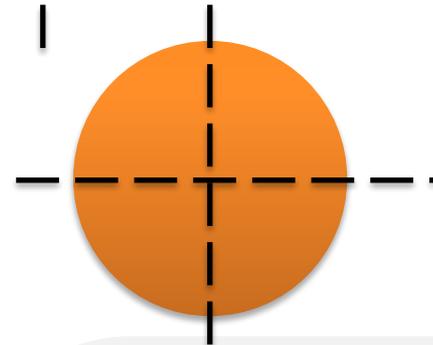
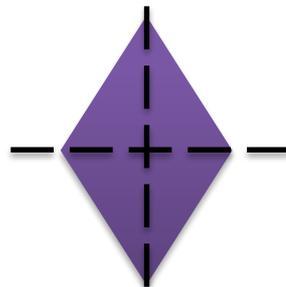
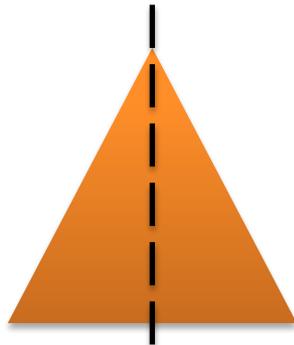
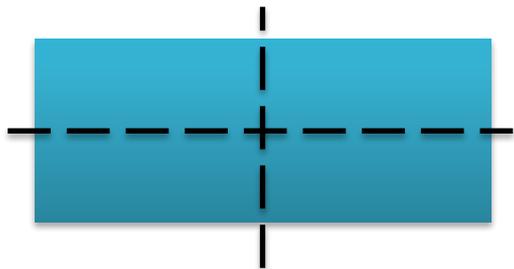
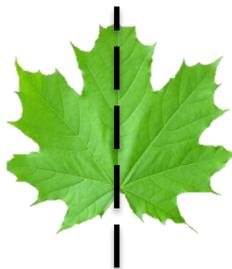
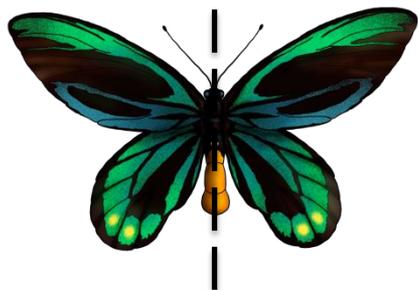


# Осевая симметрия

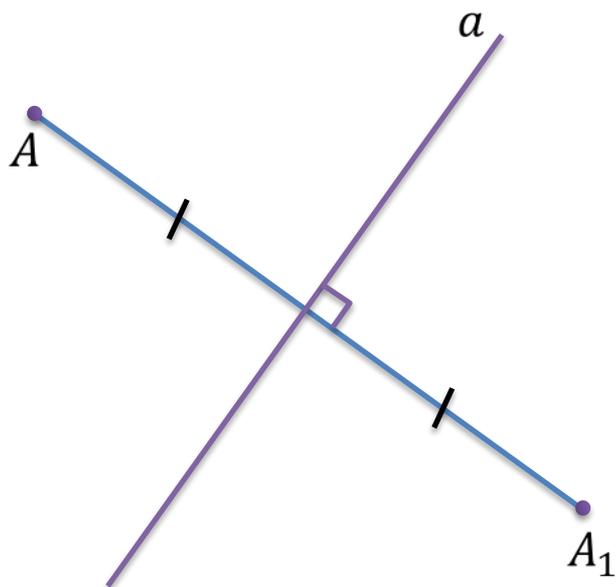
## Сегодня на уроке:

- ✓ Осевая симметрия на плоскости
- ✓ Осевая симметрия в пространстве
- ✓ Будет ли осевая симметрия движением пространства?

Фигура называется *симметричной относительно прямой  $a$* , если для каждой точки фигуры симметричная ей точка относительно прямой  $a$  также принадлежит этой фигуре. Прямая  $a$  называется *осью симметрии фигуры*. Про такую фигуру говорят, что она обладает осевой симметрией.



