ФГБОУ ВО «Алтайский государственный технический университет» им. И. И. Ползунова

## Модуль «Начертательная геометрия»
## Тема 2

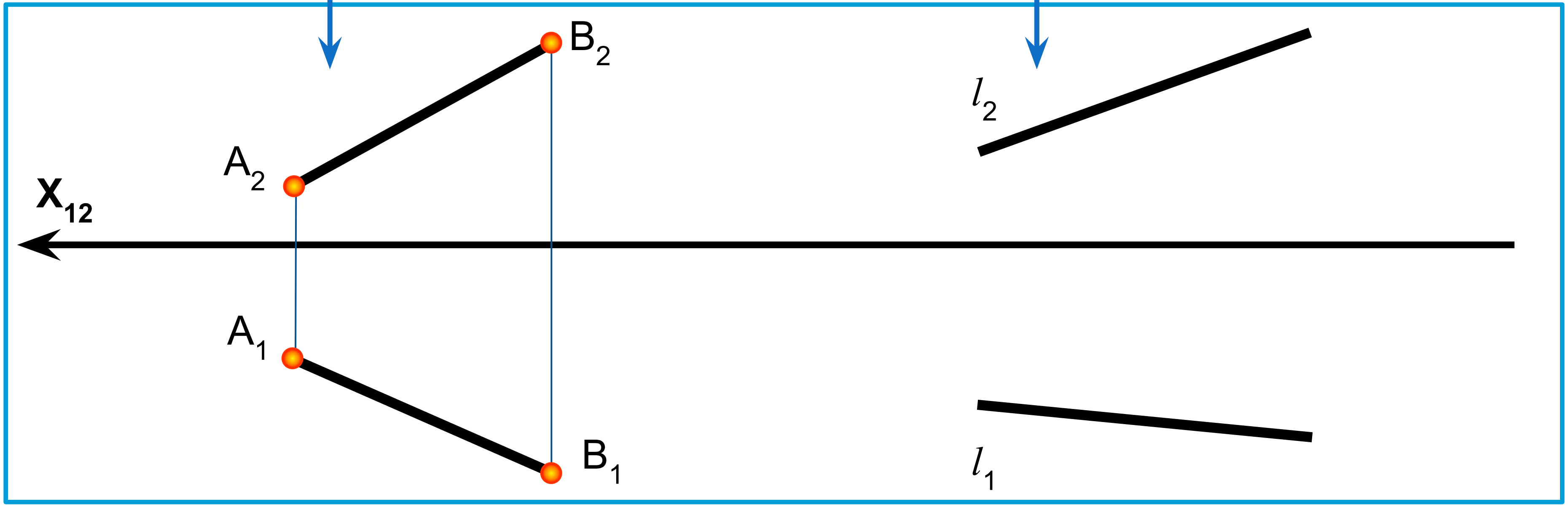
# КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ ПРЯМОЙ ЛИНИИ

к.т.н., доцент Кошелева Е. А.

Барнаул
2020

**комплексный чертеж прямой линии – это комплексный чертеж двух точек, соединенных между собой**

**прямую** на комплексном чертеже можно задать **проекциями двух ее точек** или **минимум двумя проекциями самой прямой**



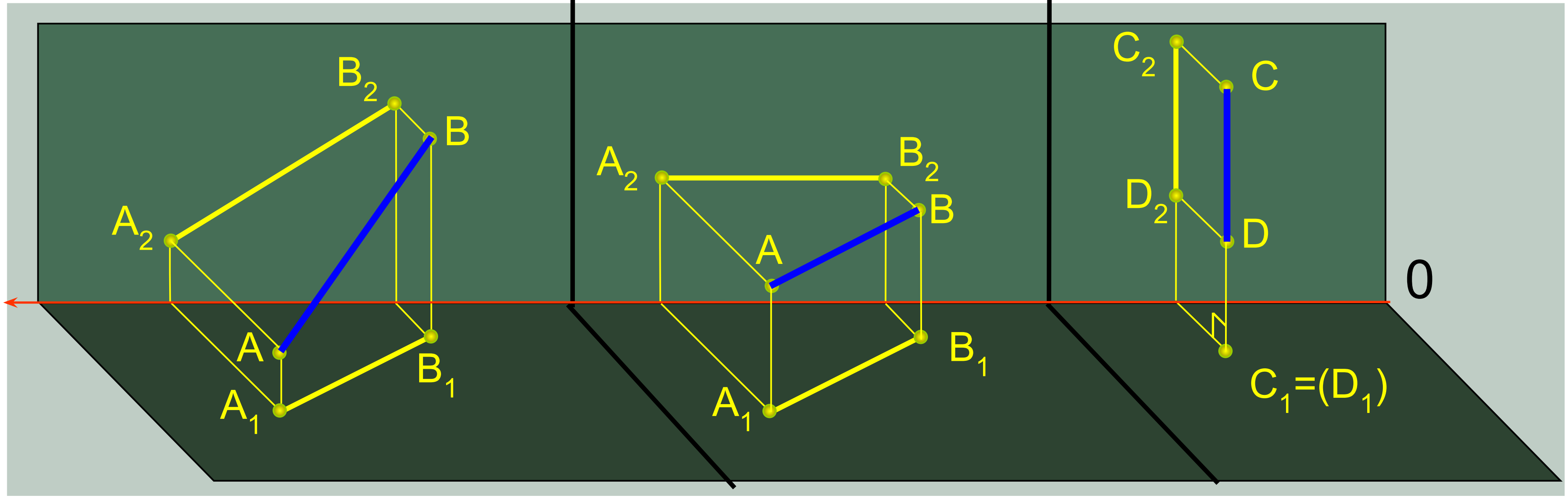

**замечание:** Так как при параллельном переносе плоскостей проекций не изменяется проекция фигуры (линии),
**то ось $x_{12}$ можно не указывать**, подразумевая, что она **идет всегда горизонтально**, а линии связи проекций точек – вертикально

# положение прямой в пространстве относительно плоскостей проекций

определяют по **графическим признакам** на комплексном чертеже

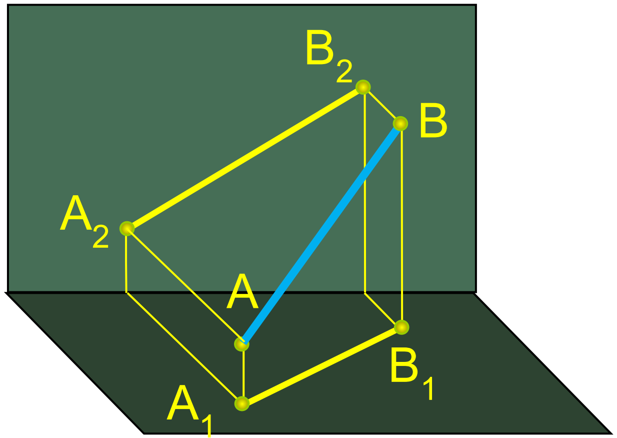
## ПРЯМАЯ

| ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ | ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ | |
|---|---|---|
| | УРОВНЯ | ПРОЕЦИРУЮЩАЯ |
| ***НЕ ПАРАЛЛЕЛЬНА И НЕ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНА*** **ни одной из плоскостей проекций** | ***ПАРАЛЛЕЛЬНА*** **одной из плоскостей проекций** | ***ПЕРПЕНДИКУЛЯРНА*** **одной из плоскостей проекций** |



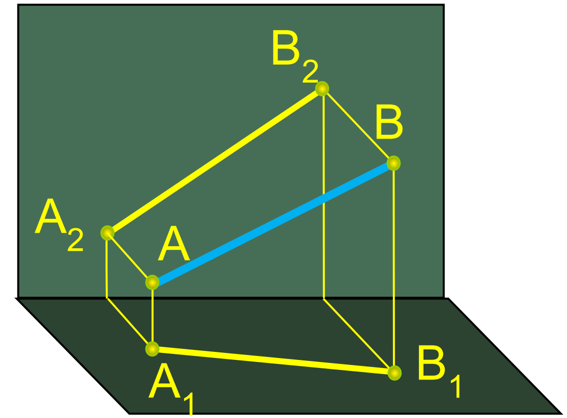
# ПРЯМЫЕ
# ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

# прямые общего положения

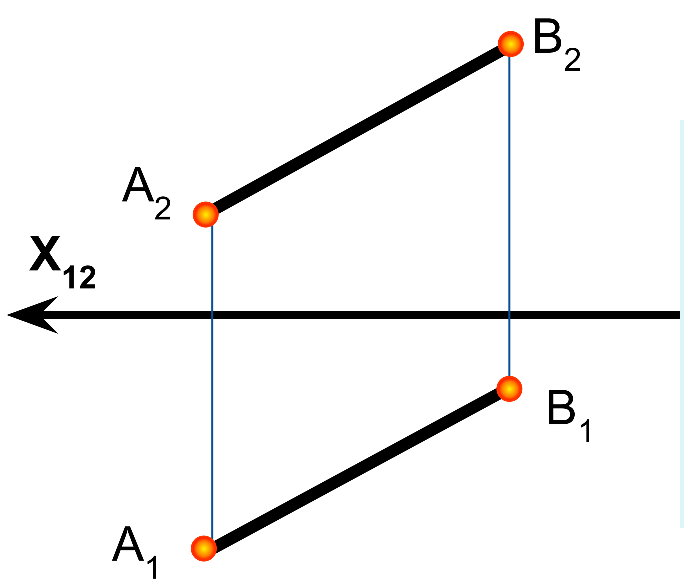



**ВОСХОДЯЩИЕ**

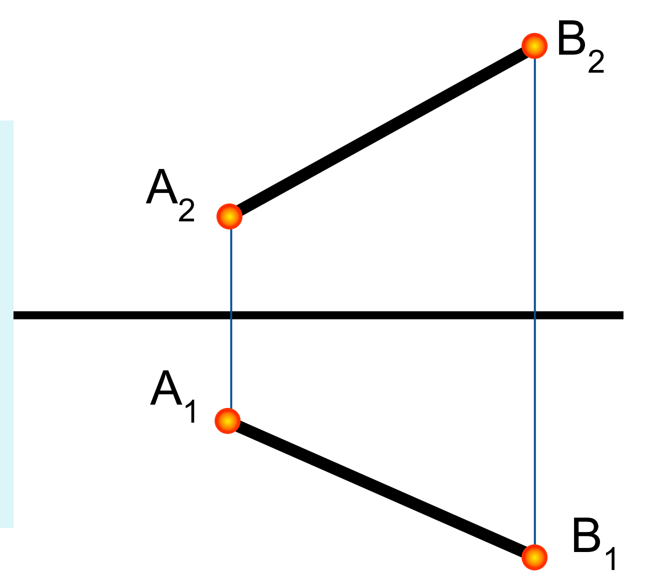
**прямой общего положения -**
**называется линия, не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций**



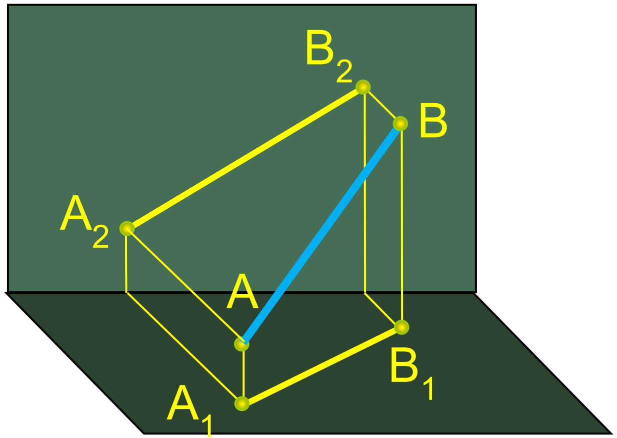

**НИСХОДЯЩИЕ**




**прямые общего положения не имеют проекций в натуральную величину (НВ)**

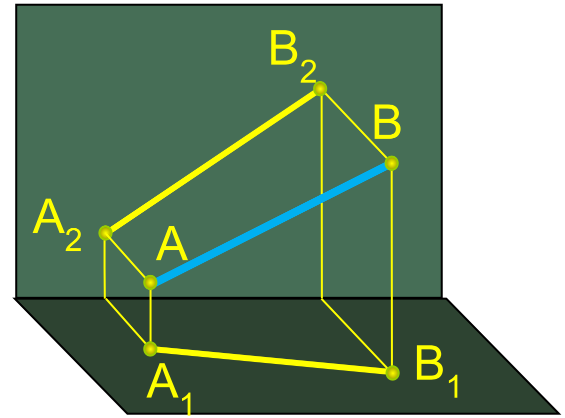


# прямые общего положения

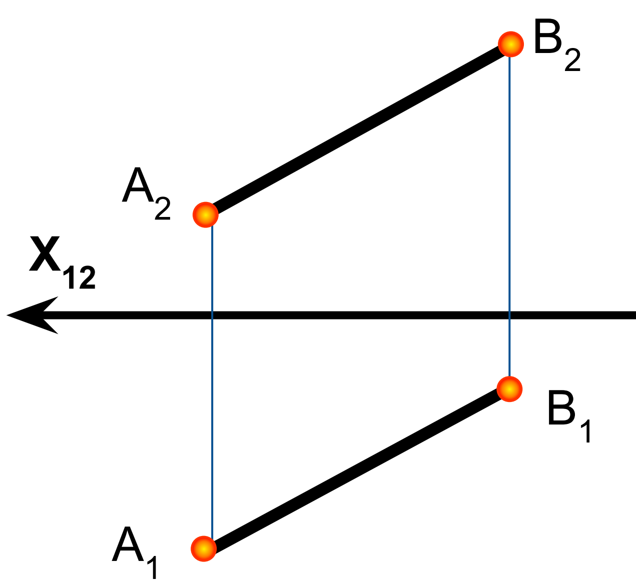



ВОСХОДЯЩИЕ

**прямой общего положения -**
называется линия,
не параллельная
и
не перпендикулярная
ни одной из
плоскостей проекций

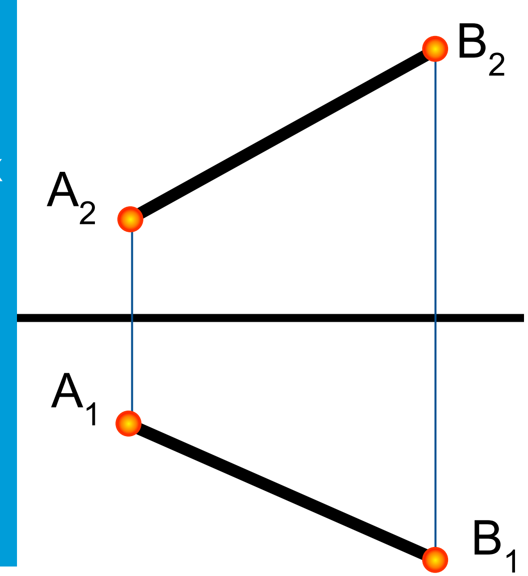



НИСХОДЯЩИЕ




**восходящая –**
по мере удаления
от наблюдателя точки
прямой поднимаются вверх
(сравнить концы отрезка (A и B):
их координаты Y и Z )

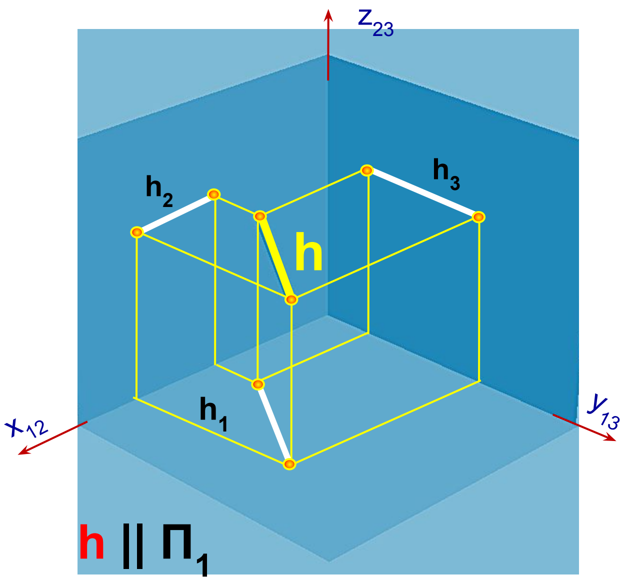
**нисходящая –**
по мере удаления
от наблюдателя точки
прямой опускаются вниз
(сравнить концы отрезка (A и B):
их координаты Y и Z )



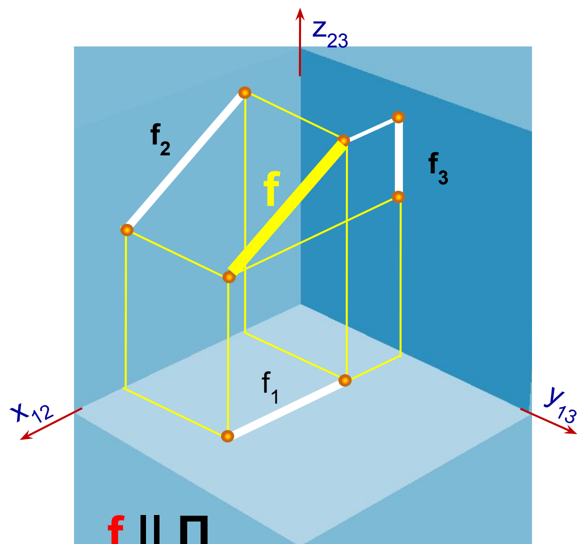
# ПРЯМЫЕ
# ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ:
## ПРЯМЫЕ УРОВНЯ,
## ПРОЕЦИРУЮЩИЕ ПРЯМЫЕ

# прямая уровня

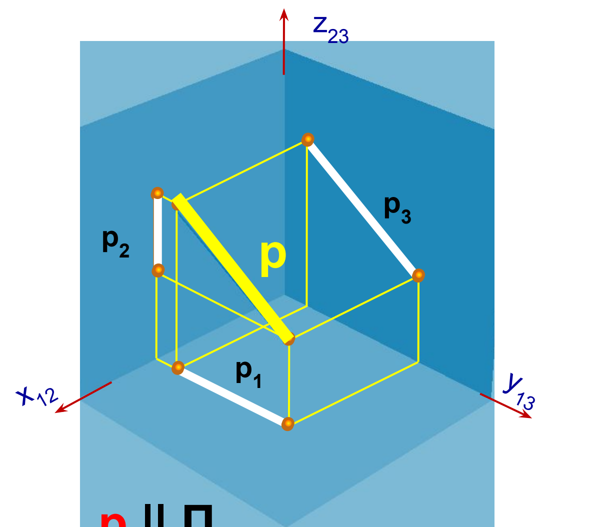
**линия,**
**параллельная**
**одной из плоскостей проекций**




**h || $П_1$**



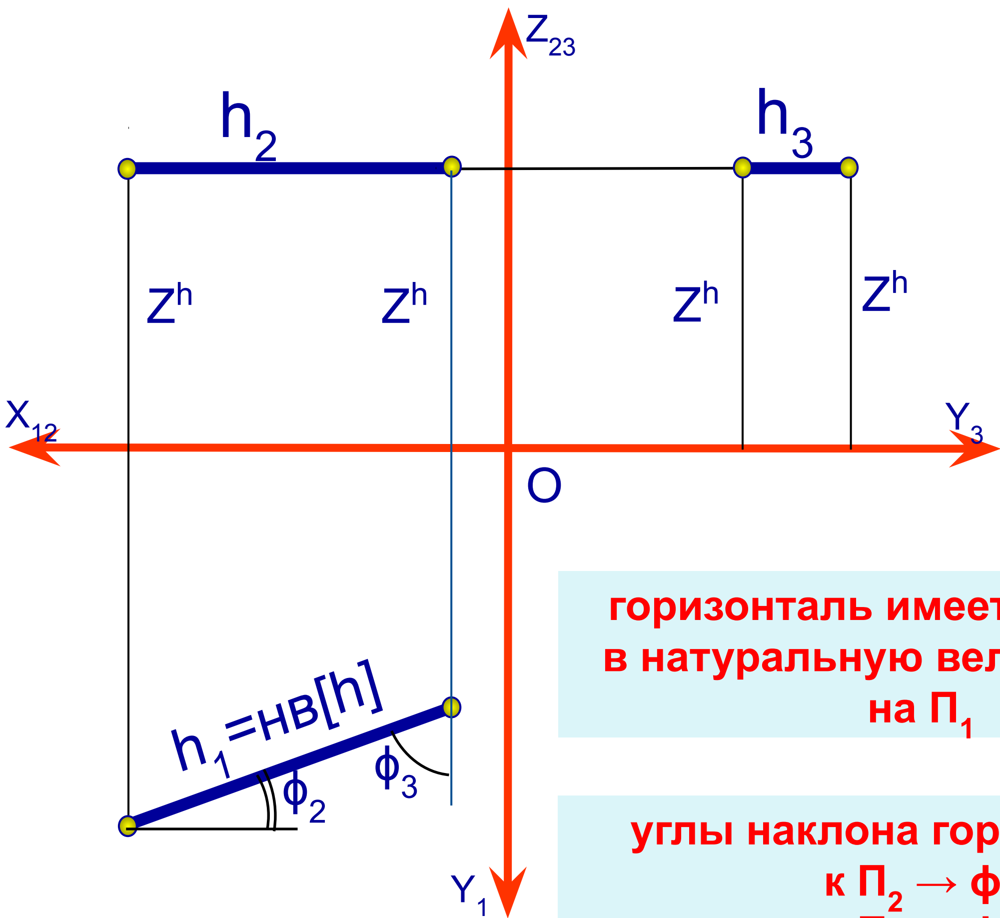

**f || $П_2$**

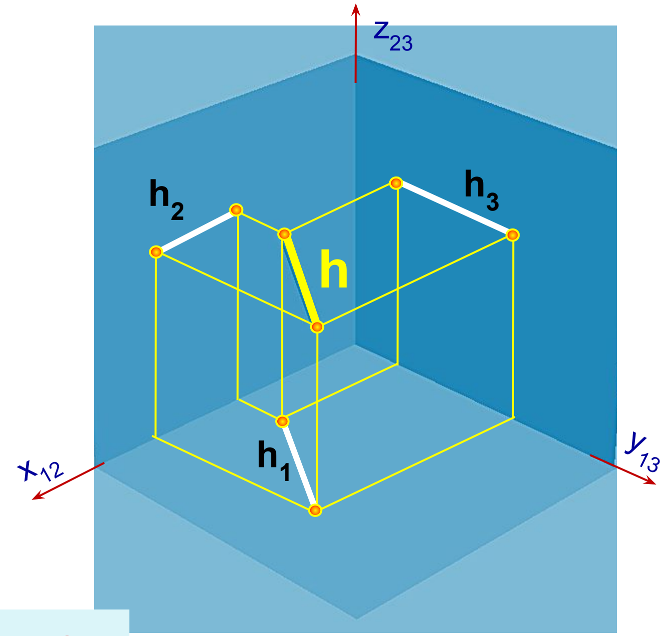



**p || $П_3$**

**прямая уровня и плоскость,**
**которой она параллельна,**
**имеют одинаковые названия (имена)**

# горизонтальная прямая уровня
## h – горизонталь h || $П_1$



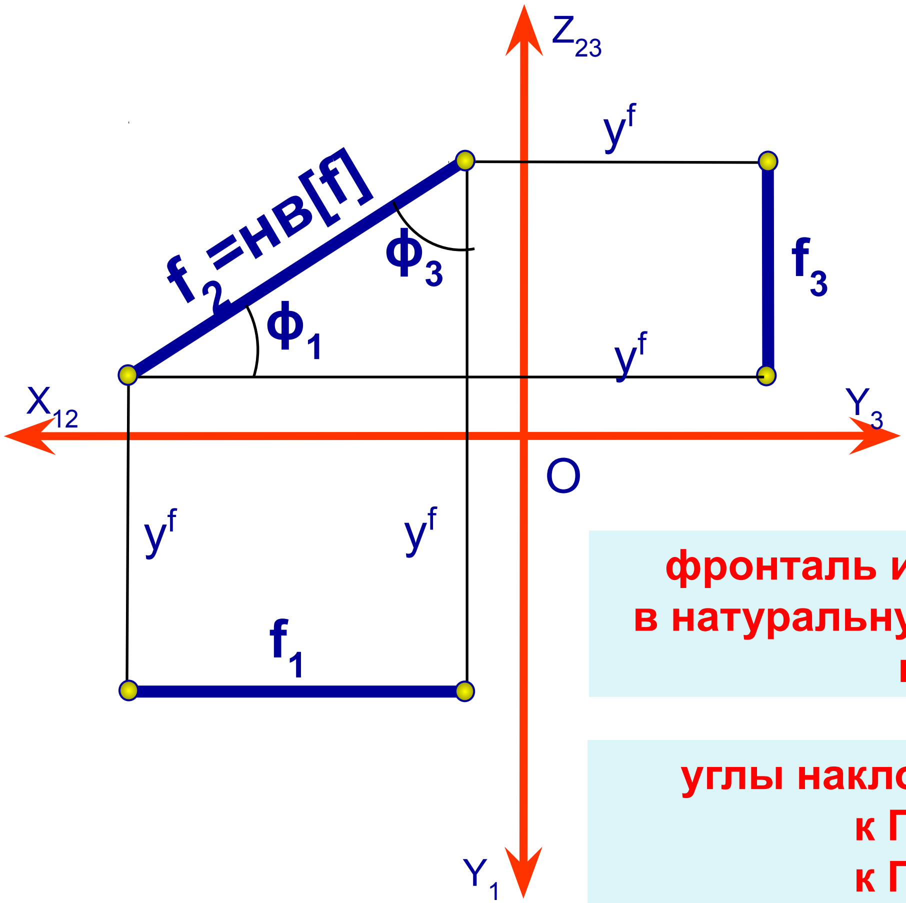

**горизонталь имеет проекцию в натуральную величину (НВ) на $П_1$**

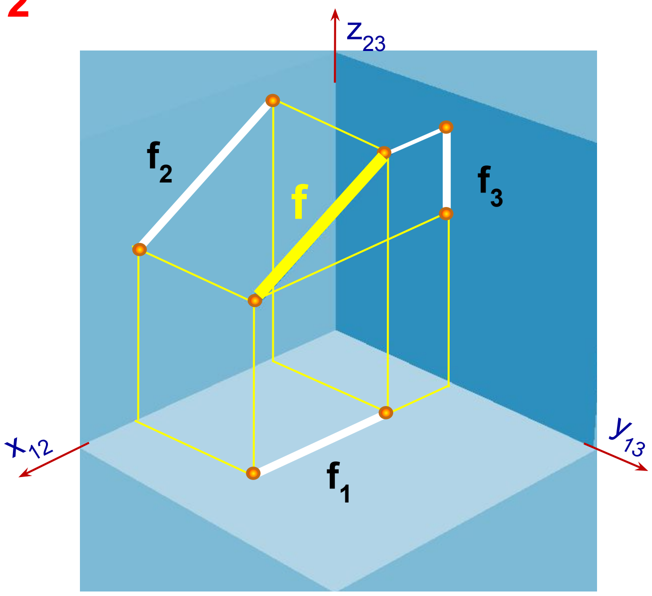
**углы наклона горизонтали:**
**к $П_2 \rightarrow \phi_2$**
**к $П_3 \rightarrow \phi_3$**

**все точки горизонтали лежат на одной высоте (находятся на одном расстоянии от $П_1$), т. е. у всех точек – координата z одна и та же**

# фронтальная прямая уровня

## f – фронталь  f || $П_2$



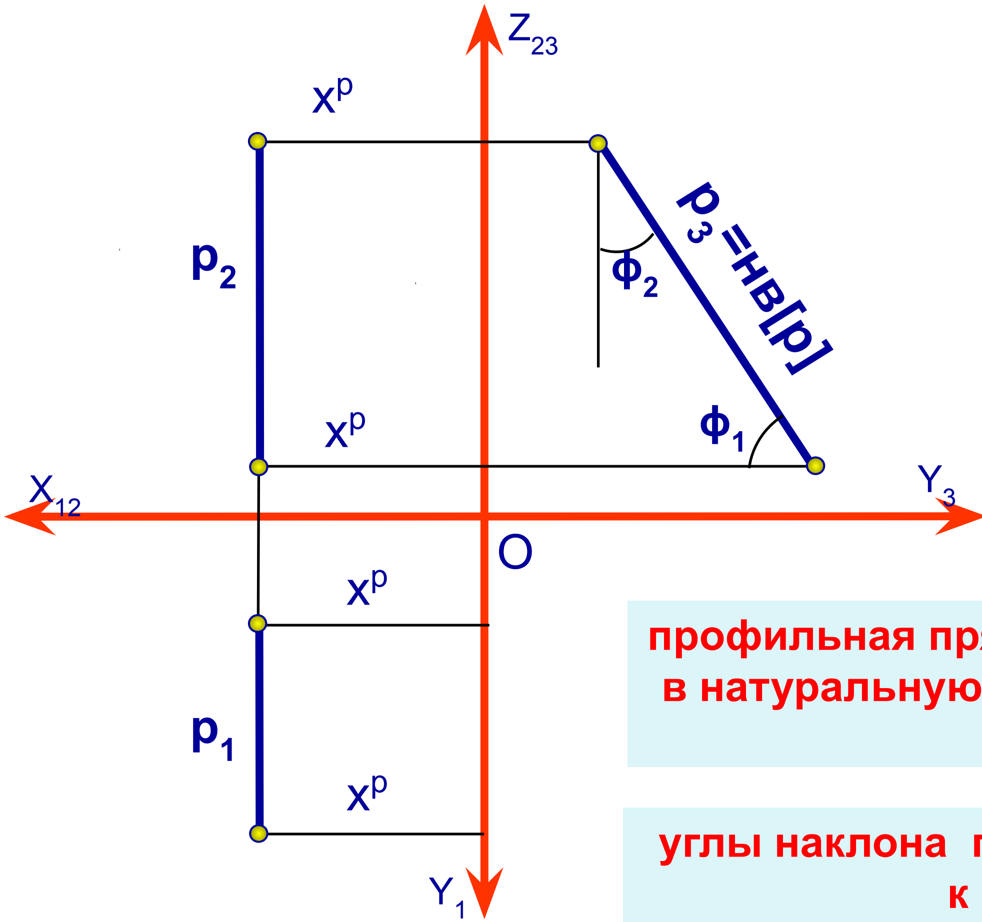

фронталь имеет проекцию
в натуральную величину (НВ)
на $П_2$

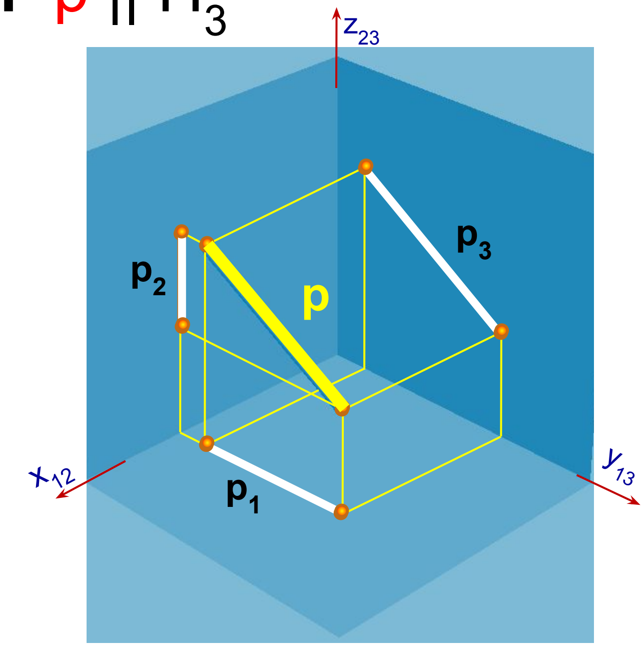
углы наклона  фронтали:
к $П_1 \rightarrow ф_1$
к $П_3 \rightarrow ф_3$

все точки фронтали лежат на одной глубине (находятся на одном расстоянии от $П_2$),
т. е. у всех точек – координата у одна и та же

# профильная прямая уровня

## p – профильная прямая p || $П_3$



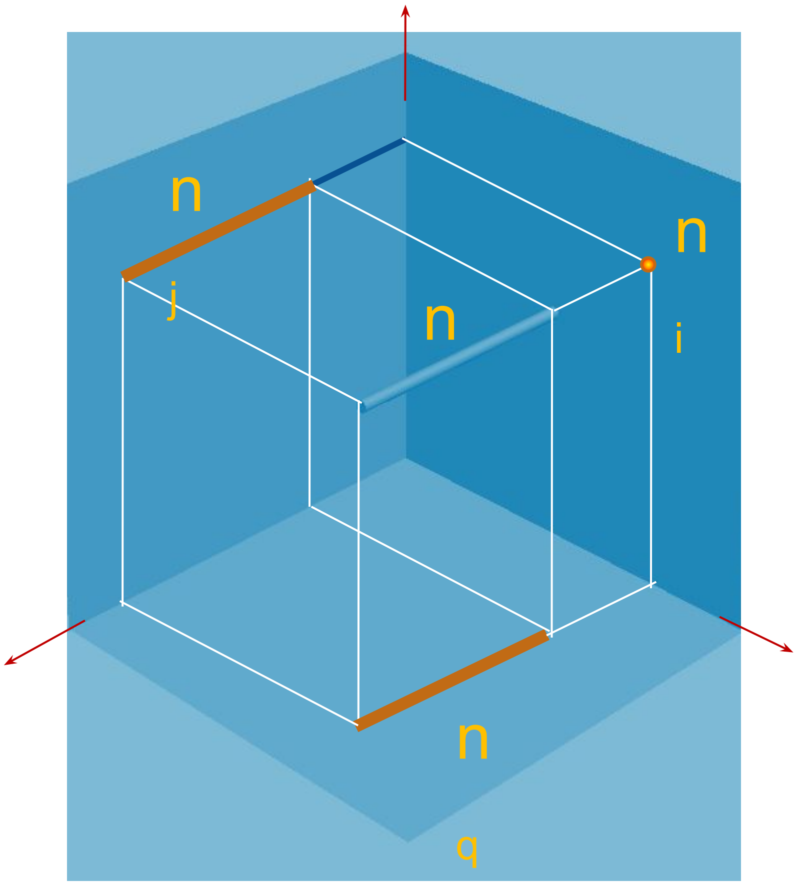




профильная прямая имеет проекцию в натуральную величину (НВ) на $П_3$

углы наклона профильной прямой:
к $П_1 \rightarrow \varphi_1$
к $П_2 \rightarrow \varphi_2$

все точки профильной прямой лежат на одной широте (находятся на одном расстоянии от $П_3$), т. е. у всех точек – координата x одна и та же

# проецирующие прямые

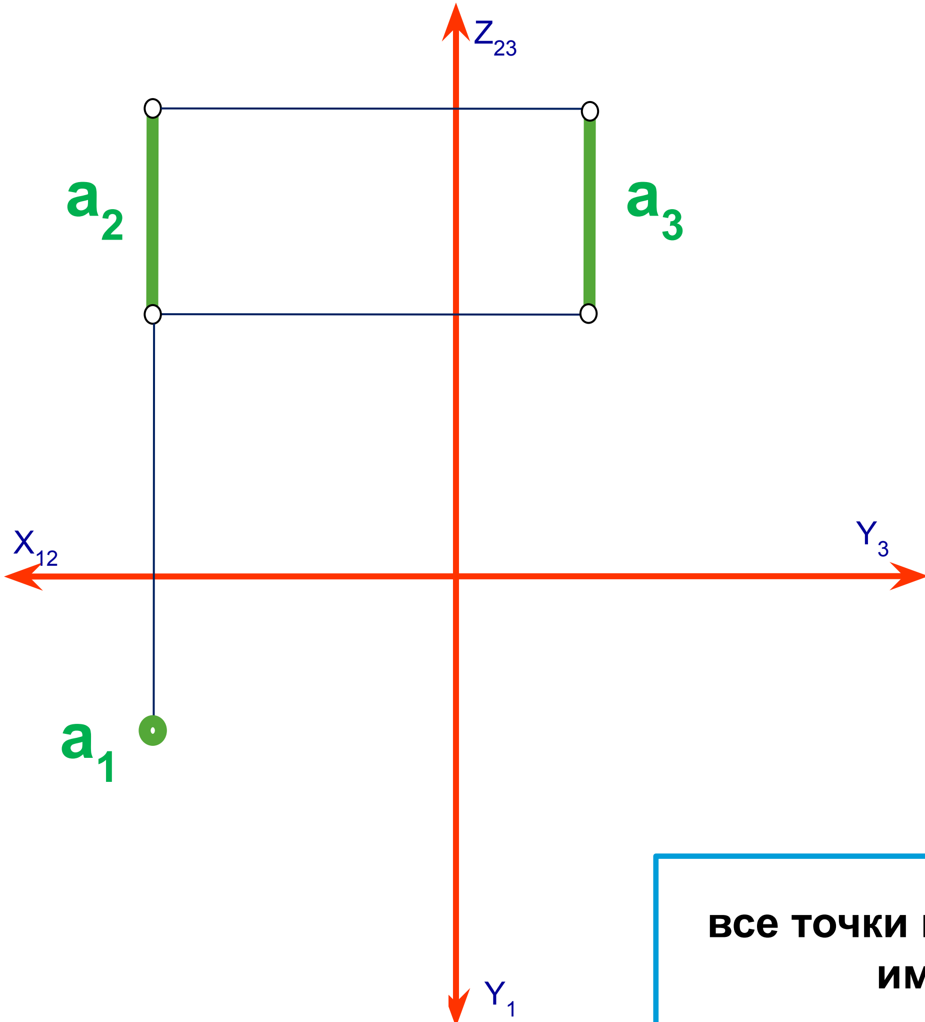



**проецирующая прямая - прямая, перпендикулярная какой-либо плоскости проекций**

одноименная проекция проецирующей прямой вырождается в точку,
а разноименная проекция – перпендикулярна оси, разделяющей ее
с одноименной проекцией

# горизонтально- проецирующая прямая

$a \perp П_1$



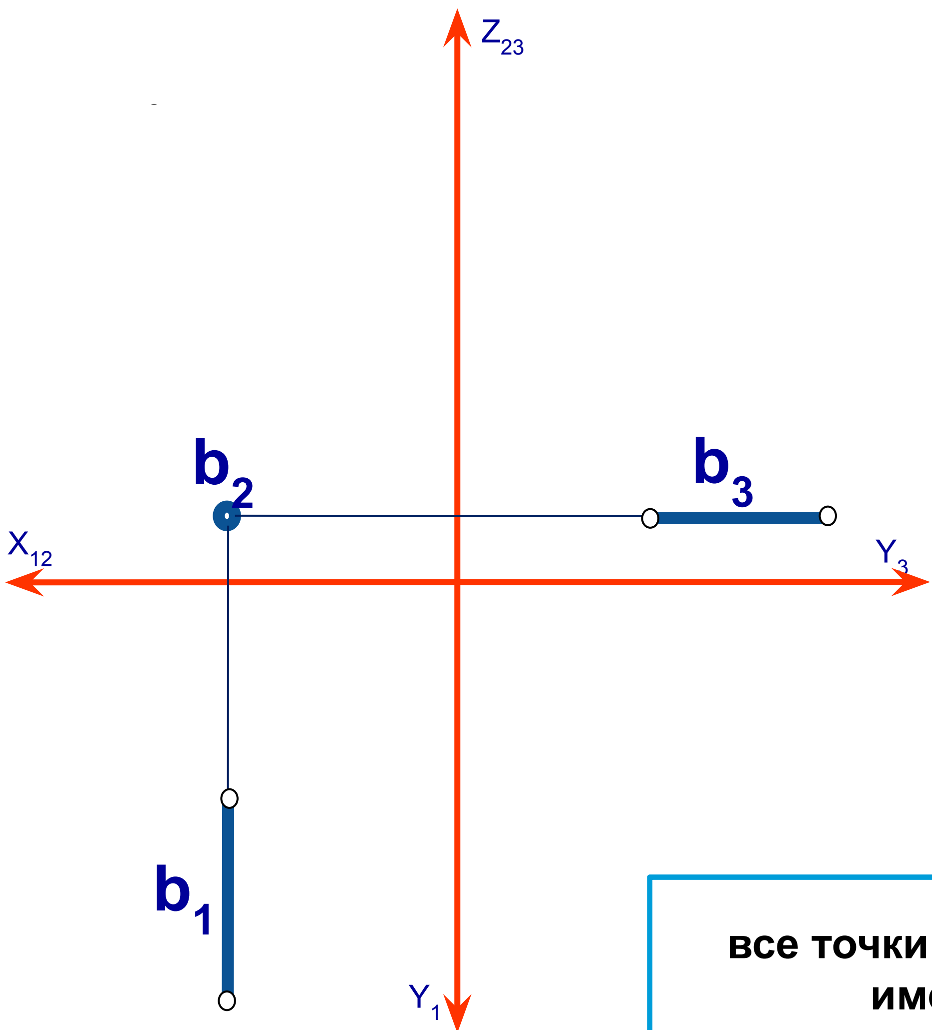

**имеет две проекции в натуральную величину (НВ) - на $П_2$ и $П_3$**

**на $П_1$ - вырождается в точку**

**все точки горизонтально-проецирующей прямой имеют одинаковую координату x и одинаковую координату y, координата z у всех точек разная**

