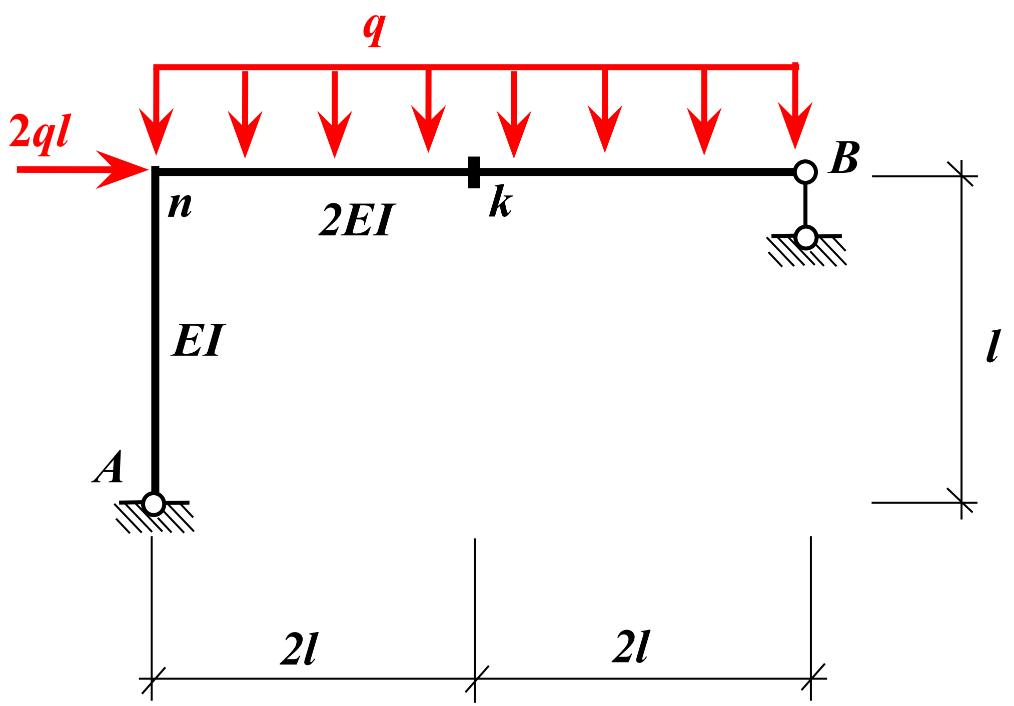
Тема 9.
Определение перемещений от силового воздействия

Автор: Дегтярева Н.В.



Определить вертикальное перемещение сечения ***k*** и угол поворота сечения ***n***.

Определение перемещения

Перемещение произвольной точки i по заданному направлению от внешнего воздействия может быть вычислено по формуле Максвелла–Мора:

$$\Delta_{ia} = \sum\int\frac{M_a\overline{M}_i ds}{EJ} + \sum\int\mu\frac{Q_a\overline{Q}_i ds}{GA} + \sum\int\frac{N_a\overline{N}_i ds}{EA} +$$

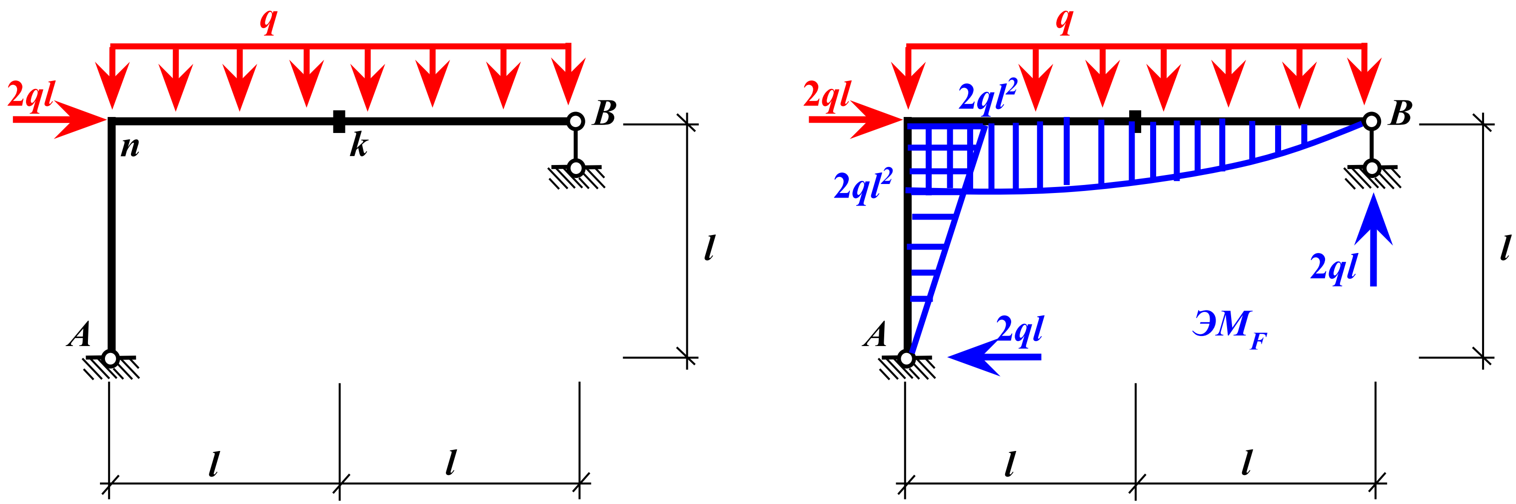
$$+\sum\int\frac{\alpha t'\overline{M}_i}{h}ds + \sum\int\alpha t_0\overline{N}_i ds - \sum\overline{R}_i c_i, \qquad (3.24)$$

которая является универсальной, так как позволяет находить перемещение любого плоского сооружения от любого внешнего воздействия. Внешнее воздействие может быть силовым, тепловым и кинематическим.