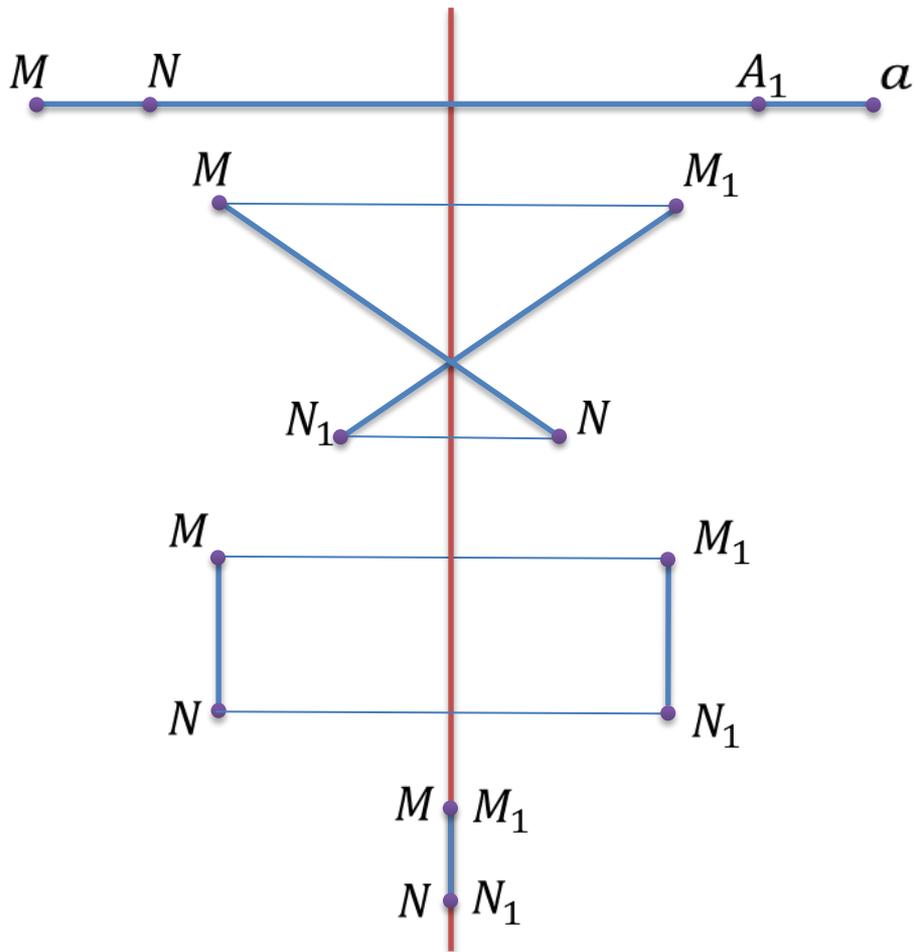
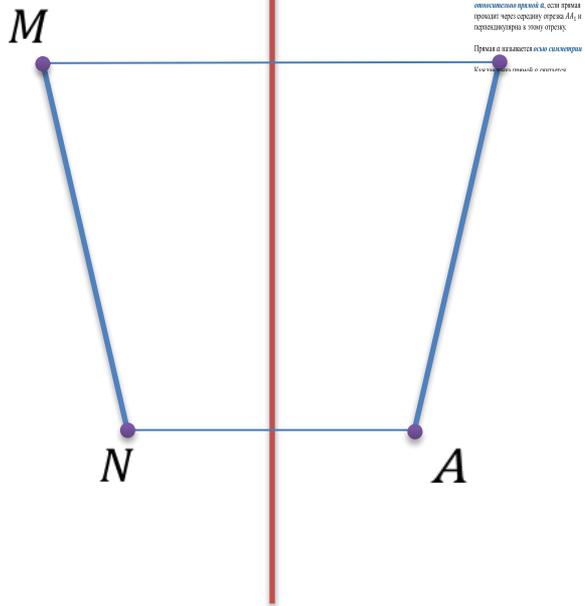
# Симметрия относительно прямой

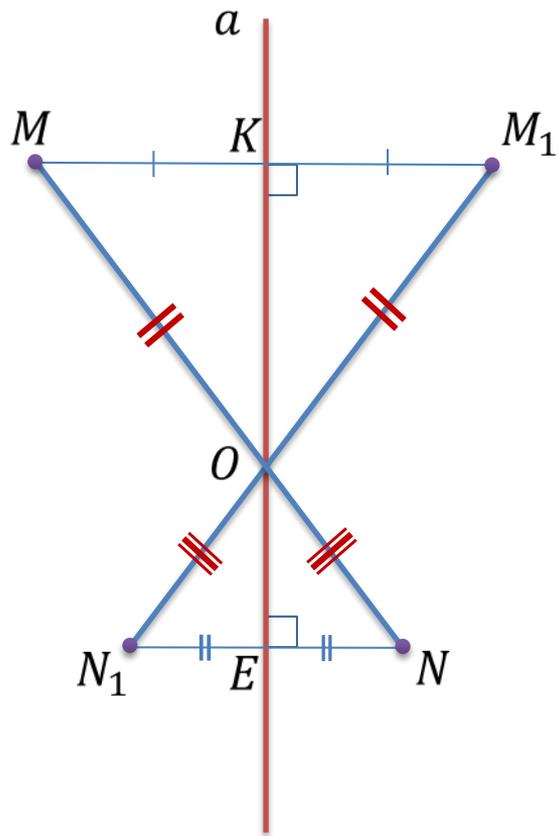


Точки  $A$  и  $A_1$  называются *симметричными относительно прямой  $a$* , если прямая  $a$  проходит через середину отрезка  $AA_1$  и перпендикулярна к этому отрезку.

Прямая  $a$  называется *осью симметрии*.

Каждая точка прямой  $a$  считается симметричной самой себе.



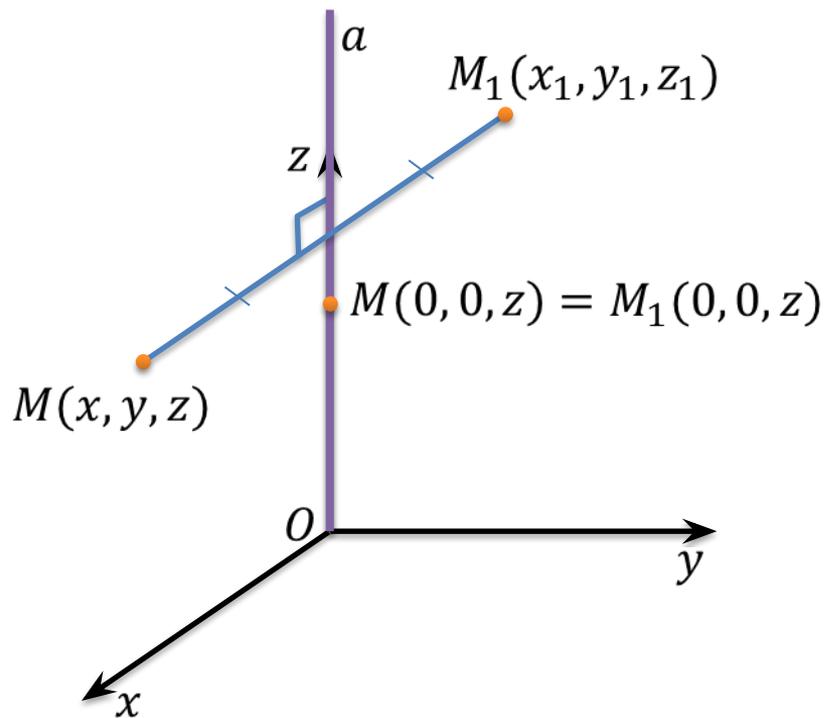


$$\left. \begin{array}{l} a \perp MM_1 \\ a \perp NN_1 \\ MK = KM_1 \\ N_1E = EN \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta MOM_1 \text{ и } \Delta NON_1 \text{ равнобедренные}$$

$$\left. \begin{array}{l} MN = MO + ON \\ M_1N_1 = M_1O + ON_1 = MO + ON \end{array} \right\} \Rightarrow MN = M_1N_1$$

