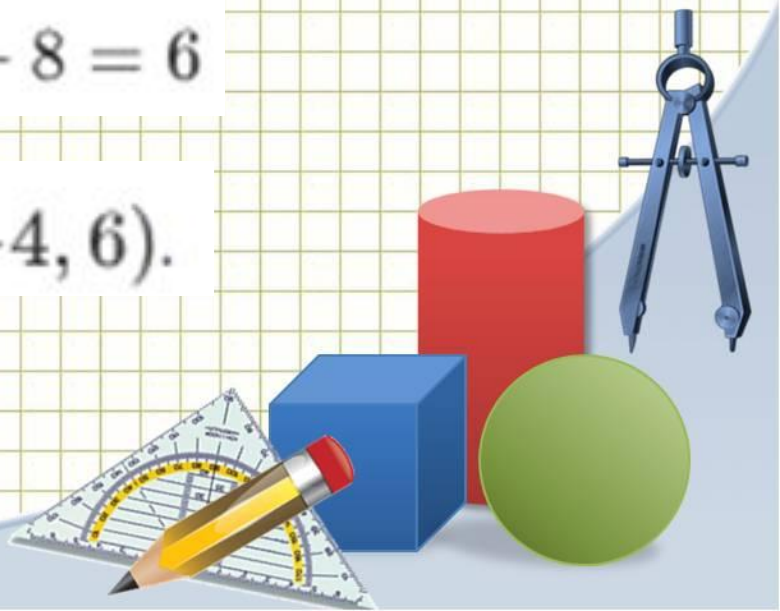
$$3^{-2-x} = 3^2$$

$$-2 - x = 2$$

$$x = -4$$

$$y = -2 + 8 = 6$$

Ответ: $(-4, 6)$.



Пример 2:

Решить систему уравнений $\begin{cases} 2^{x+1} - 3^y = -1 \\ 3^y - 2^x = 2 \end{cases}$

Решение:

$$\begin{cases} 2 \cdot 2^x - 3^y = -1 \\ 3^y - 2^x = 2 \end{cases}$$

$$2^x = u \ (u > 0),$$

$$3^y = v \ (v > 0)$$

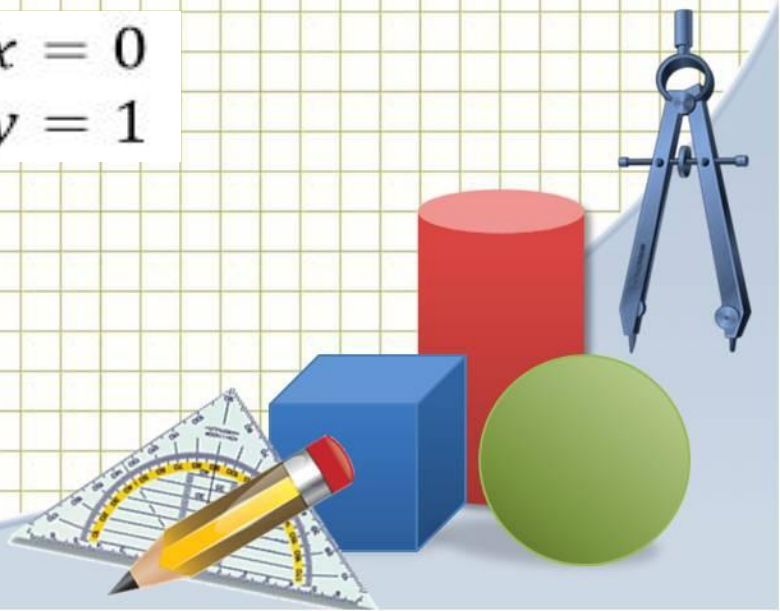
$$\begin{cases} 2u - v = -1 \\ v - u = 2 \end{cases}$$

$$2u - v + v - u = -1 + 2$$

$$u = 1$$

$$\begin{cases} 2^x = 1 \\ 3^y = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$$

Ответ: (0,1).



Пример 3:

Решить систему неравенств: $\begin{cases} 5^{2x+1} > 125 \\ 2x - 2 > 4 \end{cases}$

Решение:

$$\begin{cases} 5^{2x+1} > 5^3 \\ 2x > 6 \end{cases}$$

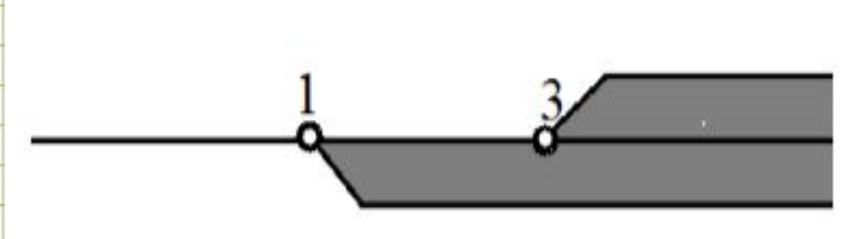
$$\begin{cases} 5^{2x+1} > 5^3 \\ x > 3 \end{cases}$$

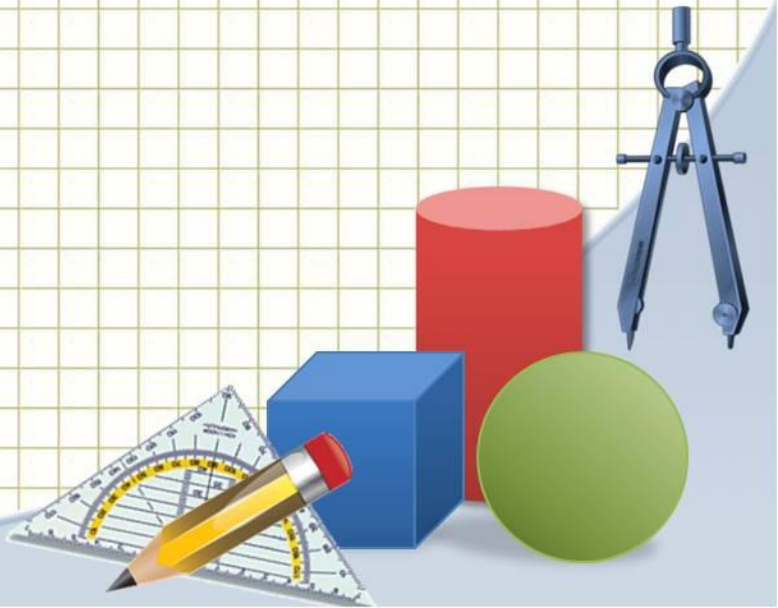
$$\begin{cases} 2x + 1 > 3 \\ x > 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x > 2 \\ x > 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 1 \\ x > 3 \end{cases}$$

Ответ: $(3;+\propto)$.





Приобретать знания – храбрость

Приумножать их – мудрость

А умело применять – великое искусство

Домашнее задание:

- № 240(2), №241(2), №242(2), №244 (1).

(Алимов Ш.А. Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы)