

ФГБОУ ВО «Алтайский государственный технический
университет» им. И. И. Ползунова

Модуль «Начертательная геометрия»

Тема **2**

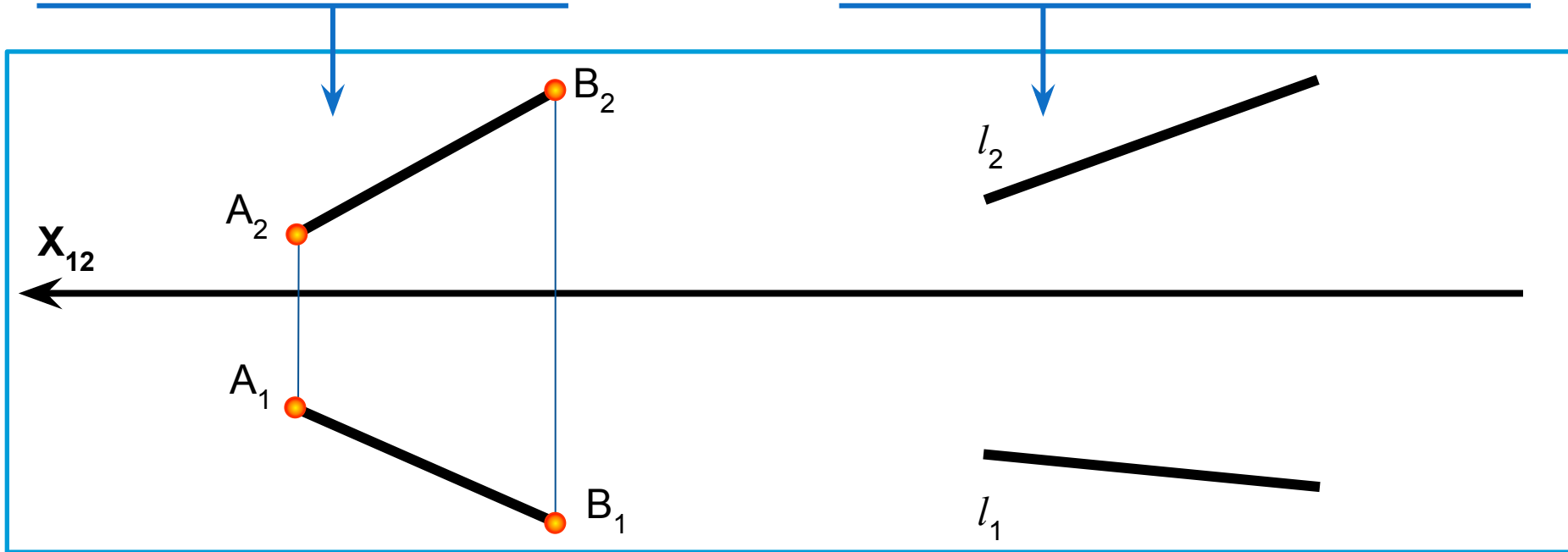
КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ ПРЯМОЙ ЛИНИИ

к.т.н., доцент Кошелева Е. А.

Барнаул
2020

КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ ПРЯМОЙ ЛИНИИ – ЭТО КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ ДВУХ ТОЧЕК, СОЕДИНЕННЫХ МЕЖДУ СОБОЙ

прямую на комплексном чертеже можно задать проекциями двух ее точек или минимум двумя проекциями самой прямой



замечание: Так как при параллельном переносе плоскостей проекций не изменяется проекция фигуры (линии), то ось X_{12} можно не указывать, подразумевая, что она идет всегда горизонтально, а линии связи проекций точек – вертикально

положение прямой в пространстве относительно плоскостей проекций

определяют по **графическим признакам** на комплексном чертеже

ПРЯМАЯ

ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

**НЕ ПАРАЛЛЕЛЬНА
И НЕ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНА**
ни одной из плоскостей
проекций

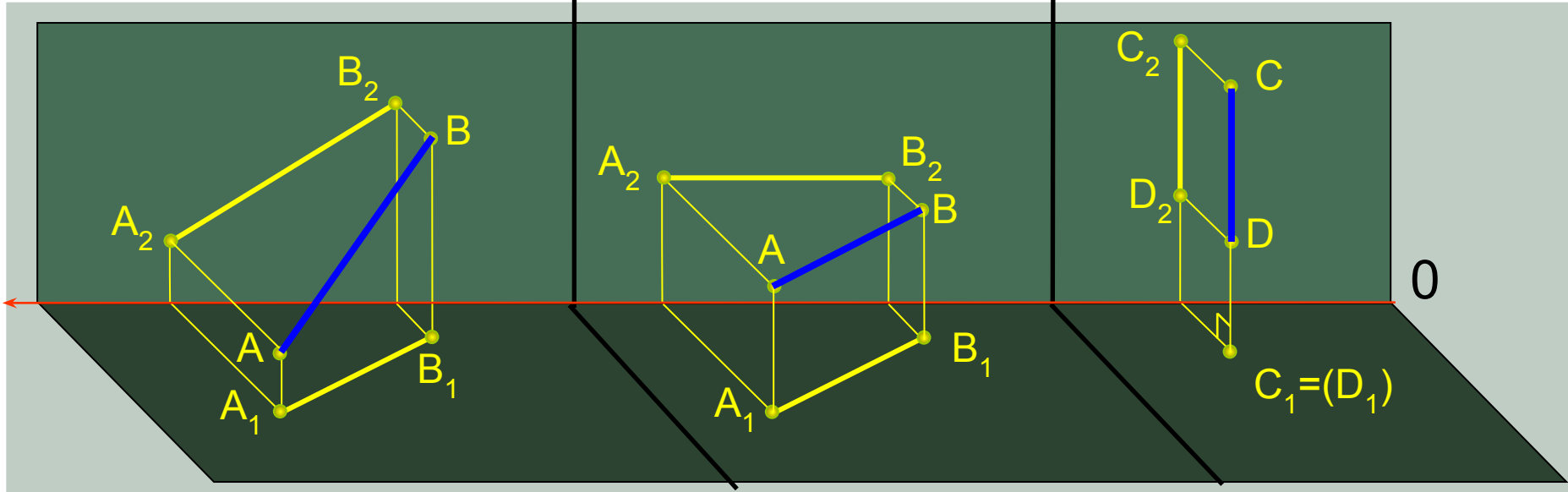
ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

УРОВНЯ

ПАРАЛЛЕЛЬНА
одной из плоскостей
проекций

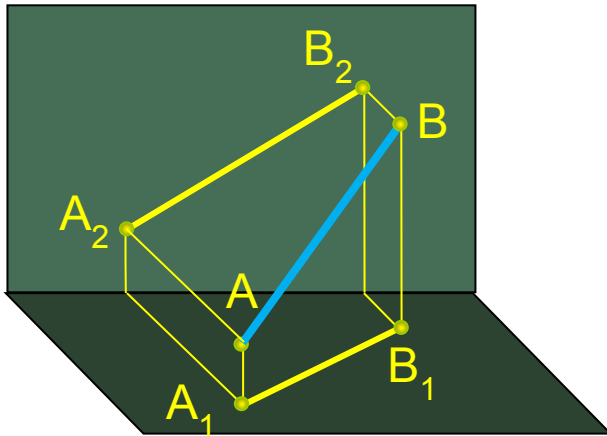
ПРОЕЦИРУЮЩАЯ

ПЕРПЕНДИКУЛЯРНА
одной из плоскостей
проекций



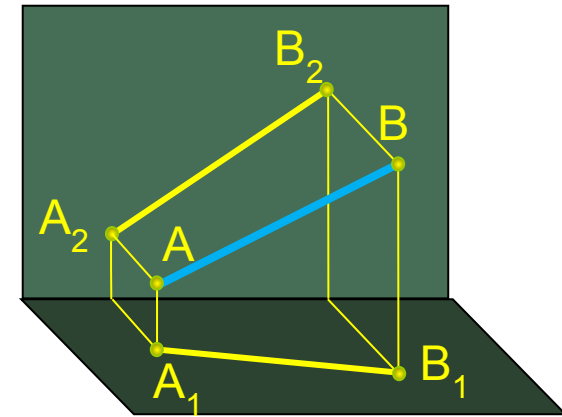
ПРЯМЫЕ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

прямые общего положения

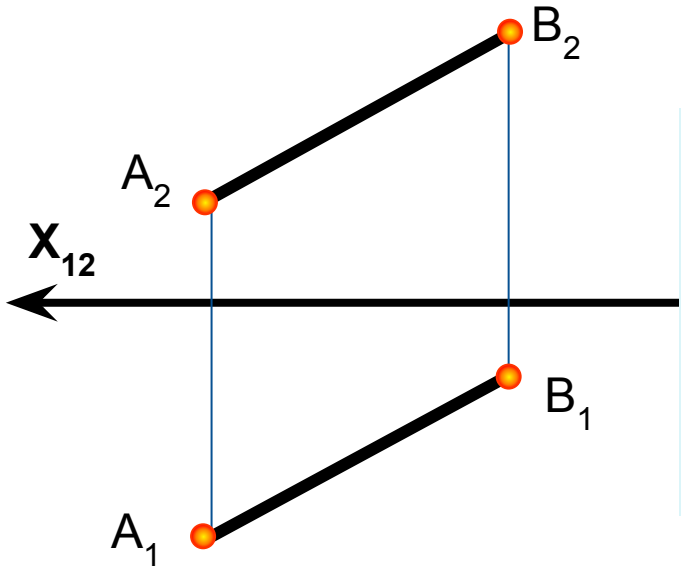


ВОСХОДЯЩИЕ

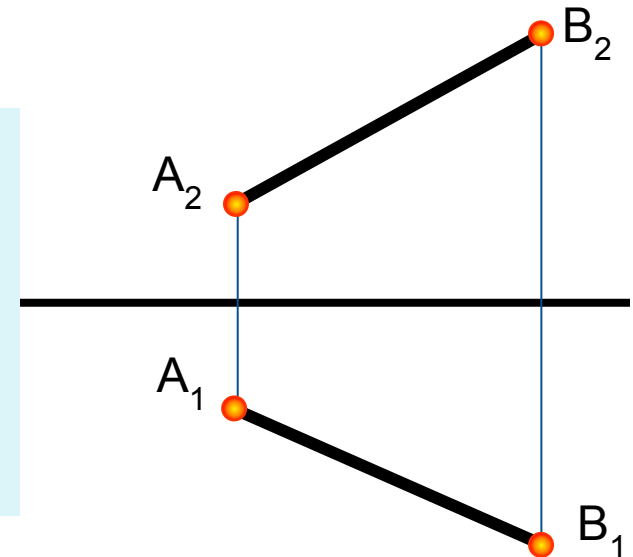
прямой общего положения -
называется линия,
не параллельная
и
не перпендикулярная
ни одной из
плоскостей проекций



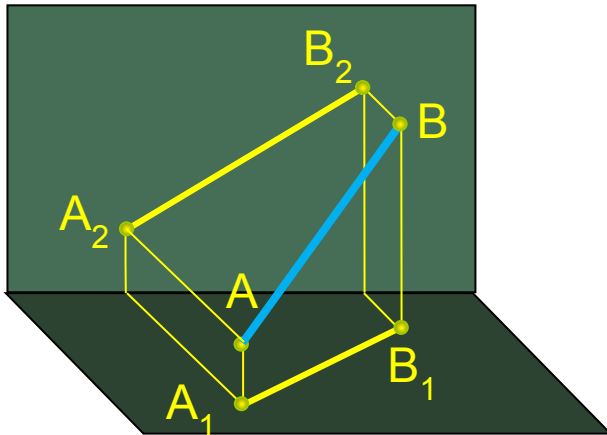
НИСХОДЯЩИЕ



прямые общего положения
не имеют
проекций
в натуральную
величину (НВ)

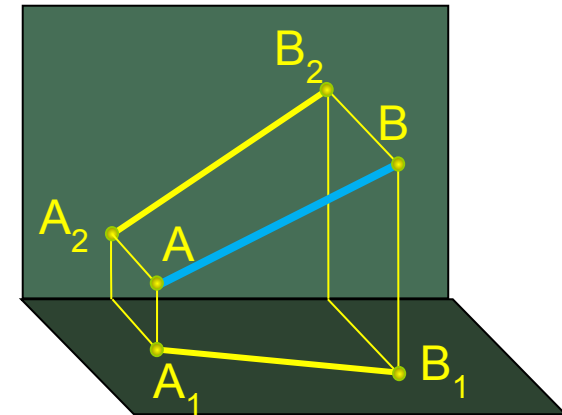


прямые общего положения

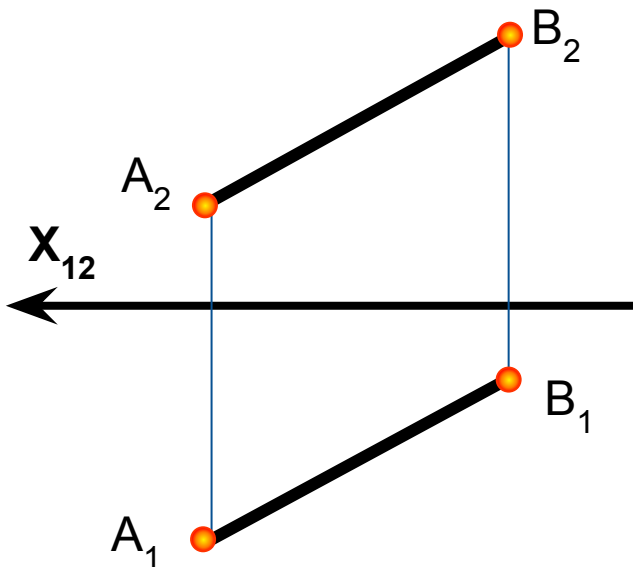


ВОСХОДЯЩИЕ

прямой общего положения -
называется линия,
не параллельная
и
не перпендикулярная
ни одной из
плоскостей проекций

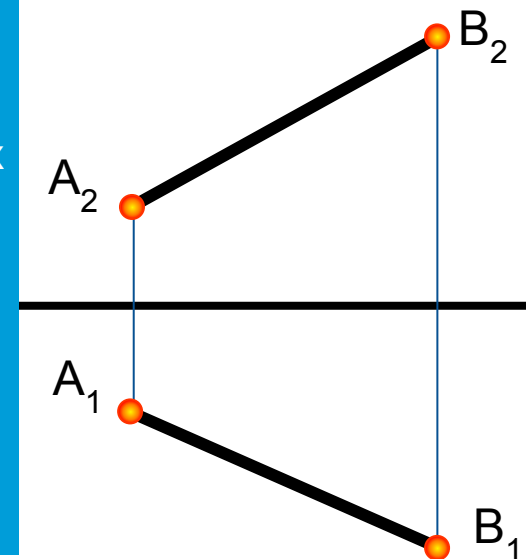


НИСХОДЯЩИЕ



восходящая –
по мере удаления
от наблюдателя точки
прямой поднимаются вверх
(сравнить концы отрезка (A и B):
их координаты Y и Z)

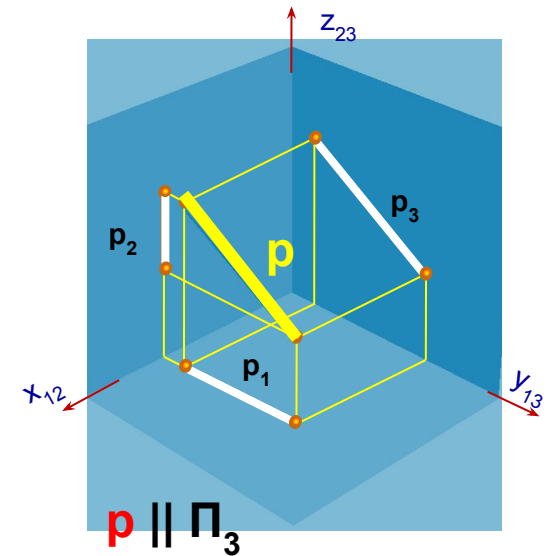
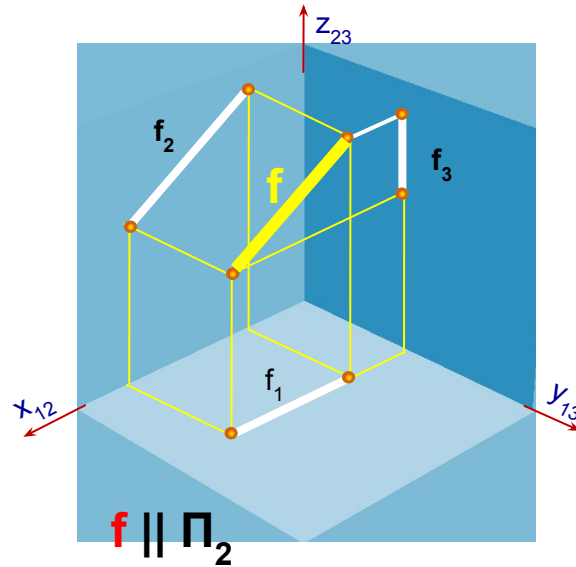
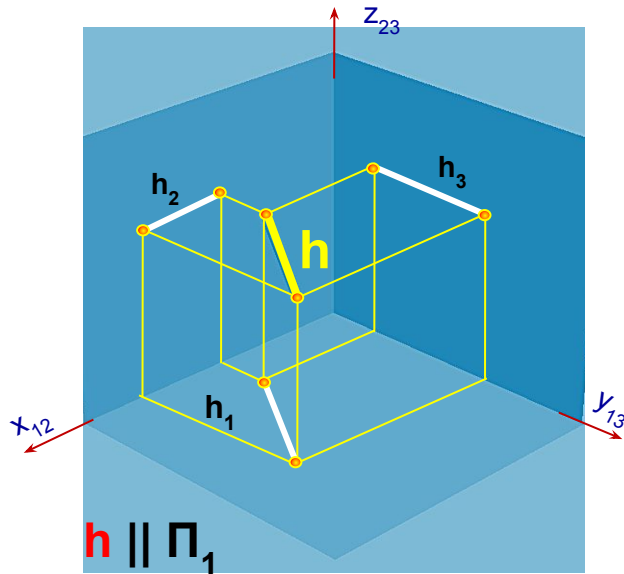
нисходящая –
по мере удаления
от наблюдателя точки
прямой опускаются вниз
(сравнить концы отрезка (A и B):
их координаты Y и Z)



**ПРЯМЫЕ
ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ:
ПРЯМЫЕ УРОВНЯ,
ПРОЕЦИРУЮЩИЕ ПРЯМЫЕ**

прямая уровня

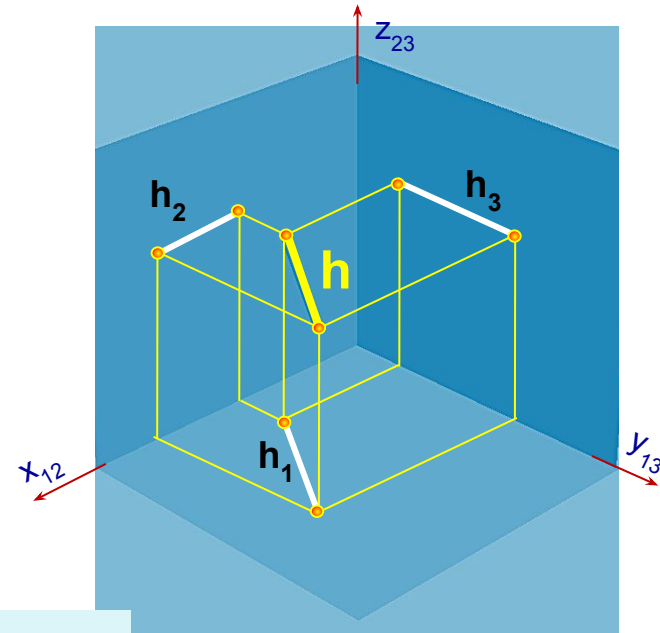
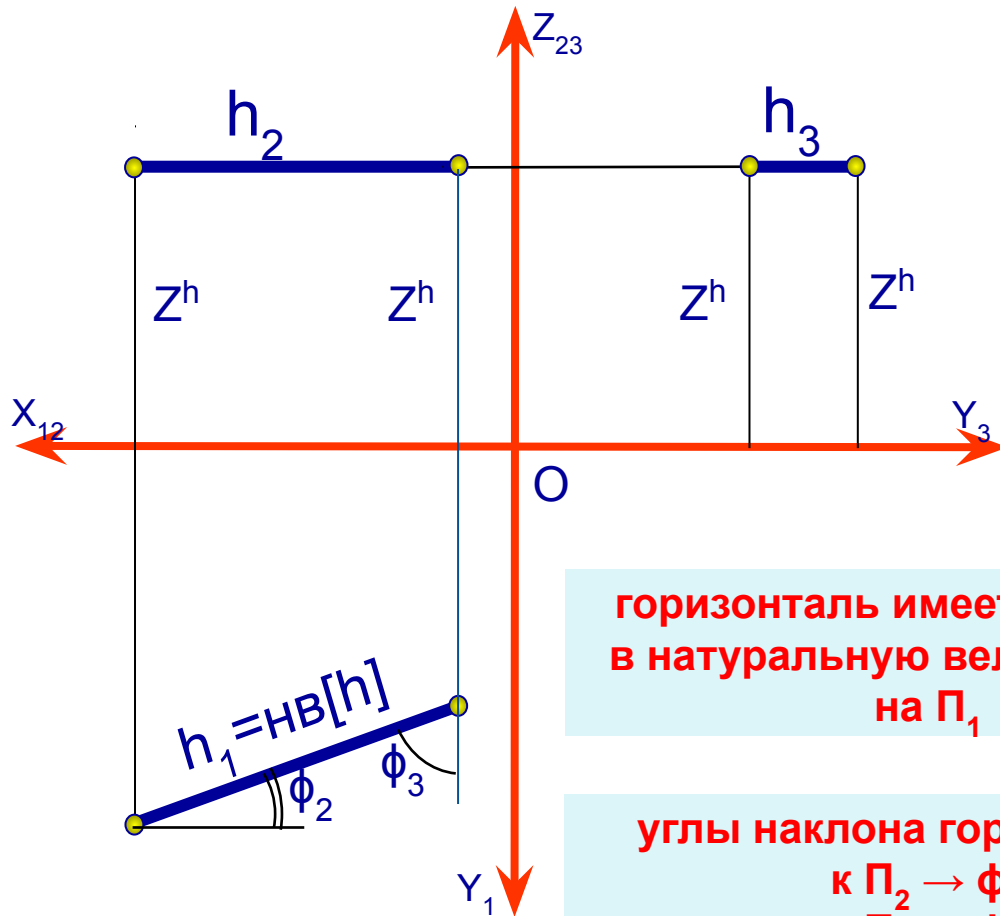
линия,
параллельная
одной из плоскостей проекций



прямая уровня и плоскость,
которой она параллельна,
имеют одинаковые названия (имена)

горизонтальная прямая уровня

h – горизонталь $h \parallel \Pi_1$



горизонталь имеет проекцию
в натуральную величину (НВ)
на Π_1

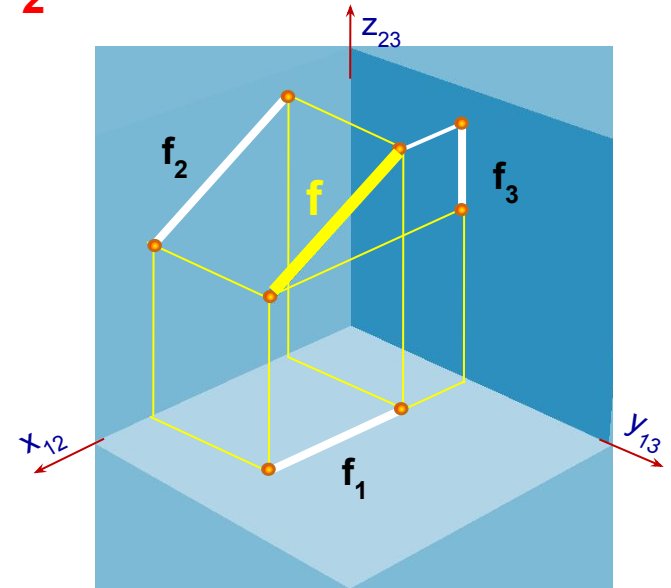
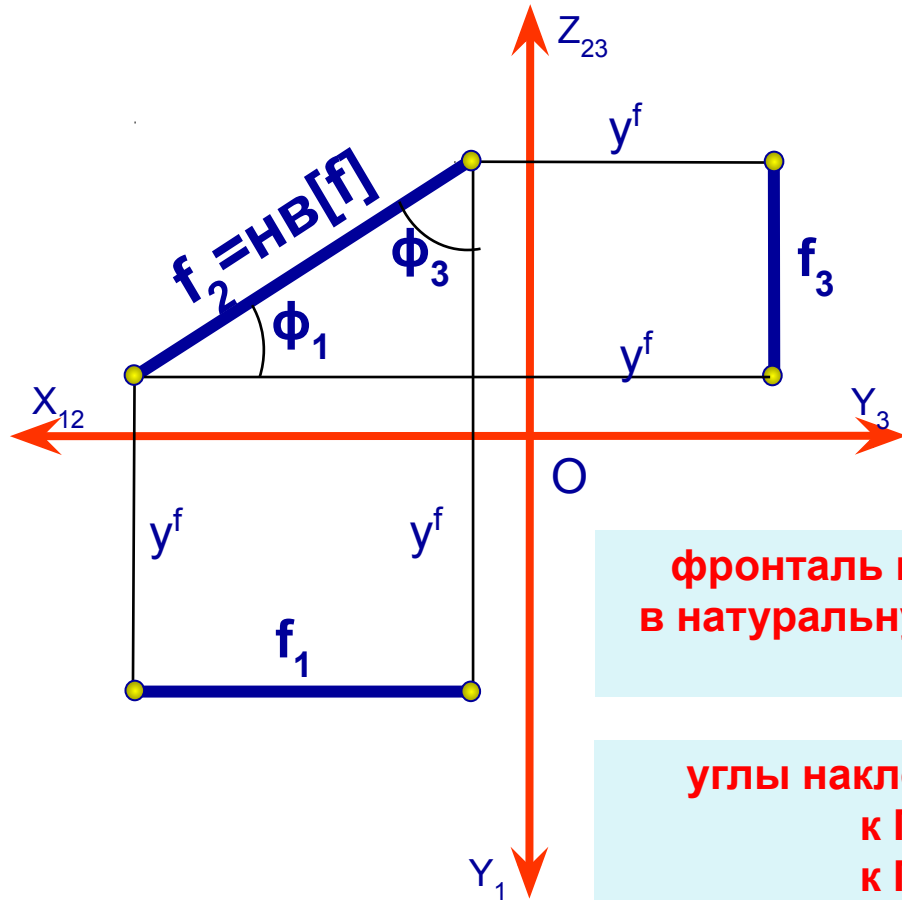
углы наклона горизонтали:

к $\Pi_2 \rightarrow \phi_2$
к $\Pi_3 \rightarrow \phi_3$

все точки горизонтали лежат на одной высоте (находятся на одном расстоянии от Π_1),
т. е. у всех точек – координата Z одна и та же

фронтальная прямая уровня

f – фронталь $f \parallel \Pi_2$



фронталь имеет проекцию
в натуральную величину (НВ)
на Π_2

углы наклона фронтали:

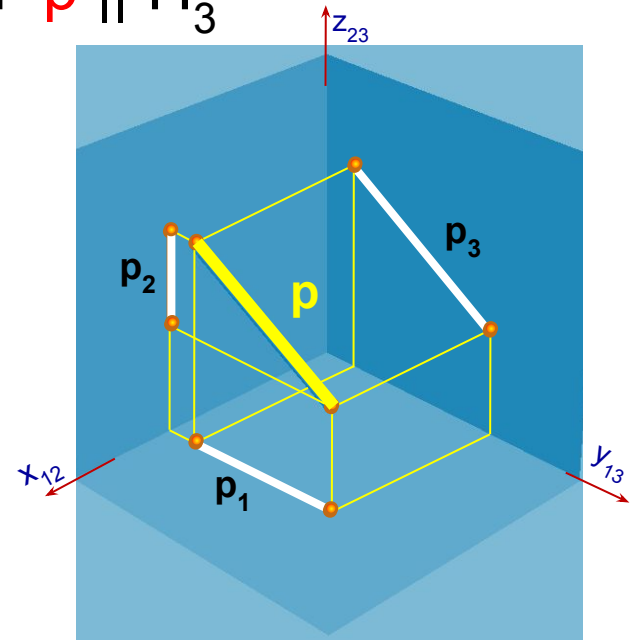
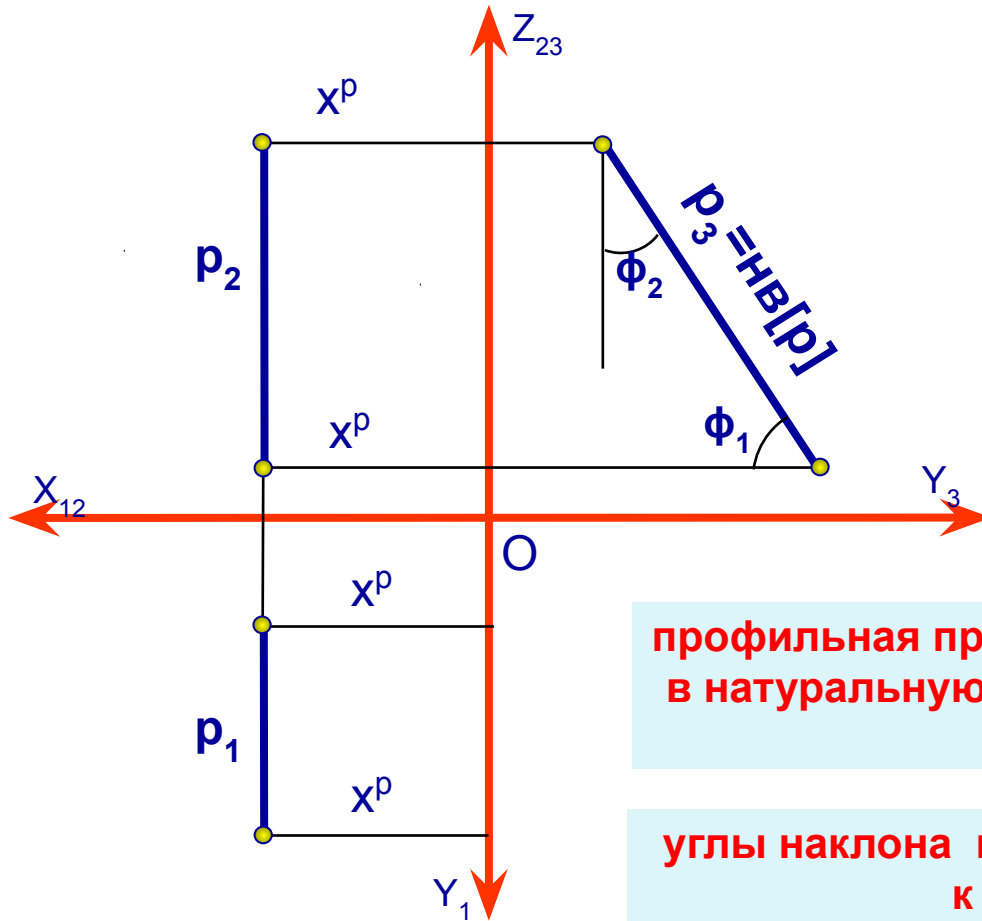
к $\Pi_1 \rightarrow \phi_1$

к $\Pi_3 \rightarrow \phi_3$

все точки фронтали лежат на одной глубине (находятся на одном расстоянии от Π_2),
т. е. у всех точек – координата y одна и та же

профильная прямая уровня

p – профильная прямая $p \parallel \Pi_3$



профильная прямая имеет проекцию
в натуральную величину (НВ) на Π_3

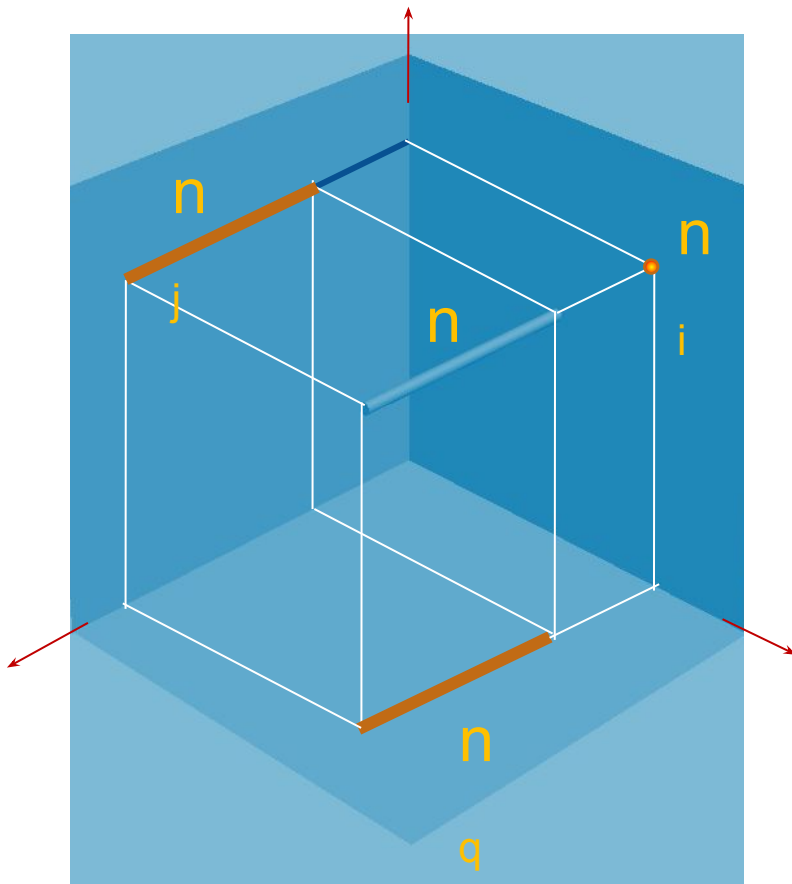
углы наклона профильной прямой:

к $\Pi_1 \rightarrow \phi_1$

к $\Pi_2 \rightarrow \phi_2$

все точки профильной прямой лежат на одной широте
(находятся на одном расстоянии от Π_3),
т. е. у всех точек – координата x одна и та же

проецирующие прямые

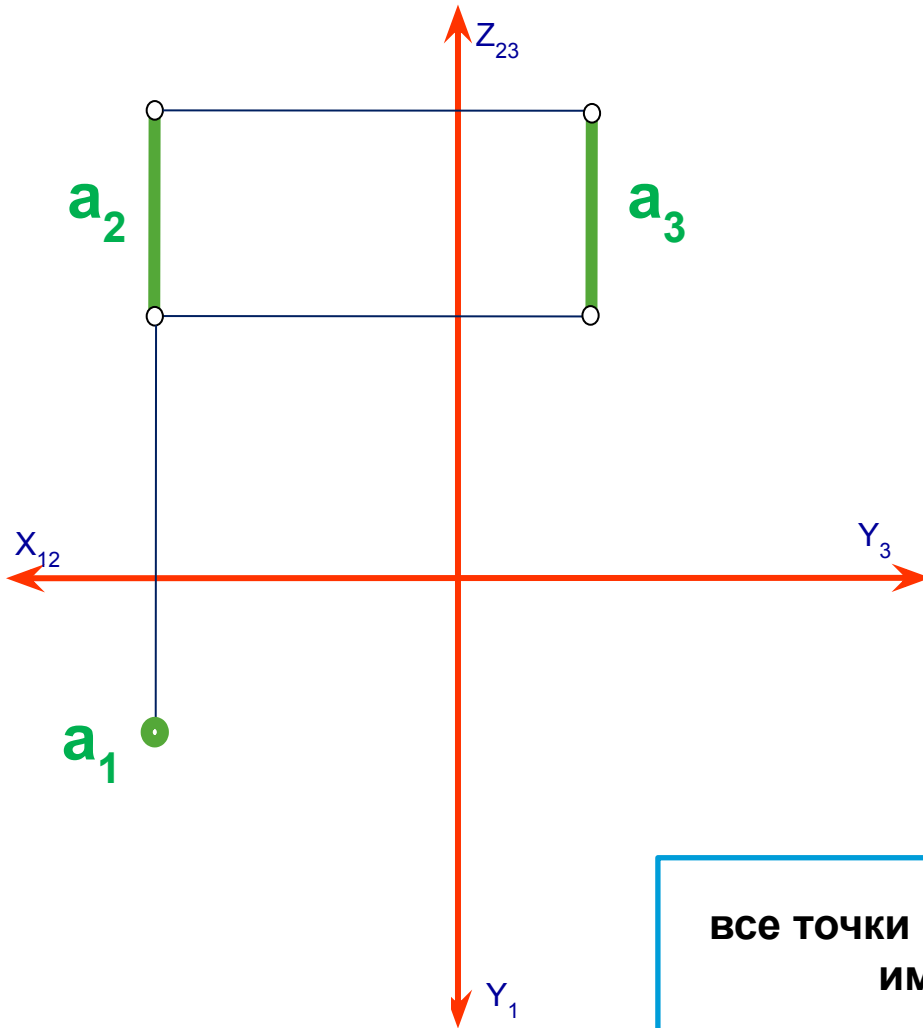


проецирующая прямая -
прямая, перпендикулярная
какой-либо плоскости
проекций

одноименная проекция
проецирующей прямой
вырождается **в точку**,
а разноименная проекция –
перпендикулярна оси,
разделяющей ее
с одноименной проекцией

горизонтально-проецирующая прямая

$$a \perp \Pi_1$$

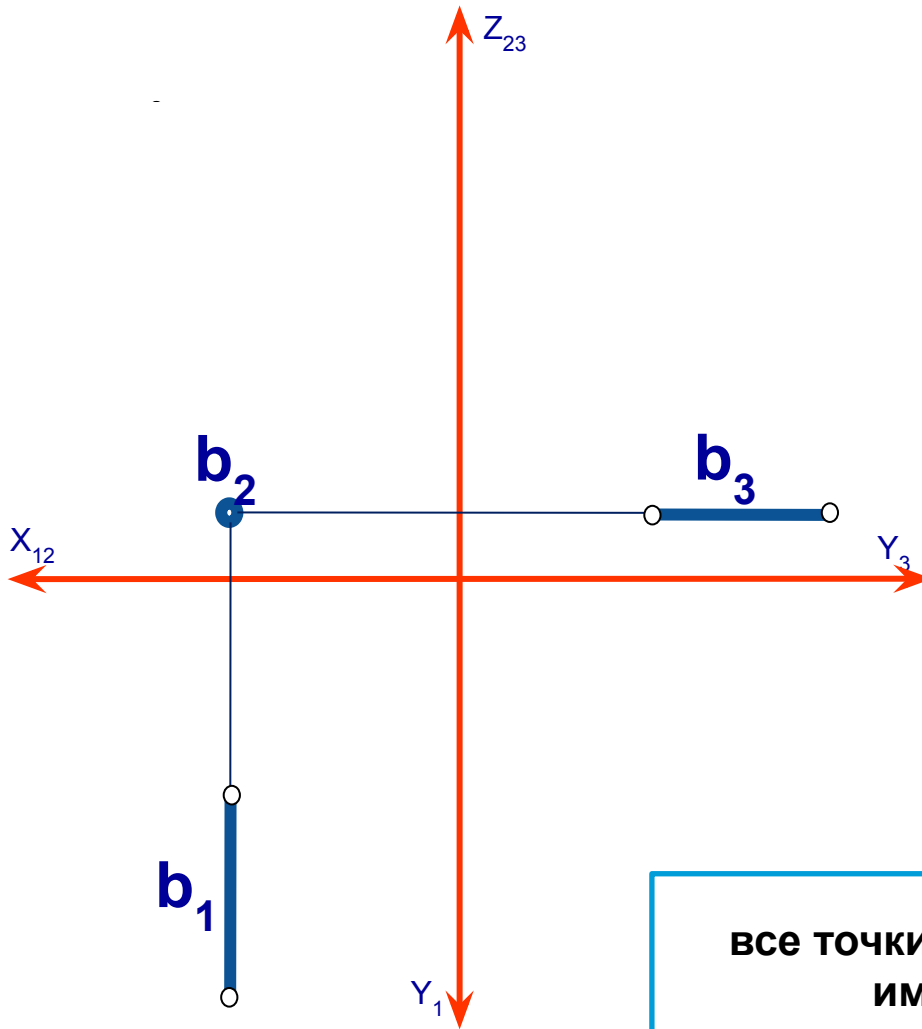


имеет две проекции
в натуральную величину
(НВ) -
на Π_2 и Π_3
на Π_1 - вырождается
в точку