Осевая симметрия сохраняет расстояние между точками, то есть осевая симметрия – пример *движения плоскости*

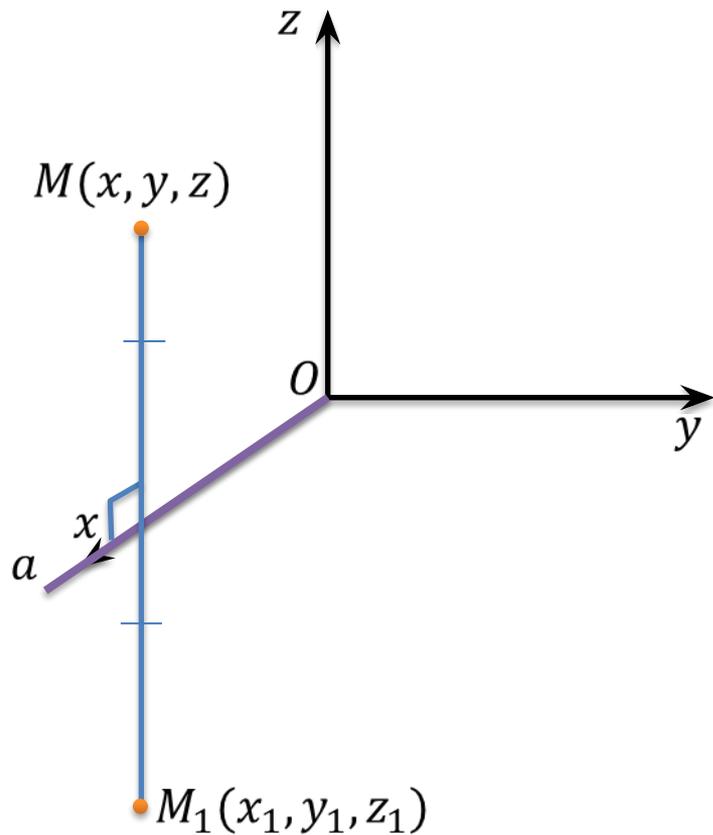
В пространстве *осевой симметрией с осью  $a$*  мы назовем такое отображение пространства на себя, при котором любая точка  $M$  переходит в симметричную ей точку  $M_1$  относительно оси  $a$ .



$$M_1 \quad N_1 \quad M$$

$$N_1 \quad M_1 \quad N$$

$$z = z_1$$

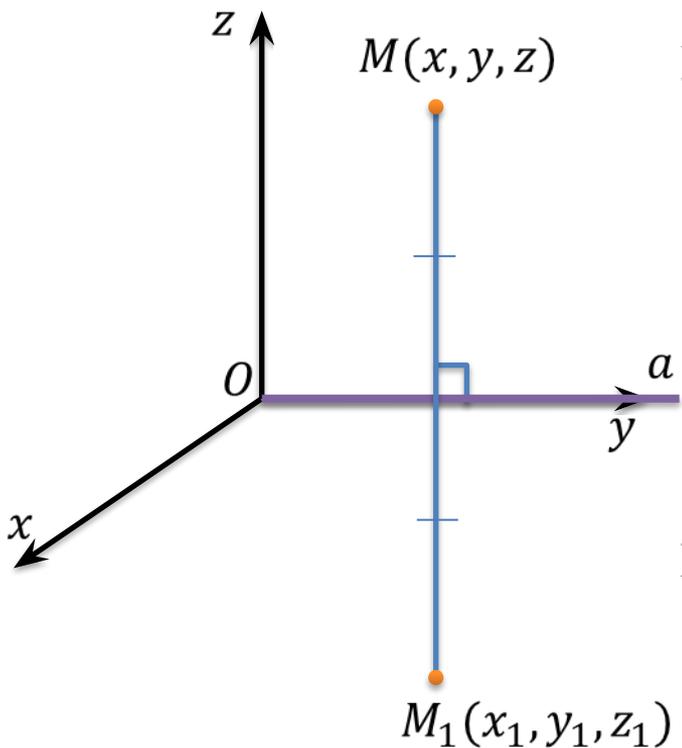


Если ось симметрии проходит через ось  $Ox$ :