# фронтально- проецирующая прямая

$b \perp П_2$



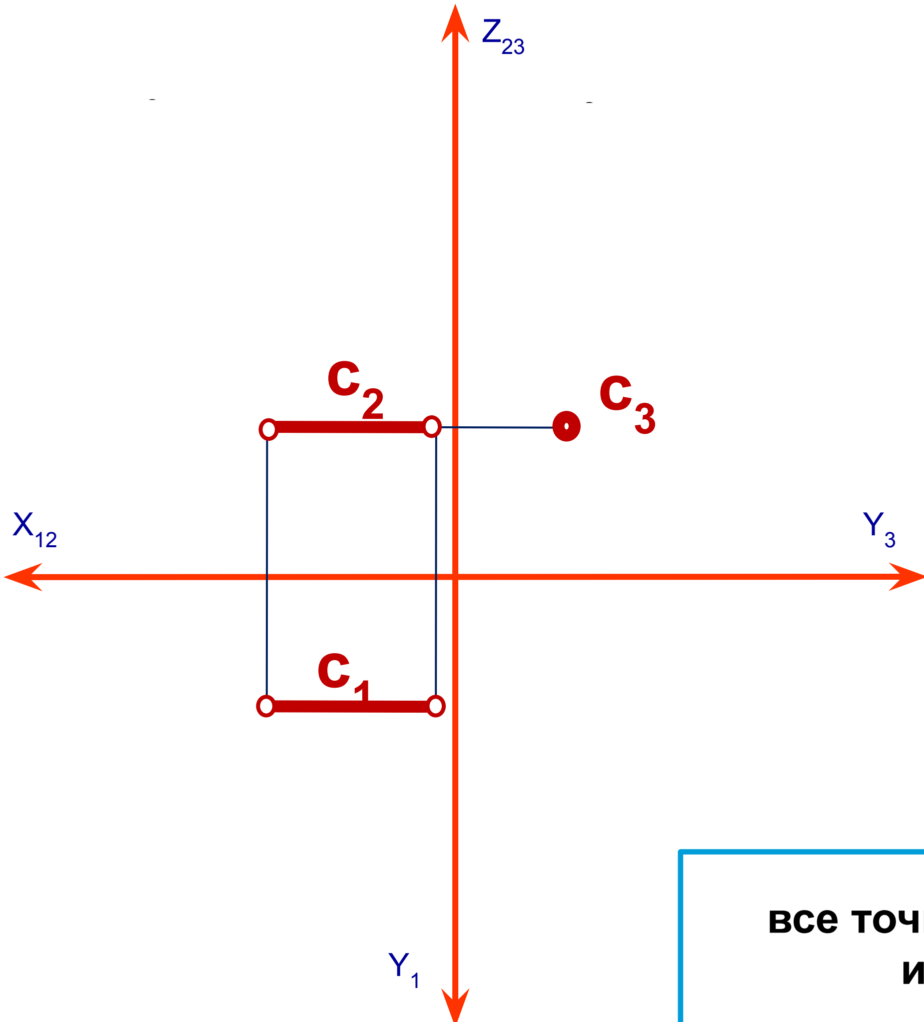

имеет две проекции
в натуральную величину
(НВ) -
на $П_1$ и $П_3$

на $П_2$ - вырождается
в точку

все точки фронтально-проецирующей прямой
имеют одинаковую координату **x**
и одинаковую координату **z**,
координата **y** у всех точек разная

# профильно- проецирующая прямая

$c \perp П_3$




имеет две проекции
в натуральную величину
(НВ) -
на $П_1$ и $П_2$
на $П_3$ - вырождается
в точку

все точки профильно-проецирующей прямой
имеют одинаковую координату $y$
и одинаковую координату $z$,
координата $x$ у всех точек разная

# характерные особенности проекций прямых частного положения

**прямые уровня:**

- наличие одной проекции в натуральную величину,
- две другие проекции параллельны координатным осям, определяющим плоскость проекций к которой прямая параллельна

**прямые проецирующие:**

- наличие вырожденной проекции (точка), которая обладает **собирательным свойством**: любая точка проецирующей прямой, проецируется на вырожденную проекцию прямой
- две другие проекции в натуральную величину и перпендикулярны координатным осям , определяющим плоскость проекций к которой прямая перпендикулярна

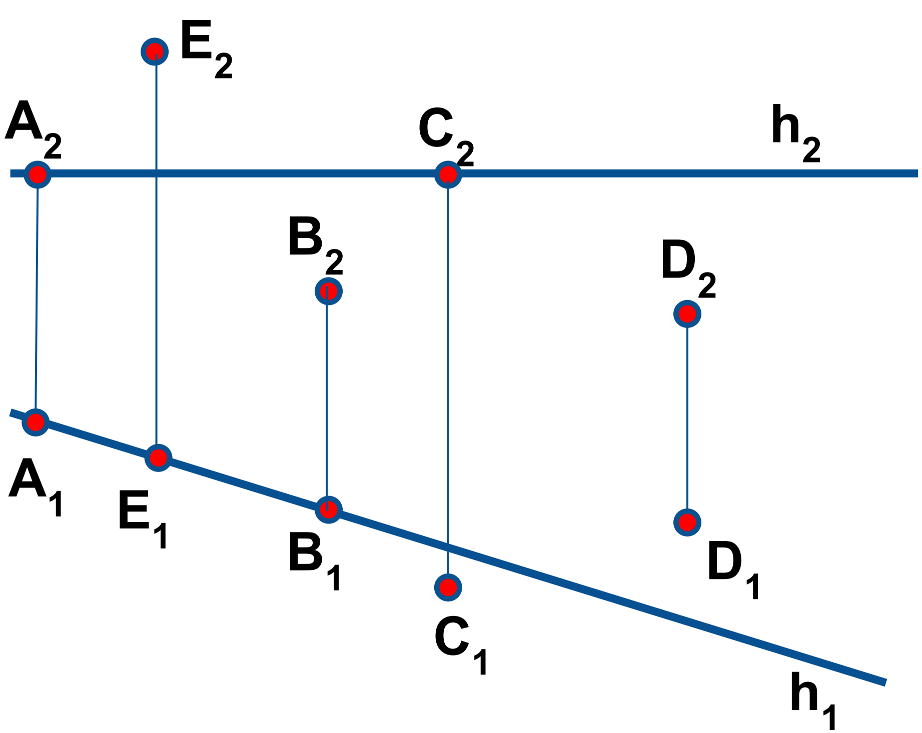
# ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ТОЧКИ И ПРЯМОЙ