все точки горизонтально-проецирующей прямой
имеют одинаковую координату x
и одинаковую координату y ,
координата z у всех точек разная

фронтально-проецирующая прямая

$$\mathbf{b} \perp \Pi_2$$

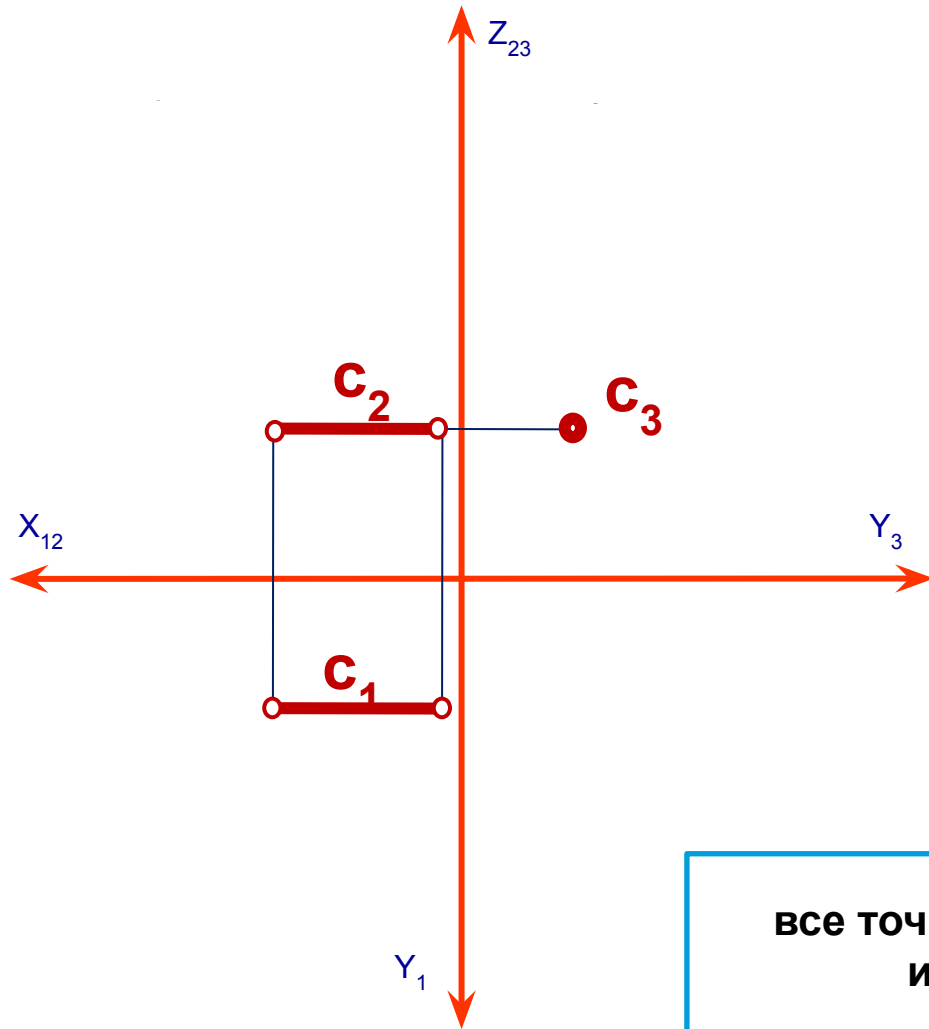


имеет две проекции
в натуральную величину
(НВ) -
на Π_1 и Π_3
на Π_2 - вырождается
в точку

все точки фронтально-проецирующей прямой
имеют одинаковую координату x
и одинаковую координату z ,
координата y у всех точек разная

профильно-проецирующая прямая

$$c \perp \Pi_3$$



имеет две проекции
в натуральную величину
(НВ) -
на Π_1 и Π_2
на Π_3 - вырождается
в точку

все точки профильно-проецирующей прямой
имеют одинаковую координату y
и одинаковую координату z ,
координата x у всех точек разная

характерные особенности проекций прямых частного положения

прямые уровня:

- наличие одной проекции в натуральную величину,
- две другие проекции параллельны координатным осям, определяющим плоскость проекций к которой прямая параллельна

прямые проецирующие:

- наличие вырожденной проекции (точка), которая обладает **собирательным свойством**:
любая точка проецирующей прямой,
проецируется на вырожденную проекцию прямой
- две другие проекции в натуральную величину
и перпендикулярны координатным осям ,
определяющим плоскость проекций к которой прямая перпендикулярна

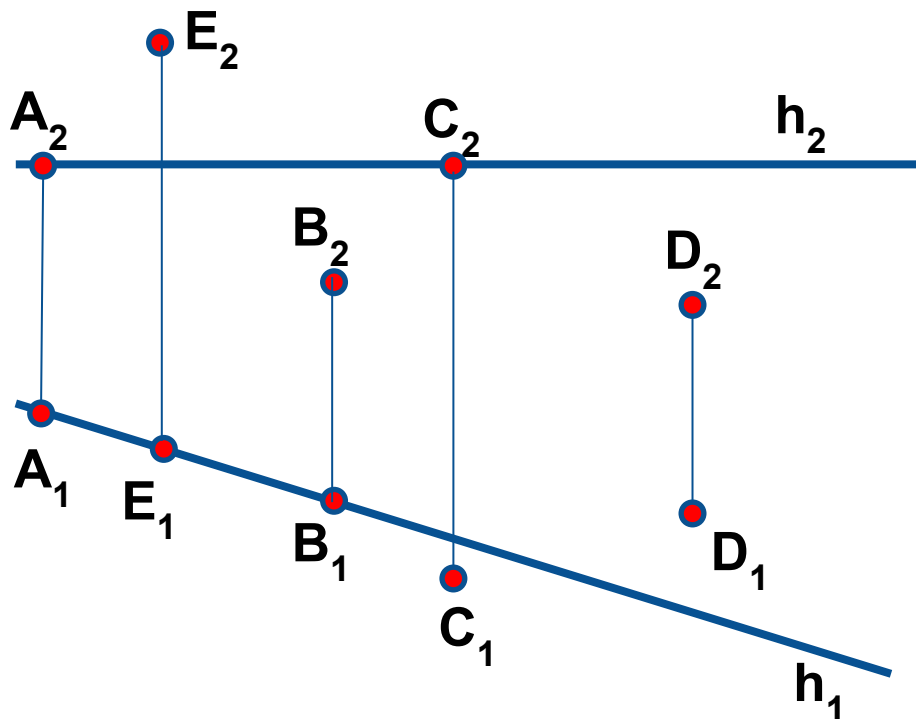
ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ТОЧКИ И ПРЯМОЙ

взаимное расположение точки и прямой

точка может находиться на прямой или вне ее

если **точка принадлежит прямой**, то ее проекции лежат на одноименных проекциях данной прямой (и наоборот)

если **точка находится вне прямой**, то по крайней мере одна из проекций не должна лежать на одноименной проекции прямой

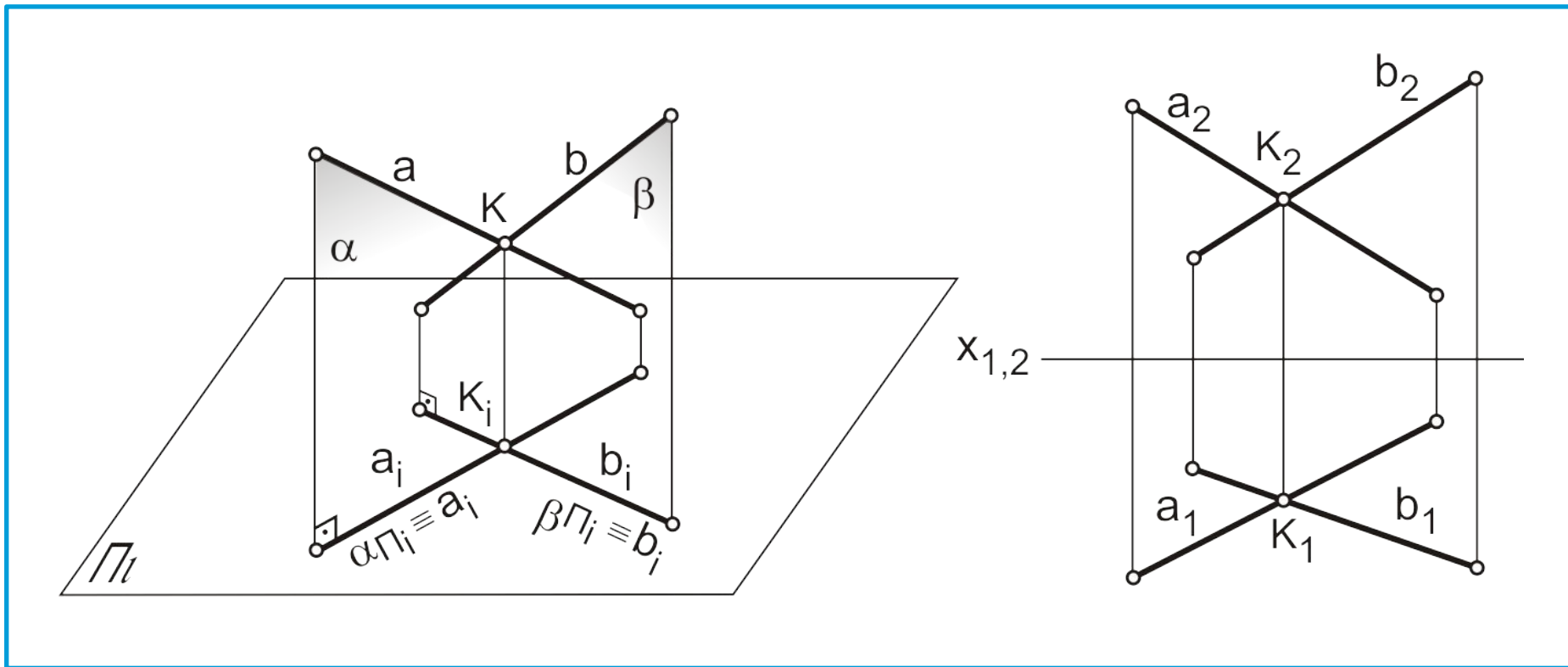


относительно прямой точка может быть расположена выше, ниже, спереди и сзади

- т. $A \in h$
- т. E - выше h
- т. B - ниже h
- т. C - спереди h
- т. D - сзади и ниже h

ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПРЯМЫХ

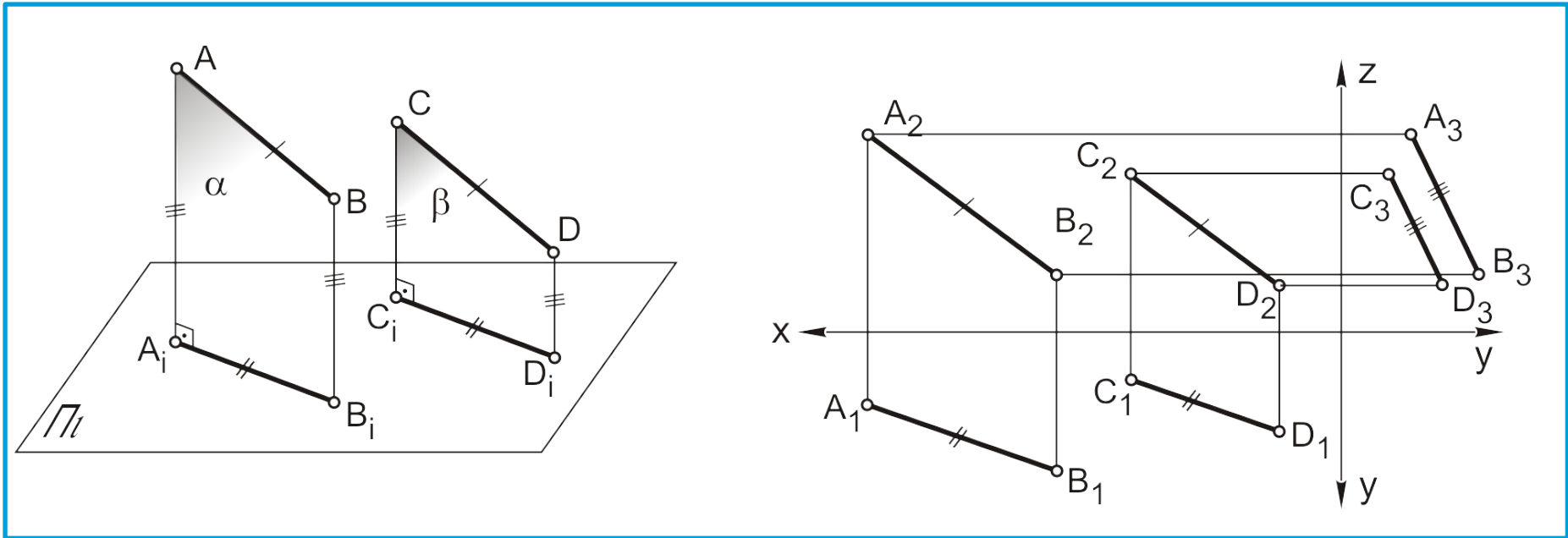
пересекающиеся прямые



если две прямые (a и b) пересекаются в точке (K),
 то проекции этой точки (K_i и K_j) принадлежат
 одноименным проекциям пересекающихся прямых и,
 следовательно, лежат на линии проекционной связи
 между этими проекциями ($K_i K_j \perp x_{i,j}$)

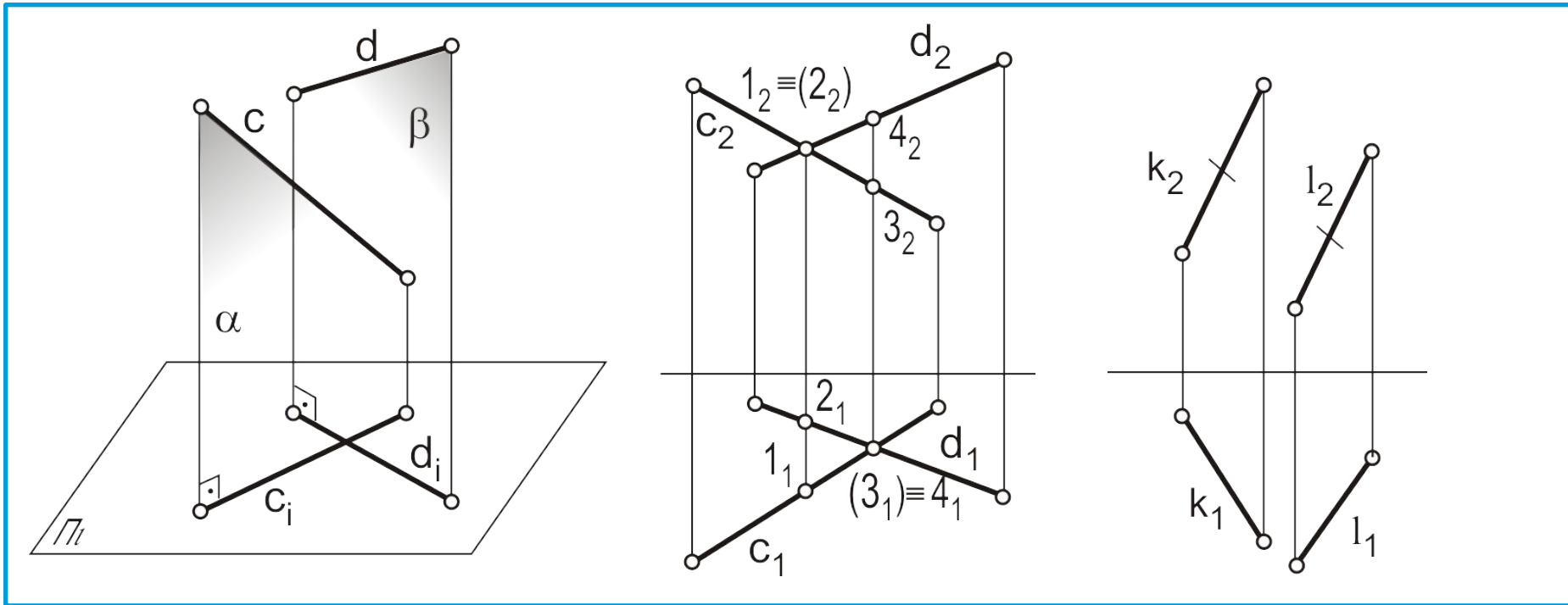
$$(a \cap b = K) \Rightarrow (a_i \cap b_i = K_i), (a_j \cap b_j = K_j), K_i K_j \perp x_{i,j}$$

параллельные прямые



**если одноименные проекции прямых
на каждой из плоскостей проекций
параллельны между собой
($[A_1B_1] \parallel [C_1D_1]$; $[A_2B_2] \parallel [C_2D_2]$),
то и сами прямые в пространстве
параллельны между собой
($[AB] \parallel [CD]$)**

скрещивающиеся прямые



**точки пересечения одноименных проекций
на смежных плоскостях**

не лежат на линии их проекционной связи,

**а параллельность проекций может иметь место
только на одной или двух из плоскостей проекций**

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ
ДЛИНЫ ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ ЛИНИИ
ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ
И УГЛОВ НАКЛОНА
ЭТОЙ ПРЯМОЙ К ПЛОСКОСТЯМ ПРОЕКЦИЙ**

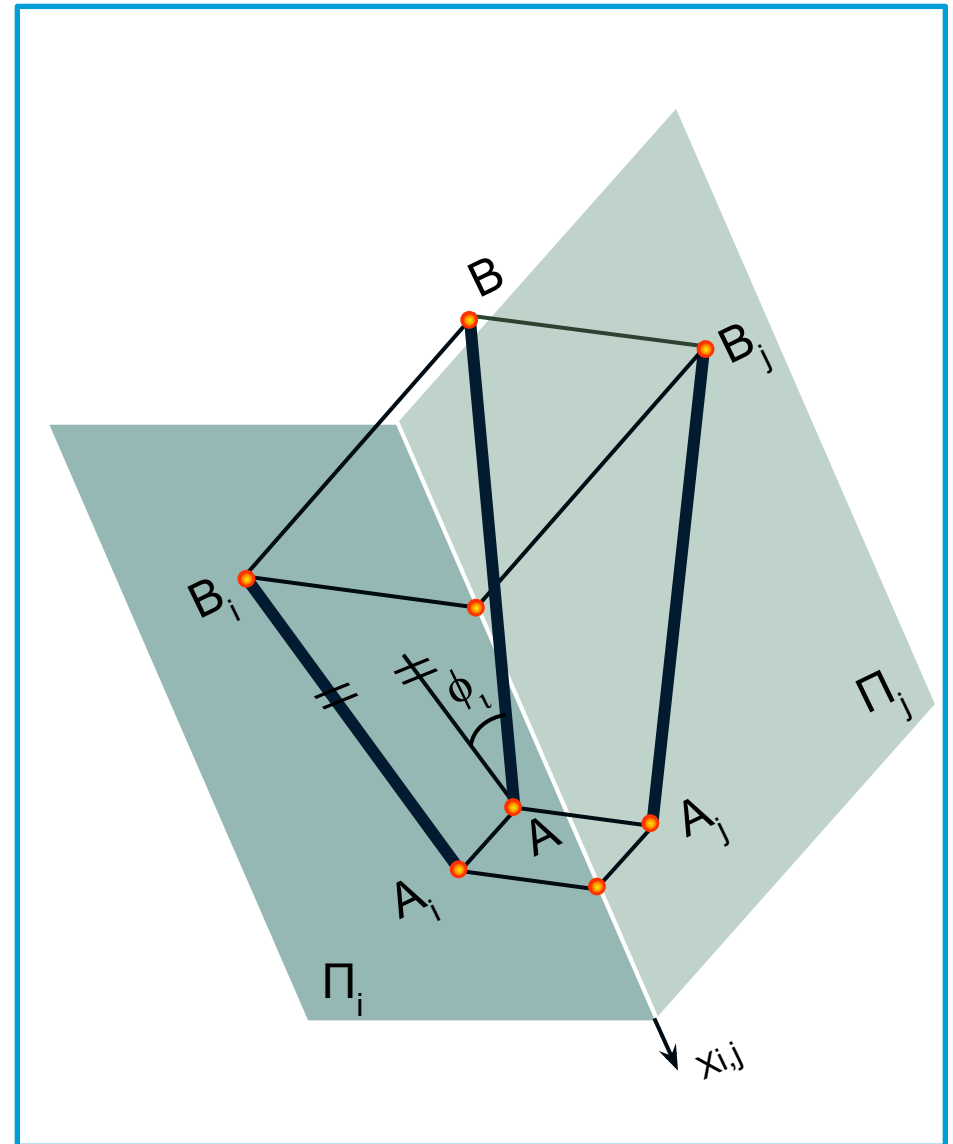
натуральная величина отрезка прямой способ прямоугольного треугольника

