

19-10-16

## План урока

- Краткое повторение темы «ФУНКЦИЯ»  
Конспект? (проверка)
- Изучение новой темы («Производная  
Функции»)
- Выполнение заданий по теме на  
компьютере
- Домашнее задание

**Производная функции.**  
Математический,  
геометрический, физический,  
музыкальный и "жизненный  
СМЫСЛ".

**Правила вычисления  
производных**

Функции – как люди  
в разных ситуациях ведут себя по  
разному

Как описать ХАРАКТЕР  
ПОВЕДЕНИЯ?

# ОСОБЕННОСТИ ПОВЕДЕНИЯ

- Возрастание  
(быстрее или медленнее)  
Убывание (быстрее или медленнее)
- Точка максимума
- Точка минимума
- Разрыв

# МУЗЫКАЛЬНЫЕ ПРИМЕРЫ

- Громкость звучания оркестра
- «Штрих» смычка
- Взмах палочки
- Нажатие на клавишу рояльной клавиатуры
- Интонация вокальной партии

# ПРИМЕРЫ ИЗ ЖИЗНИ

- Колебания курсов валют
- Зависимость температуры воздуха от времени суток
- Рост человека от возраста
- Продолжительность дня/ ночи от даты

# Быстрота изменчивости

Производная функции—

Описывает «Характер поведения»

- Быстроту изменчивости данной функции

- Тоже функция (но другая)

- Можно посчитать (ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТЬ);

существуют

правила / формулы для вычисления производных

# Качественный смысл

- Чем  $\Pi$ . больше нуля, тем  $\Phi$ . возрастает быстрее
- Чем  $\Pi$ . меньше нуля, тем  $\Phi$ . убывает быстрее
- Если  $\Pi = 0$ , то Точка Минимума или Максимума
- Если производная = CONST то функция не изменяется

# МАКСИМУМ / МИНИМУМ

- Точка МАКСИМУМа

возрастание сменяется на убывание

Производная меняет знак

Плюса на минус

- Точка МИНИМУМа

убывание сменяется на возрастание

Производная меняет знак с минуса на плюс

# ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ

- $S = S(t)$  зависимость пути от времени  
Быстрота изменения пути от времени  
это...

СКОРОСТЬ ( $v$ )

- $v = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1}$

$$V_{CP} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

## Определение

*Производной функции называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю.*

$$y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{y(x_0 + \Delta x) - y(x_0)}{\Delta x}$$

Обозначение  $y'$  или  $f'(x)$

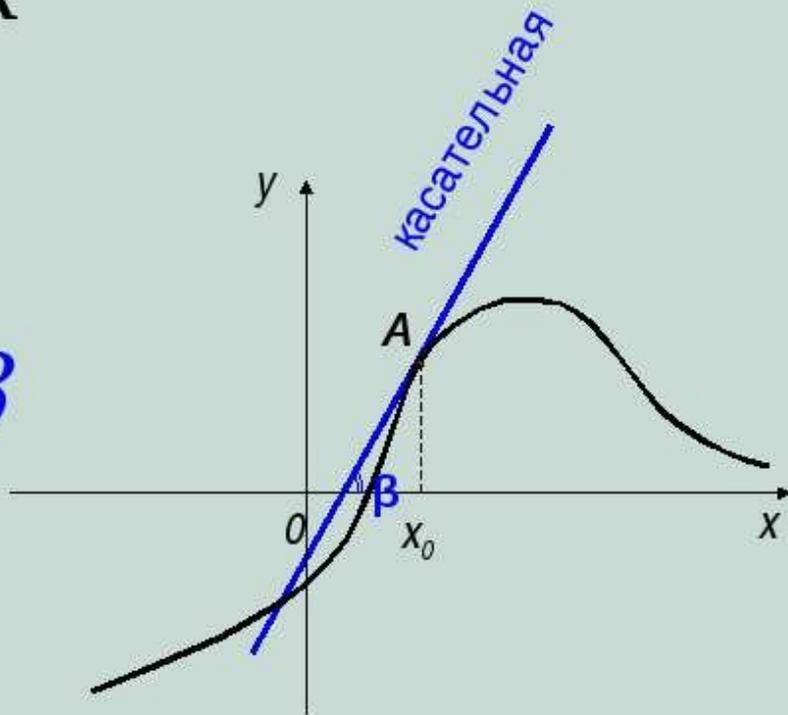
**Математическое  
определение ПРОИЗВОДНОЙ**

Итак, *по определению*, производной функции в любой точке из  $D(f)$  называется:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

Геометрический смысл производной:

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \operatorname{tg} \beta$$

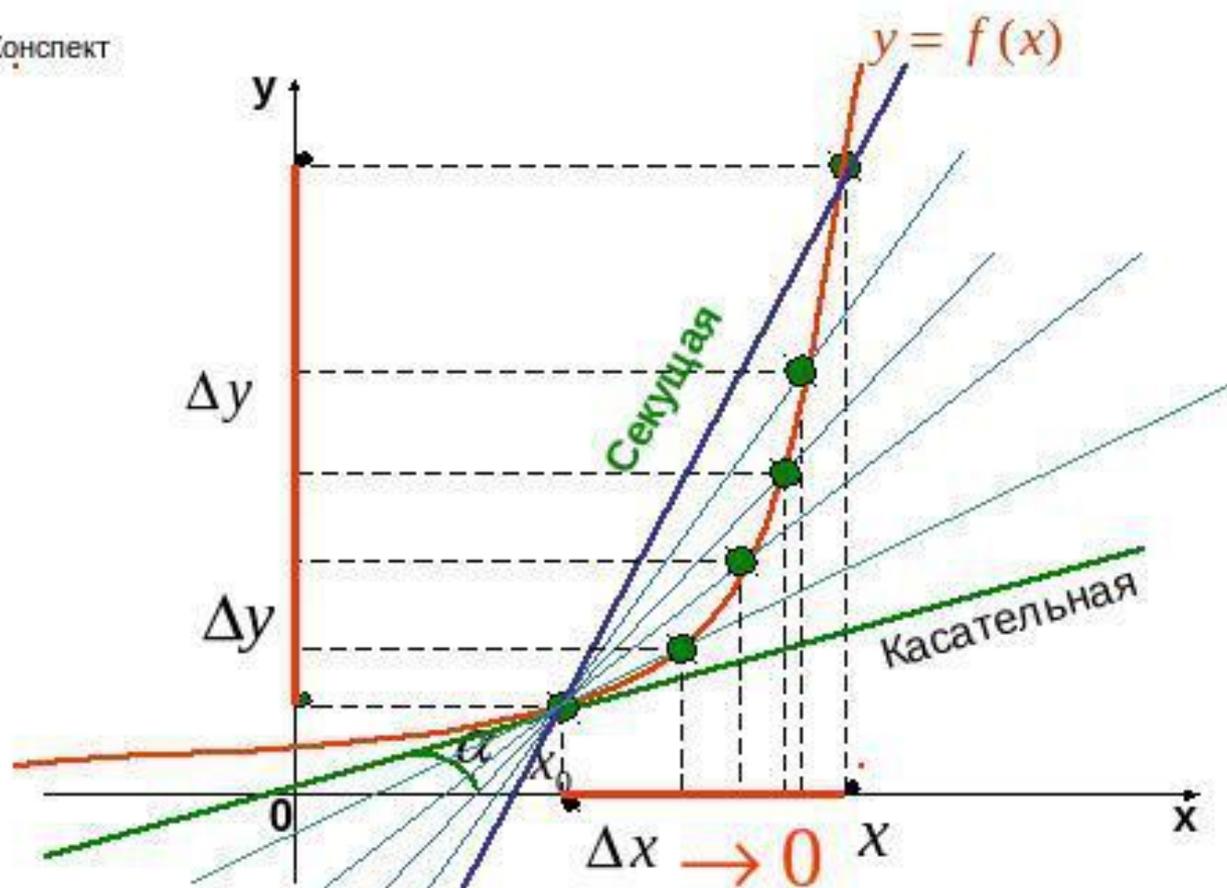


Физический смысл производной:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} \quad - \text{ мгновенная скорость изменения функции.}$$