# взаимное расположение точки и прямой

точка может находиться на прямой или вне ее

**если точка принадлежит прямой, то ее проекции лежат на одноименных проекциях данной прямой (и наоборот)**

**если точка находится вне прямой, то по крайней мере одна из проекций не должна лежать на одноименной проекции прямой**

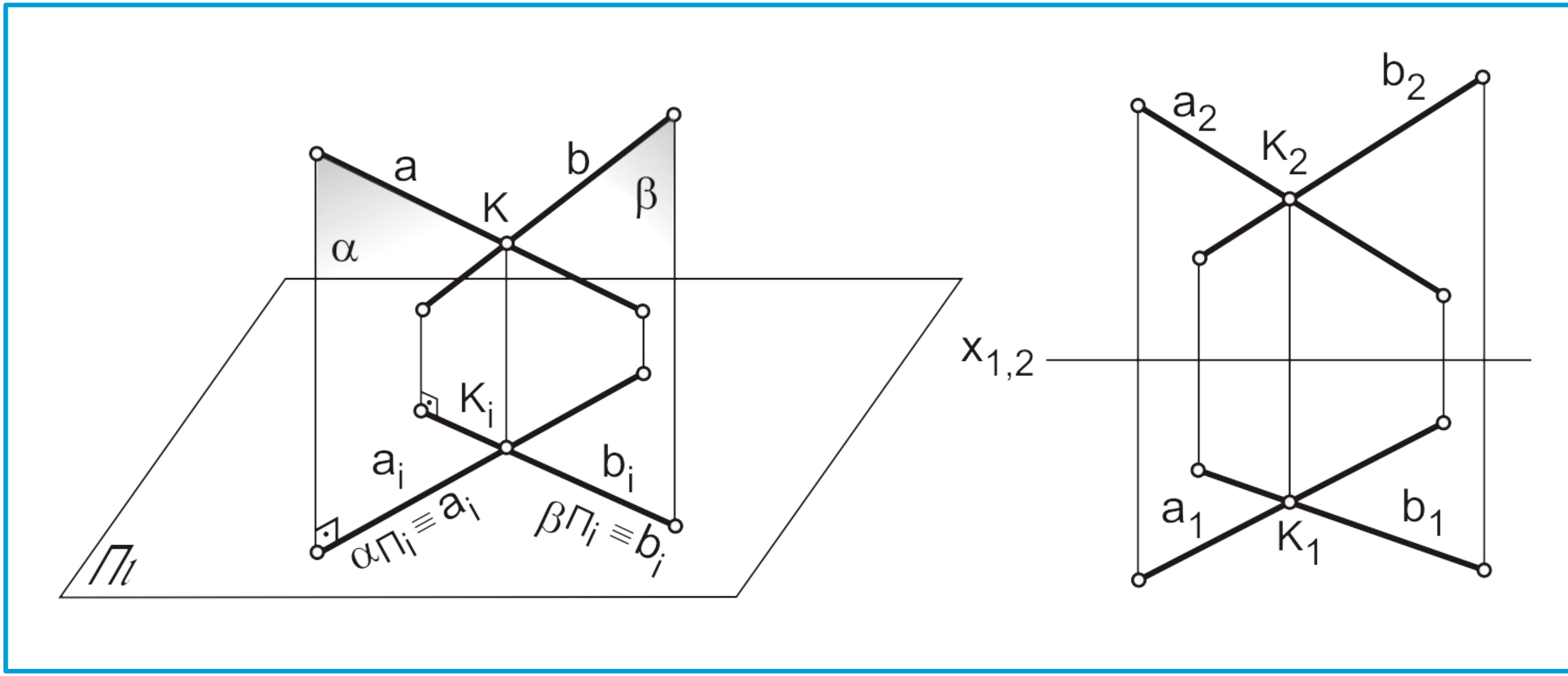



относительно прямой точка может быть расположена выше, ниже, спереди и сзади

**т. A ∈ h**
**т. E - выше h**
**т. B - ниже h**
**т. C - спереди h**
**т. D - сзади и ниже h**

# ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПРЯМЫХ

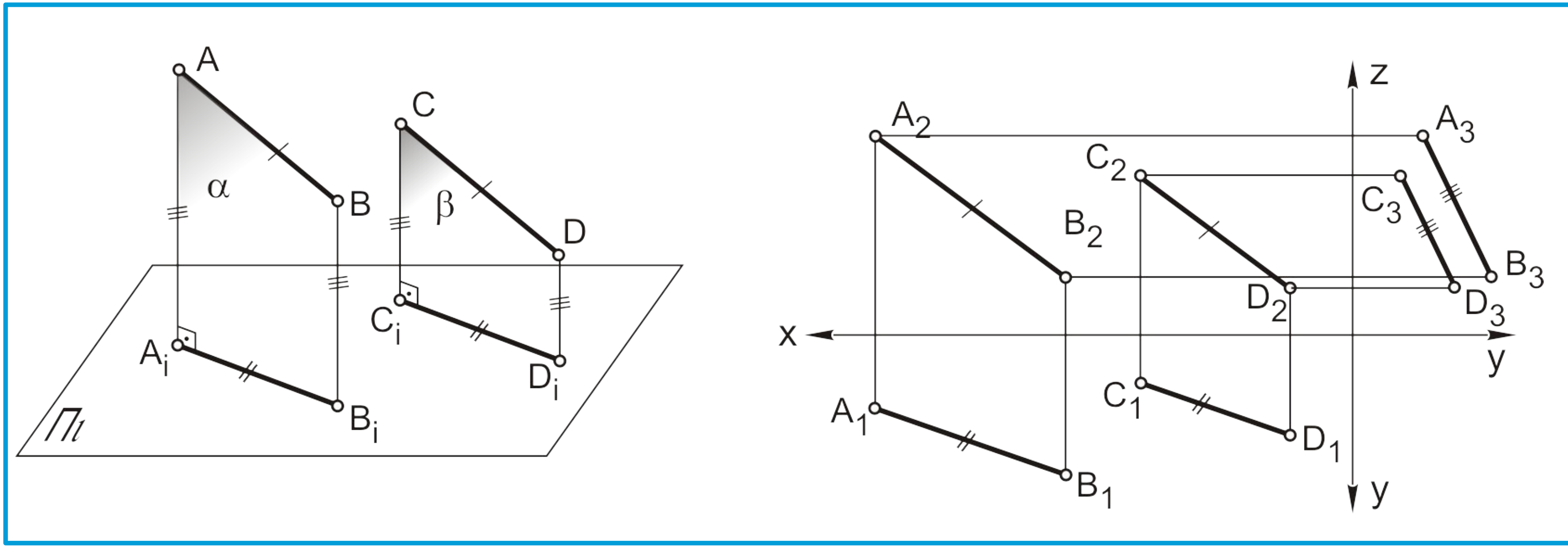
# пересекающиеся прямые




**если две прямые (a и b) пересекаются в точке (K), то проекции этой точки ($K_i$ и $K_j$) принадлежат одноименным проекциям пересекающихся прямых и, следовательно, лежат на линии проекционной связи между этими проекциями ($K_iK_j \perp x_{i,j}$)**

**$(a \cap b = K) \Rightarrow (a_i \cap b_i = K_i), (a_j \cap b_j = K_j), K_i\,K_j \perp x_{i,j}$**

# параллельные прямые



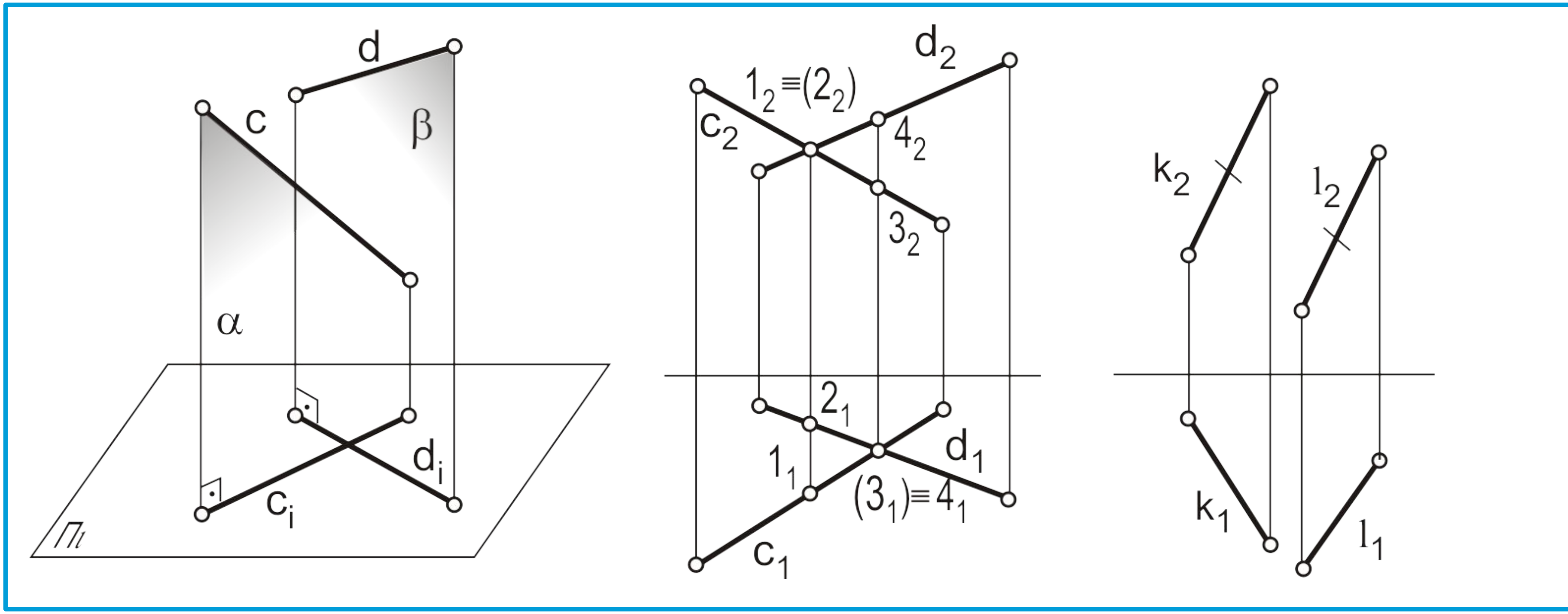

**если одноименные проекции прямых на каждой из плоскостей проекций параллельны между собой**

**($[A_1B_1] // [C_1D_1]$; $[A_2B_2] // [C_2D_2]$),**

**то и сами прямые в пространстве параллельны между собой**

**($[AB] // [CD]$)**

# скрещивающиеся прямые




**точки пересечения одноименных проекций
на смежных плоскостях
не лежат на линии их проекционной связи,**

**а параллельность проекций может иметь место
только на одной или двух из плоскостей проекций**

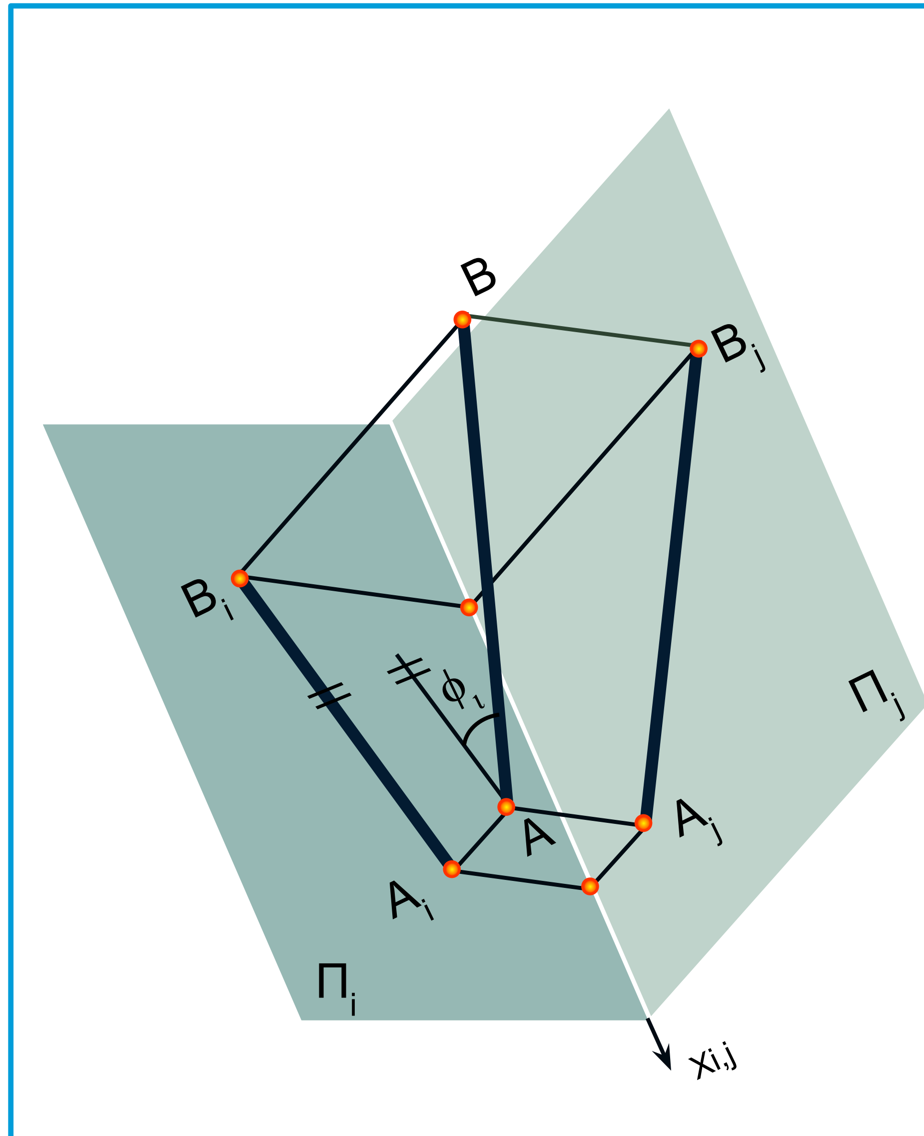
# ОПРЕДЕЛЕНИЕ
# ДЛИНЫ ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ ЛИНИИ
# ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ
# И УГЛОВ НАКЛОНА
# ЭТОЙ ПРЯМОЙ К ПЛОСКОСТЯМ ПРОЕКЦИЙ