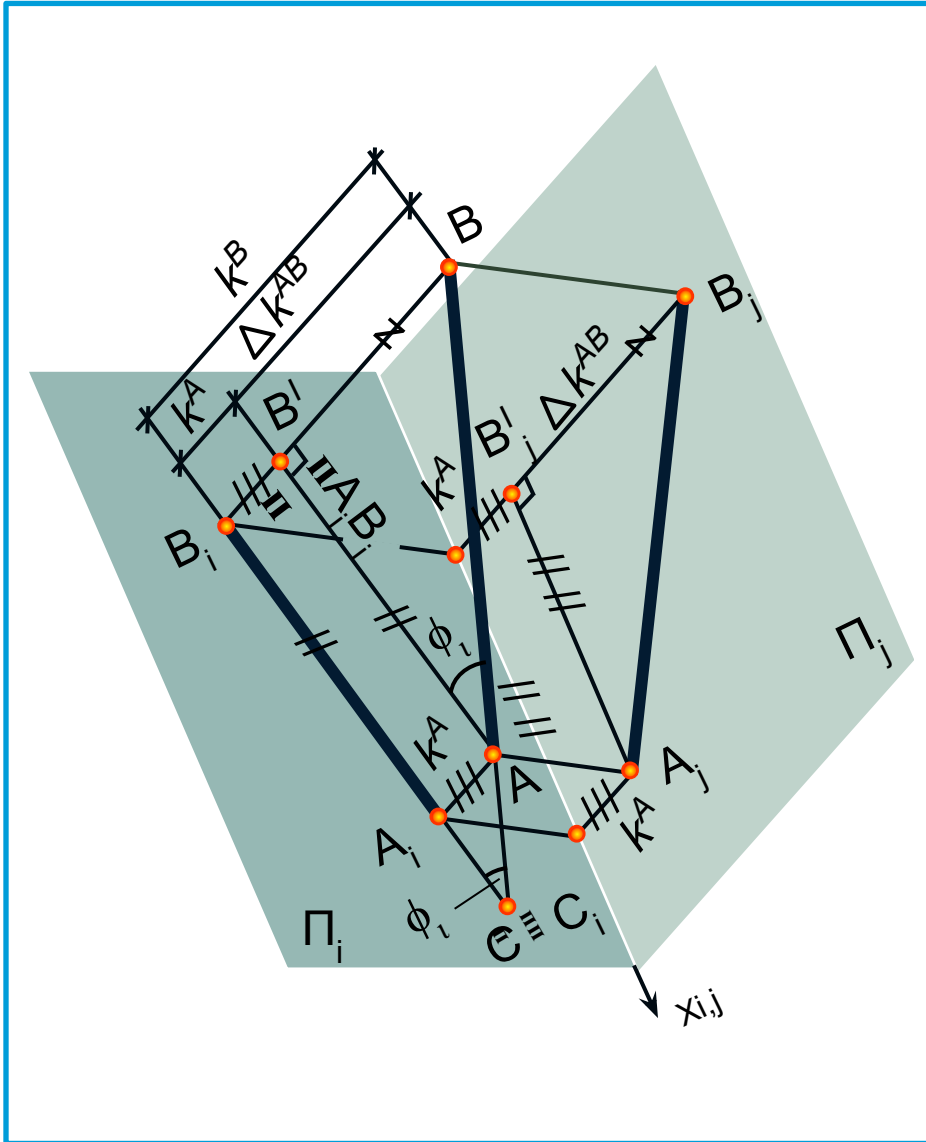
Дано: $[AB]$; $[A_i B_i]$; $[A_j B_j]$

теорема:

Натуральная величина отрезка AB равна гипотенузе прямоугольного треугольника, одним катетом которого является любая проекция $A_i B_i$ отрезка, а другим катетом служит разность $\Delta k = k^B - k^A = [B_j x_{i,j}] - [A_j x_{i,j}]$ расстояний концов другой проекции $A_j B_j$ до оси $x_{i,j}$, разделяющей эти две проекции.

Угол между проекцией $A_i B_i$ и гипотенузой (натуральной величиной $|AB|$) равен углу ϕ_i^0 наклона отрезка AB к плоскости Π_i и к проекции $A_i B_i$





Доказательство:

$$AB^I \parallel A_i B_i, \quad BB^I$$

$[AB^I]$ – натуральная величина
(гипотенуза)

$$AB^I = A_i B_i \quad (1 \text{ катет})$$

$$k^A = B_i B^I \quad k^B = B_j B$$

$$\Delta k = k^B - k^A = B^I B$$

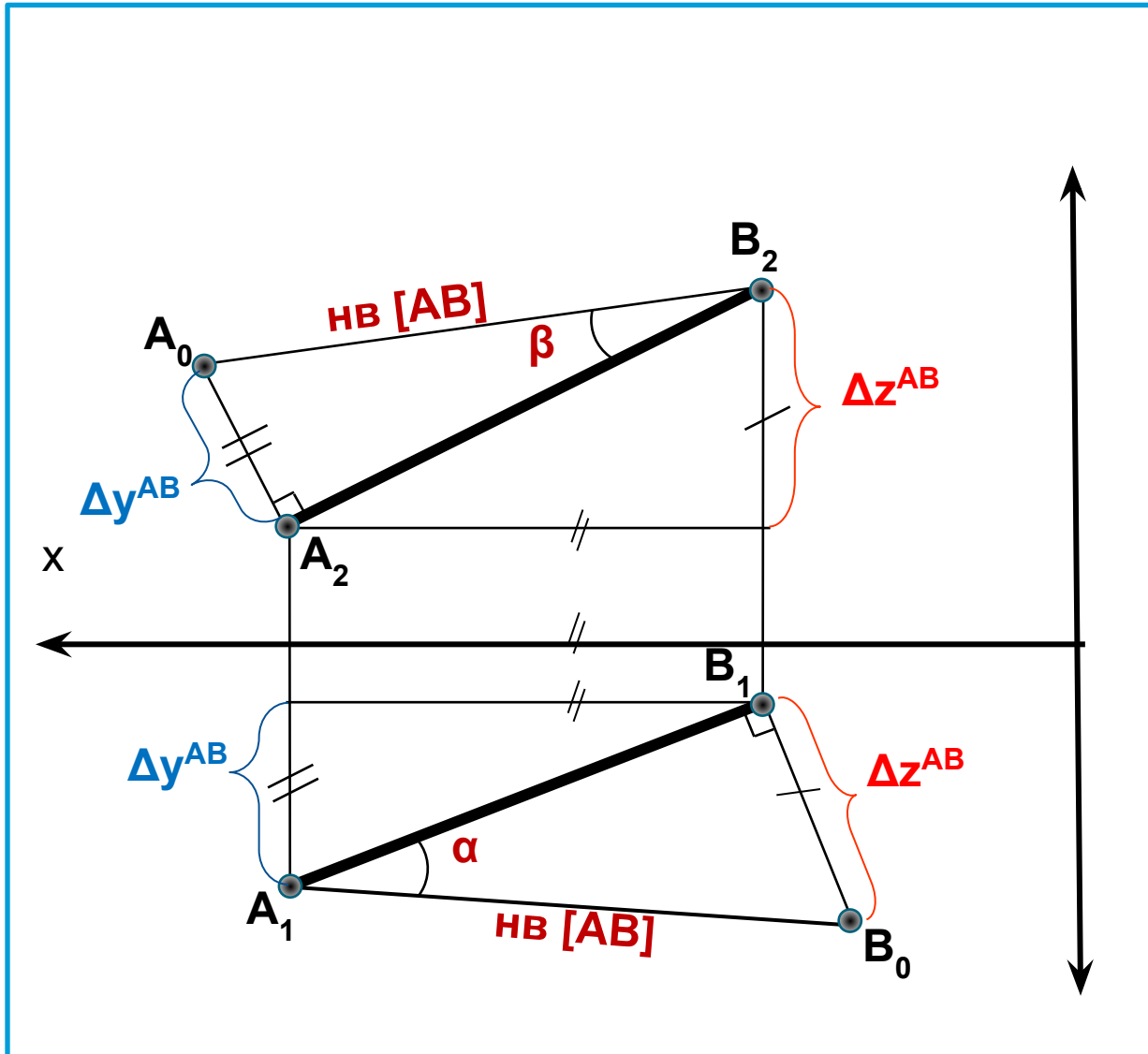
$$\Delta k = k^B - k^A = B_j x_{i,j} - A_j x_{i,j}$$

$$\square B A B^I = \square B C B_i$$

способ прямоугольного треугольника

построение

на горизонтальной и фронтальной плоскостях проекций



$$\Delta y^{AB} = y_b - y_a$$

$$\Delta z^{AB} = z_b - z_a$$

[AB] – натуральная величина (гипотенуза)