## Определение производной от функции в данной точке.

Конспект



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha = k$$

$k$  – угловой коэффициент прямой (секущей)

$$y = kx + b$$

Обозначение:

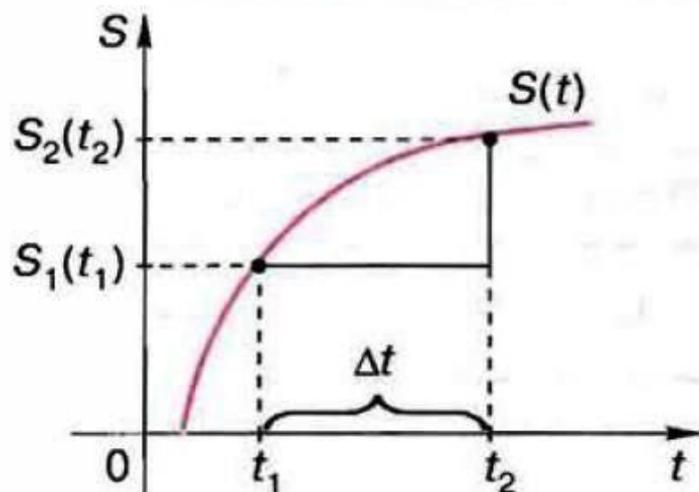
$$f'(x)$$

Производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  называется

число, к которому стремится отношение  $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$  при  $\Delta x \rightarrow 0$ .



# ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ



Пусть точка движется прямолинейно по закону  $S = S(t)$ , где  $S$  — перемещение точки за время  $t$ .

$$v_{\text{ср}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S(t_1 + \Delta t) - S(t_1)}{\Delta t}$$

средняя скорость точки за промежуток времени  $[t_1; t_2]$ .

**Мгновенная скорость** точки в данный момент времени  $t_1$  равна значению производной от закона движения.

$$v(t_1) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{S(t_1 + \Delta t) - S(t_1)}{\Delta t}$$

Такие величины как **перемещение**, **скорость** и **ускорение** при движении точки связаны между собой.

Производную от производной называют производной второго порядка или второй производной.

$$\begin{aligned} v(t) &= S'(t) \\ a(t) &= v'(t) = \\ &= (S'(t))' = S''(t) \end{aligned}$$

# Таблица производных

Функция	Производная
$y = C, \quad C = Const$	0
$y = Cx$	$y' = C$
$y = x^n$	$y' = n \cdot x^{n-1}$
$y = e^{nx}$	$y' = ne^{nx}$
$y = a^x$	$y' = a^x \ln a$
$y = \ln x$	$y' = \frac{1}{x}$
$y = \sin x$	$y' = \cos x$
$y = \cos x$	$y' = -\sin x$
$y = \operatorname{tg} x$	$y' = \frac{1}{\cos^2 x}$
$y = \operatorname{ctg} x$	$y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

# ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

$$1. \quad (u + v)' = u' + v';$$

$$2. \quad (u - v)' = u' - v';$$

$$3. \quad (C \cdot u)' = C \cdot u';$$

$$4. \quad (u \cdot v)' = u' \cdot v + uv';$$

$$5. \quad \left( \frac{u}{v} \right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}.$$

# ЗАДАНИЯ

РЕШУ ЕГЭ

МАТЕМАТИКА / БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

<https://mathb-ege.sdamgia.ru/>

Каталог

**14.Анализ графиков и диаграмм**