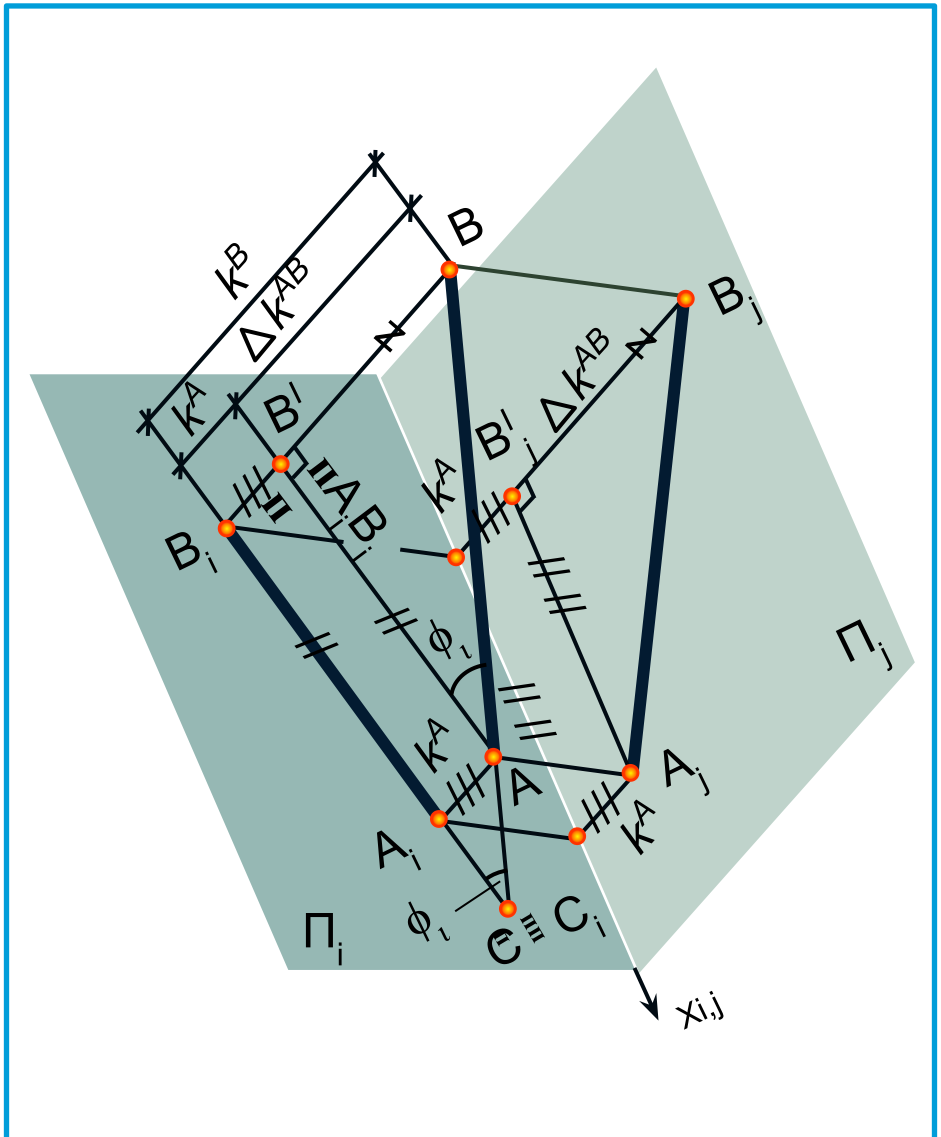
# натуральная величина отрезка прямой
## способ прямоугольного треугольника

**Дано:** **[AB] ; [$A_iB_i$]; [$A_jB_j$]**

**теорема:**

Натуральная величина отрезка AB равна гипотенузе прямоугольного треугольника, одним катетом которого является любая проекция $A_iB_i$ отрезка,
а другим катетом служит разность $\Delta k = k^B - k^A = [B_j\, x_{i,j}] - [A_j\, x_{i,j}]$ расстояний концов другой проекции $A_jB_j$ до оси $x_{i,j}$, разделяющей эти две проекции.
Угол между проекцией $A_iB_i$ и гипотенузой (натуральной величиной |AB|) равен углу $\phi^o_i$ наклона отрезка AB к плоскости $П_i$ и к проекции $A_iB_i$