$$x = x_1$$

$$\frac{y + y_1}{2} = 0 \Rightarrow y_1 = -y$$

$$\frac{z + z_1}{2} = 0 \Rightarrow z_1 = -z$$



Если ось симметрии проходит через ось  $Ox$ :

$$x = x_1$$

$$\frac{y + y_1}{2} = 0 \Rightarrow y_1 = -y$$

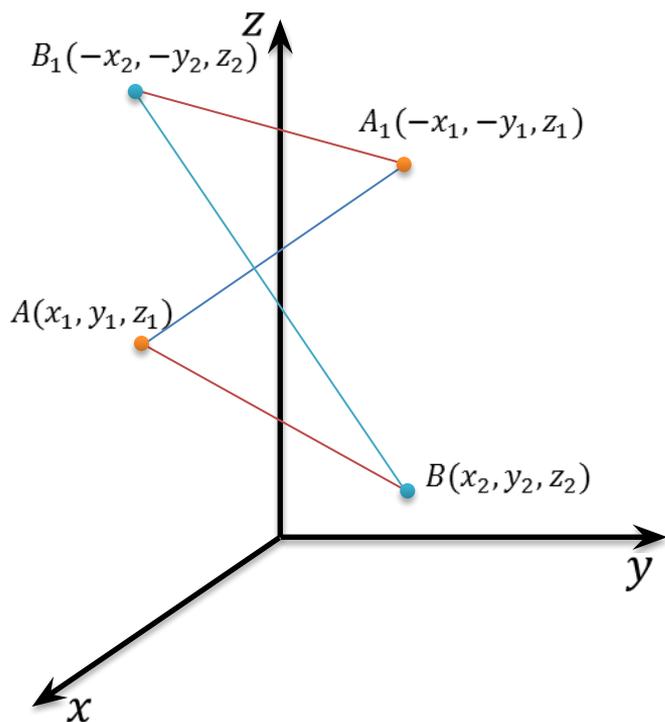
$$\frac{z + z_1}{2} = 0 \Rightarrow z_1 = -z$$

Если ось симметрии проходит через ось  $Oy$ :

$$\frac{x + x_1}{2} = 0 \Rightarrow x_1 = -x$$

$$y = y_1$$

$$\frac{z + z_1}{2} = 0 \Rightarrow z_1 = -z$$



$$M_1 N_1 = M_1 O + O N_1$$

$$\begin{aligned}
 A_1 B_1 &= \sqrt{(-x_2 - (-x_1))^2 + (-y_2 - (-y_1))^2 + (z_2 - z_1)^2} = \\
 &= \sqrt{-(x_2 - x_1))^2 + -(y_2 - y_1))^2 + (z_2 - z_1)^2} = \\
 &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow MN = M_1 N_1$$

Расстояние между точками при осевой симметрии в пространстве сохраняется, значит, осевая симметрия в пространстве также *является движением*, но уже не плоскости, а *пространства*.

**Задача.** Найти координаты точек, в которые переходят точки  $A(0, 1, 2)$ ,  $B(3, -1, 4)$ ,  $C(1, 0, -2)$  при осевой симметрии относительно координатных осей.

**Решение:**

Если точка  $M(x, y, z)$  симметрична точке  $M_1(x_1, y_1, z_1)$  относительно оси  $Ox$ , то справедливы формулы:  $x_1 = x$ ,  $y_1 = -y$ ,  $z_1 = -z$ .

Точка  $A(0, 1, 2)$  отобразится в точку  $A_1(0, -1, -2)$ .

Точка  $B(3, -1, 4)$  отобразится в точку  $B_1(3, 1, -4)$ .