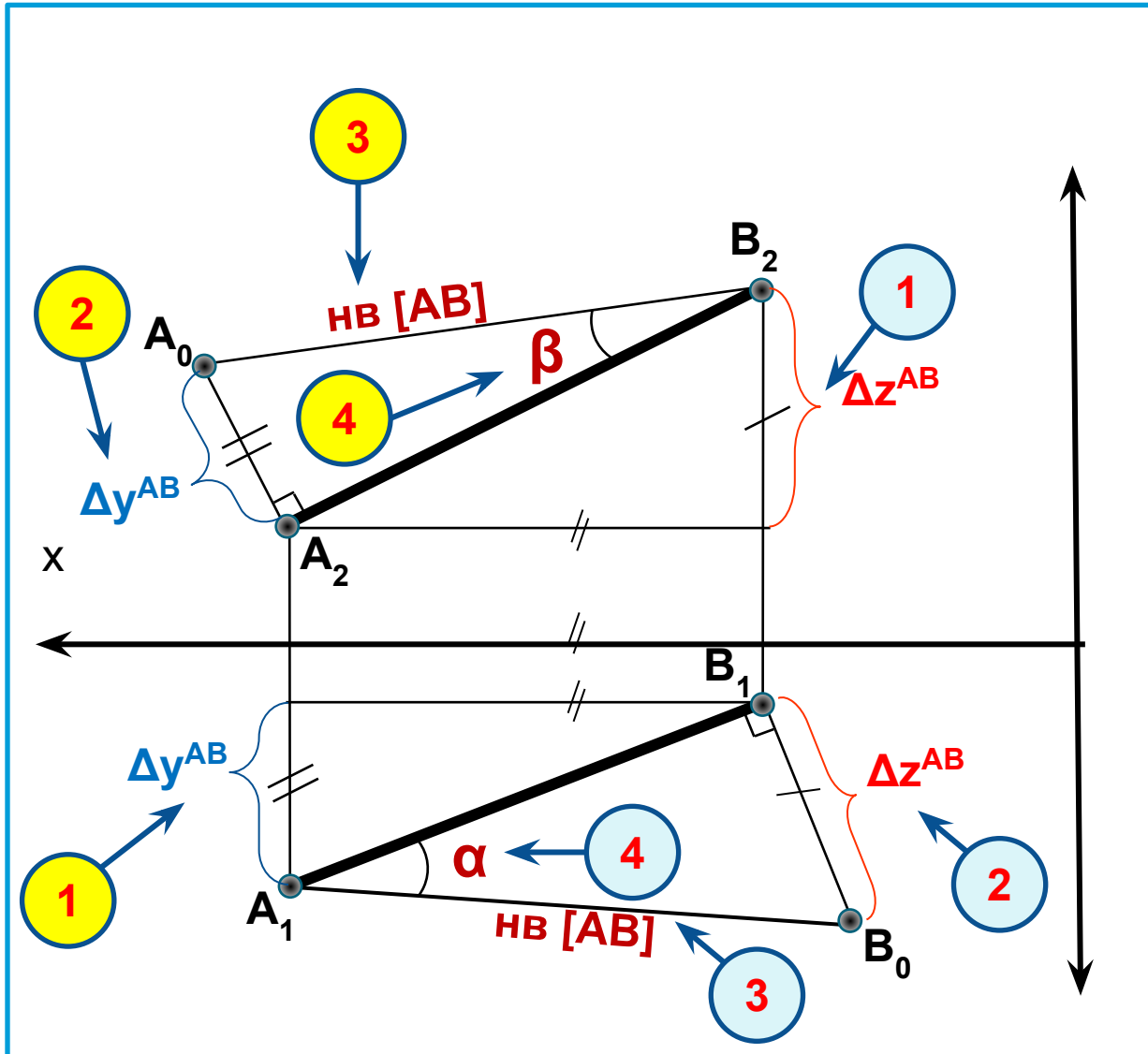
α - угол наклона отрезка AB к плоскости Π_1 и к проекции A_1B_1

β - угол наклона отрезка AB к плоскости Π_2 и к проекции A_2B_2

способ прямоугольного треугольника

2 варианта порядка построения

на горизонтальной и фронтальной плоскостях проекций



$$\Delta y^{AB} = y_b - y_a$$

$$\Delta z^{AB} = z_b - z_a$$

$[AB]$ – натуральная величина (гипотенуза)

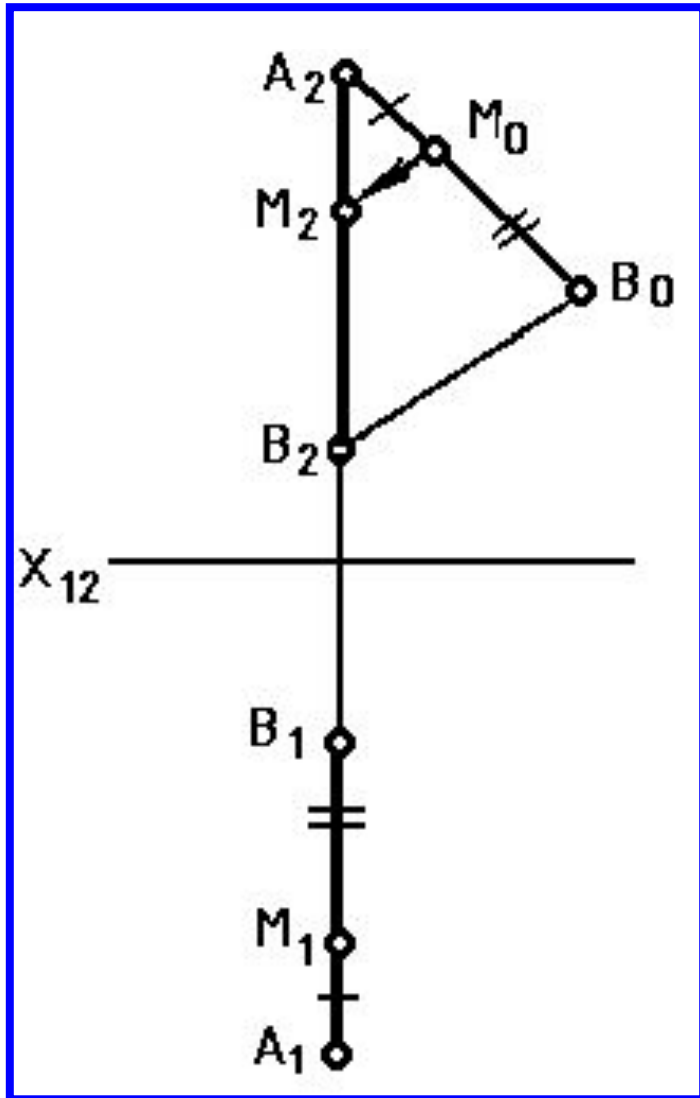
α - угол наклона отрезка AB к плоскости Π_1 и к проекции A_1B_1

β - угол наклона отрезка AB к плоскости Π_2 и к проекции A_2B_2

**НАХОЖДЕНИЕ
НЕДОСТАЮЩЕЙ ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ
НА ПРОФИЛЬНОЙ ПРЯМОЙ**

нахождение недостающей проекции точки на профильной прямой

1 способ - деление отрезка в данном отношении



Задана профильная прямая уровня отрезком $|AB|$
и дана горизонтальная проекция M_1
точки M , принадлежащая отрезку $|AB|$.

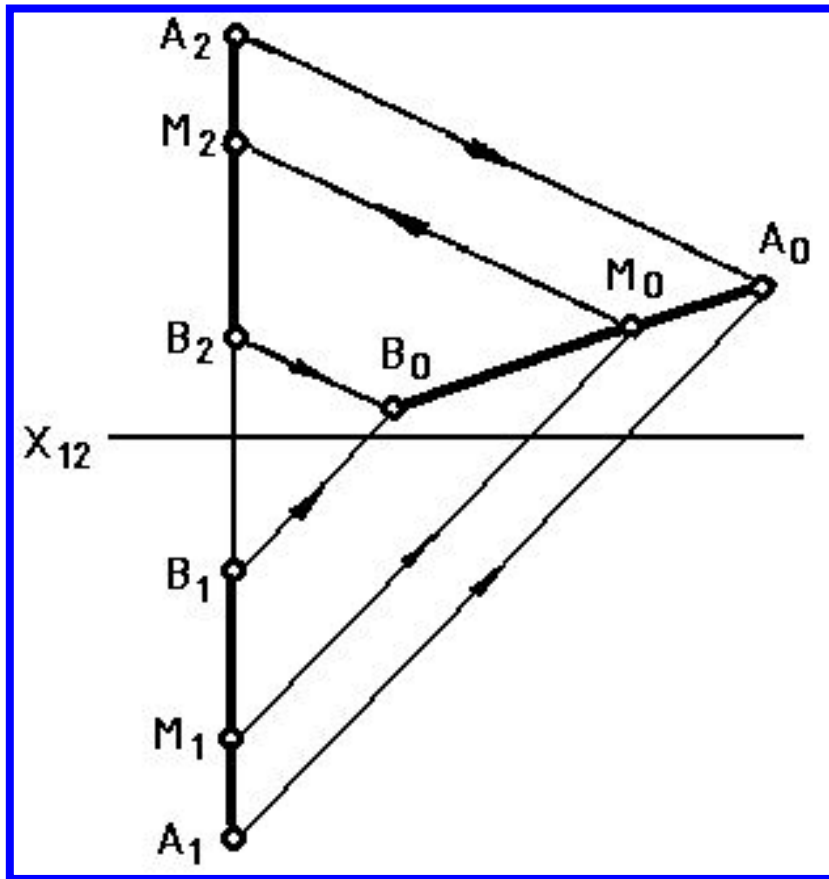
Требуется построить фронтальную проекцию M_2

Порядок построения:

на произвольной прямой,
проведенной из A_2 , отложены отрезки
 $|A_2M_0| = |A_1M_1|$, $|M_0B_0| = |M_1B_1|$,
затем проведена прямая $M_0M_2 \parallel B_0B_2$
и, тем самым, получена фронтальная
проекция M_2 точки M

нахождение недостающей проекции точки на профильной прямой

2 способ – при помощи прямой преломления



A_0B_0 называется
прямой преломления лучей

Задана профильная прямая уровня отрезком $|AB|$ и дана горизонтальная проекция M_1 точки M , принадлежащая отрезку $|AB|$.

Требуется построить M_2

Порядок построения:

через A_1 и B_1 проводим два параллельных луча произвольного направления до пересечения в точках A_0 и B_0 с соответствующими параллельными лучами, проведенными через A_2 и B_2 . Затем через M_1 проводим луч, параллельный лучам A_1A_0 и B_1B_0 , до пересечения его в точке M_0 с прямой A_0B_0 . Через точку M_0 проводим луч, параллельный лучам A_2A_0 и B_2B_0 , до пересечения с A_2B_2 в точке M_2