# Доказательство:

$AB^I \parallel A_iB_i$; $BB^I \perp AB^I$

**[AB] – *натуральная величина*** *(гипотенуза)*

$AB^I = A_iB_i$ *(1 катет)*

$k^A = B_iB^I \quad k^B = B_iB$

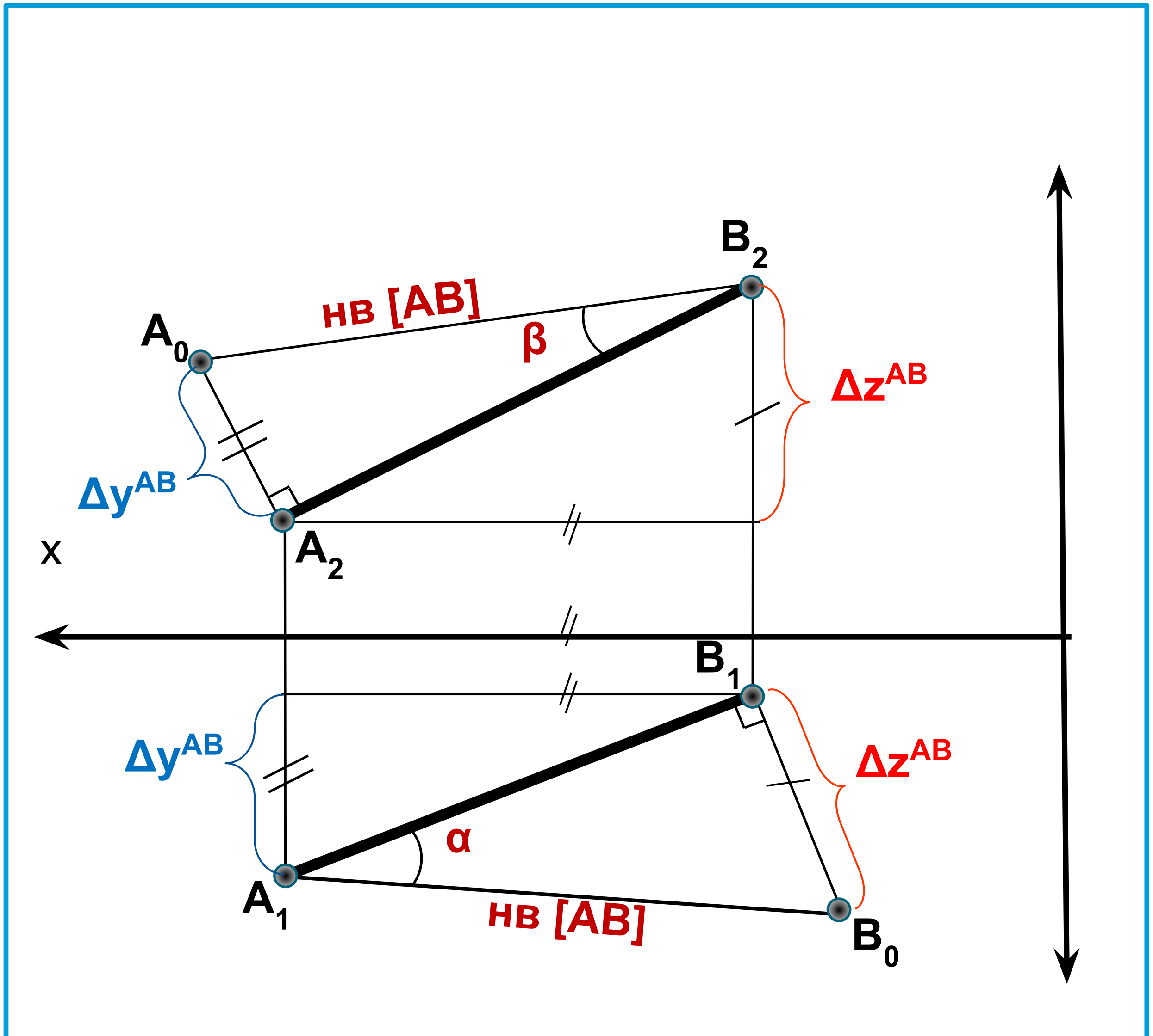
$\Delta k = k^B - k^A = B^IB$

$\Delta k = k^B - k^A = B_j\, x_{i,j} - A_j\, x_{i,j}$

$\angle BAB^I = \angle BCB_i$

# способ прямоугольного треугольника

## построение
## на горизонтальной и фронтальной плоскостях проекций




$\Delta y^{AB} = y_b - y_a$

$\Delta z^{AB} = z_b - z_a$

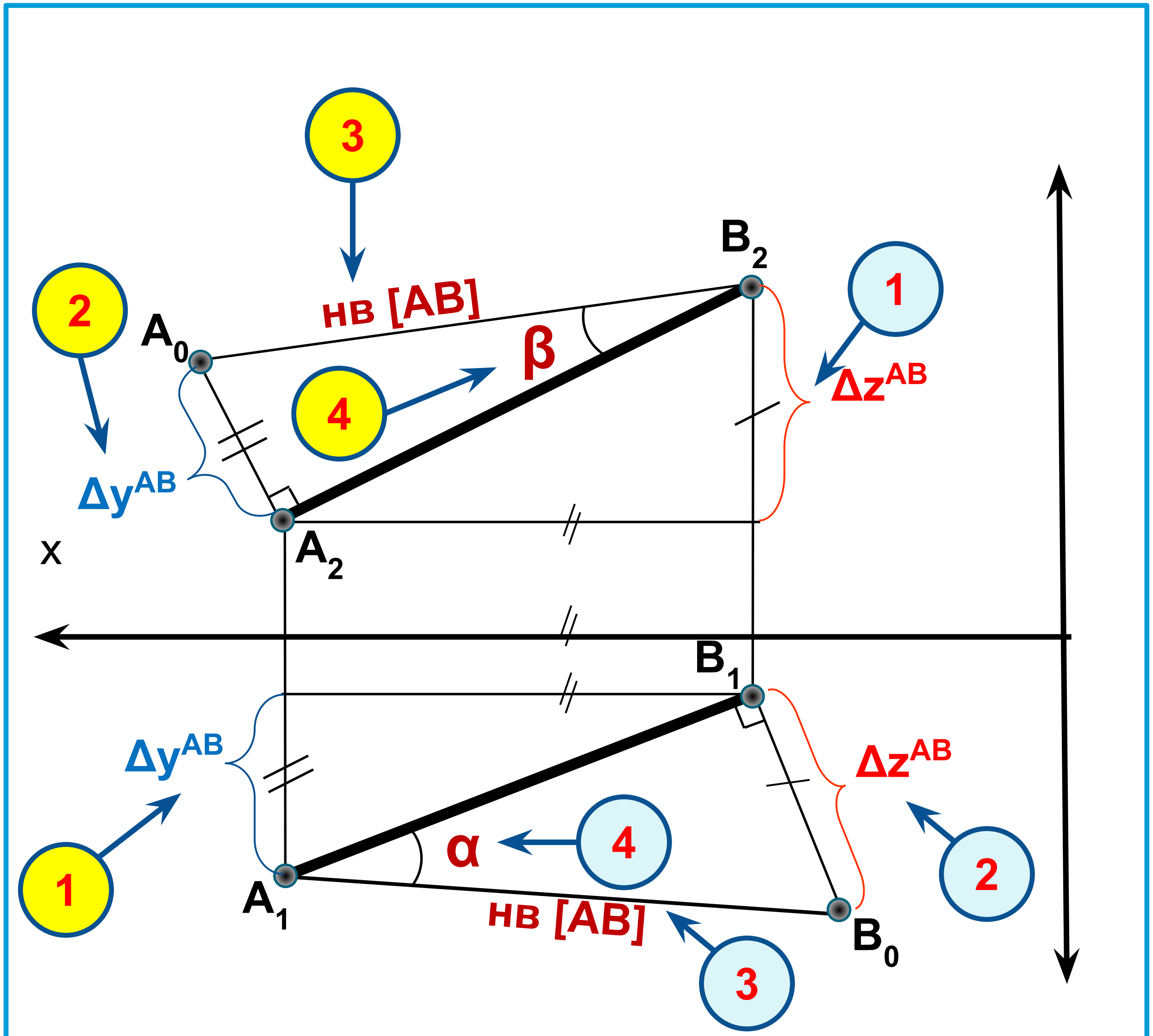
**[AB] – *натуральная величина (гипотенуза )***

**α - угол наклона отрезка AB к плоскости $П_1$ и к проекции $A_1B_1$**

**β - угол наклона отрезка AB к плоскости $П_2$ и к проекции $A_2B_2$**

# способ прямоугольного треугольника

## 2 варианта порядка построения
## на горизонтальной и фронтальной плоскостях проекций




$\Delta y^{AB} = y_b - y_a$

$\Delta z^{AB} = z_b - z_a$

[AB] – *натуральная величина (гипотенуза )*

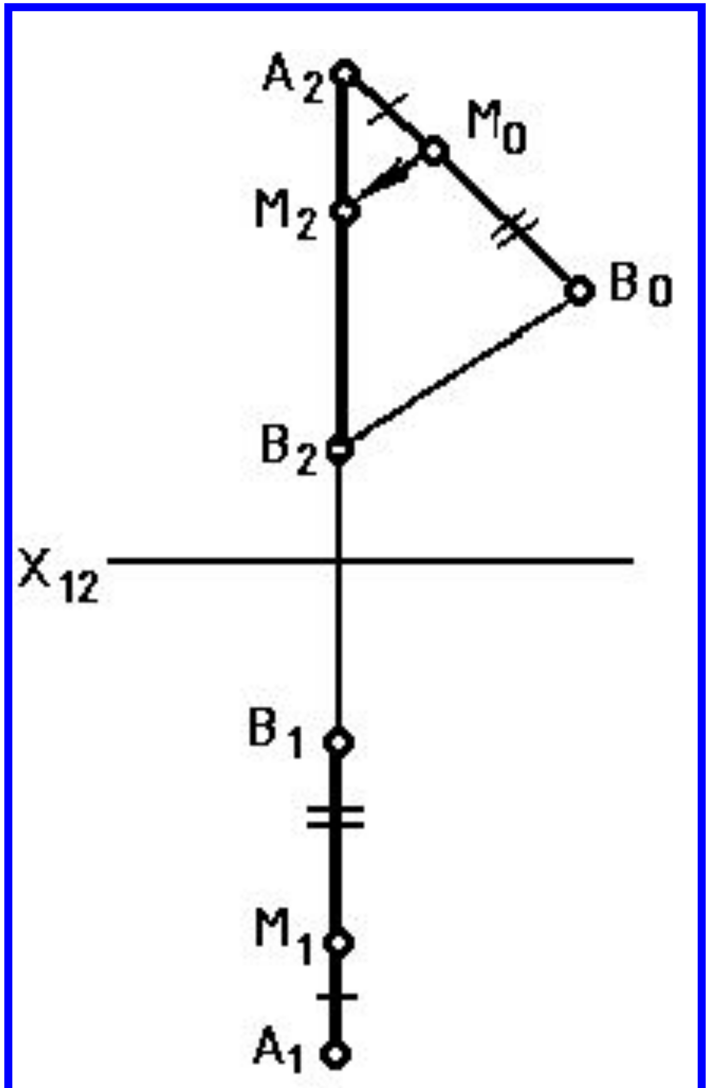
α - угол наклона отрезка AB к плоскости $П_1$ и к проекции $A_1B_1$

β - угол наклона отрезка AB к плоскости $П_2$ и к проекции $A_2B_2$

# НАХОЖДЕНИЕ НЕДОСТАЮЩЕЙ ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ НА ПРОФИЛЬНОЙ ПРЯМОЙ

## нахождение недостающей проекции точки на профильной прямой

## 1 способ - деление отрезка в данном отношении



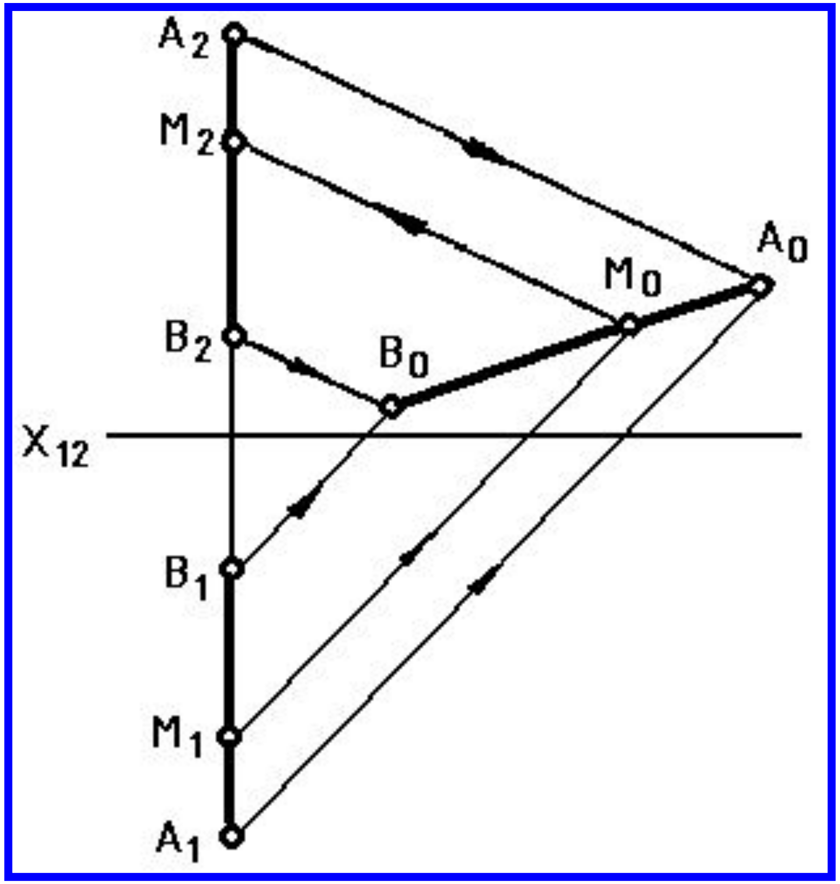

**Задана** профильная прямая уровня отрезком |AB|
и дана горизонтальная проекция $M_1$ точки M, принадлежащая отрезку |AB|.

**Требуется построить фронтальную проекцию $M_2$**

**Порядок построения:**
на произвольной прямой, проведенной из $A_2$, отложены отрезки $|A_2M_0| = |A_1M_1|$, $|M_0B_0| = |M_1 B_1|$,
затем проведена прямая $M_0M_2 \parallel B_0B_2$
и, тем самым, получена фронтальная проекция $M_2$ точки M

# нахождение недостающей проекции точки на профильной прямой

## 2 способ – при помощи прямой преломления




$A_0B_0$ называется **прямой преломления лучей**

**Задана** профильная прямая уровня отрезком |AB| и дана горизонтальная проекция $M_1$ точки M, принадлежащая отрезку |AB|.

Требуется построить $M_2$

**Порядок построения:**

через $A_1$ и $B_1$ проводим два параллельных луча произвольного направления до пересечения в точках $A_0$ и $B_0$ с соответствующими параллельными лучами, проведенными через $A_2$ и $B_2$. Затем через $M_1$ проводим луч, параллельный лучам $A_1A_0$ и $B_1B_0$, до пересечения его в точке $M_0$ с прямой $A_0B_0$. Через точку $M_0$ проводим луч, параллельный лучам $A_2A_0$ и $B_2B_0$, до пересечения с $A_2B_2$ в точке $M_2$