Точка  $C(1, 0, -2)$  отобразится в точку  $C_1(1, 0, 2)$ .

**Задача.** Найти координаты точек, в которые переходят точки  $A(0, 1, 2)$ ,  $B(3, -1, 4)$ ,  $C(1, 0, -2)$  при осевой симметрии относительно координатных осей.

**Решение:**

Если точка  $M(x, y, z)$  симметрична точке  $M_1(x_1, y_1, z_1)$  относительно оси  $Oy$ , то справедливы формулы:  $x_1 = -x$ ,  $y_1 = y$ ,  $z_1 = -z$ .

Точка  $A(0, 1, 2)$  отобразится в точку  $A_1(0, 1, -2)$ .

Точка  $B(3, -1, 4)$  отобразится в точку  $B_1(-3, -1, -4)$ .

Точка  $C(1, 0, -2)$  отобразится в точку  $C_1(-1, 0, 2)$ .

**Задача.** Найти координаты точек, в которые переходят точки  $A(0, 1, 2)$ ,  $B(3, -1, 4)$ ,  $C(1, 0, -2)$  при осевой симметрии относительно координатных осей.

**Решение:**

Если точка  $M(x, y, z)$  симметрична точке  $M_1(x_1, y_1, z_1)$  относительно оси  $Oz$ , то справедливы формулы:  $x_1 = -x$ ,  $y_1 = -y$ ,  $z_1 = z$ .

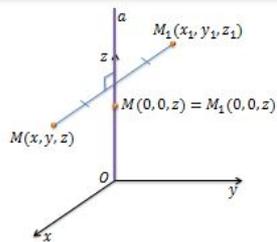
Точка  $A(0, 1, 2)$  отобразится в точку  $A_1(0, -1, 2)$ .

Точка  $B(3, -1, 4)$  отобразится в точку  $B_1(-3, 1, 4)$ .

Точка  $C(1, 0, -2)$  отобразится в точку  $C_1(-1, 0, -2)$ .

# Осевая симметрия

В пространстве *осевой симметрии с осью  $a$*  мы назовем такое отображение пространства на себя, при котором любая точка  $M$  переходит в симметричную ей точку  $M_1$  относительно оси  $a$ .

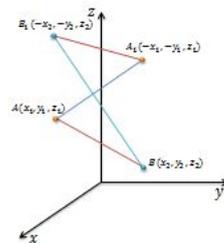


$$\frac{x + x_1}{2} = 0 \Rightarrow x_1 = -x$$

$$\frac{y + y_1}{2} = 0 \Rightarrow y_1 = -y$$

$$z = z_1$$

VIDEOUROKI.NET



$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$A_1B_1 = \sqrt{(-x_2 - (-x_1))^2 + (-y_2 - (-y_1))^2 + (z_2 - z_1)^2} =$$

$$= \sqrt{(-x_2 + x_1)^2 + (-y_2 + y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} =$$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$AB = A_1B_1$$

Расстояние между точками при осевой симметрии в пространстве сохраняется, значит, осевая симметрия в пространстве также является движением, но уже не плоскости, а пространства.

VIDEOUROKI.NET

**Задача.** Найти координаты точек, в которые переходят точки  $A(0, 1, 2)$ ,  $B(3, -1, 4)$ ,  $C(1, 0, -2)$  при осевой симметрии относительно координатных осей.

**Решение:**

Если точка  $M(x, y, z)$  симметрична точке  $M_1(x_1, y_1, z_1)$  относительно оси  $Ox$ , то справедливы формулы  $x_1 = x$ ,  $y_1 = -y$ ,  $z_1 = -z$ .

Точка  $A(0, 1, 2)$  отобразится в точку  $A_1(0, -1, -2)$ .

Точка  $B(3, -1, 4)$  отобразится в точку  $B_1(3, 1, -4)$ .

Точка  $C(1, 0, -2)$  отобразится в точку  $C_1(1, 0, 2)$ .

VIDEOUROKI.NET

VIDEOUROKI.NET