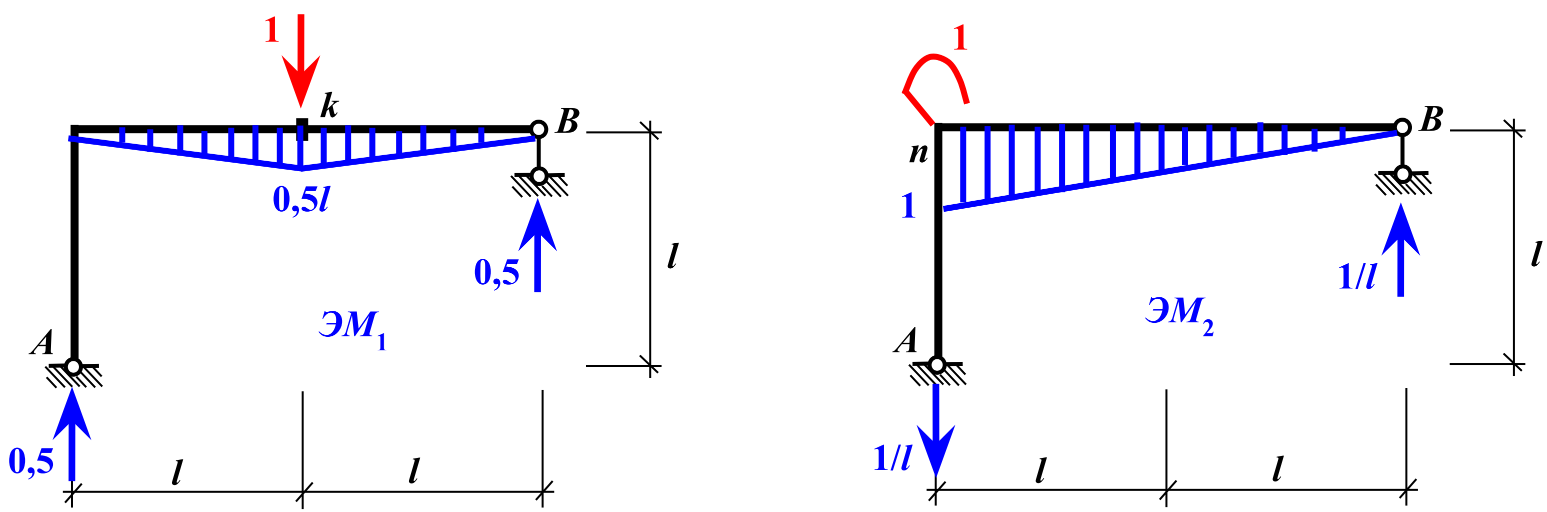
В этой формуле M_a, Q_a, N_a – внутренние усилия (эпюры M_a, Q_a, N_a) в заданной системе от внешнего воздействия; $\overline{M}_i$, $\overline{Q}_i$, $\overline{N}_i$ – внутренние усилия (эпюры $\overline{M}_i$, $\overline{Q}_i$, $\overline{N}_i$) во вспомогательном состоянии от обобщенной силы $\overline{P}_i = 1$, приложенной в i–й точке по направлению искомого перемещения; $\overline{R}_i$ – реакции в смещаемых связях от $\overline{P}_i = 1$; c_i – величины заданных смещений связей; h – высота поперечного сечения; μ – коэффициент неравномерности распределения касательных напряжений при изгибе; α – коэффициент теплового линейного расширения материала; t_0 – температура нейтрального волокна, равная $t_0 = (t_1 + t_2)/2$ для стержня, центр тяжести поперечного сечения которого находится посредине высоты сечения; $t' = |t_1 - t_2|$ – перепад температур; t_1 и t_2 – изменение температур крайних волокон стержня.

Анохин Н.Н. Строительная механика в примерах и задачах. Ч. I. Статически определимые системы: Учеб. пос. – М.: Изд-во АСВ, 1999. – 335 (стр. 143)

Грузовая эпюра



Единичные эпюры



Определение перемещения

Перемещение произвольной точки i по заданному направлению от внешнего воздействия может быть вычислено по формуле Максвелла–Мора:

$$\Delta_{ia} = \sum\int\frac{M_a\overline{M}_i ds}{EJ} + \sum\int\mu\frac{Q_a\overline{Q}_i ds}{GA} + \sum\int\frac{N_a\overline{N}_i ds}{EA} +$$

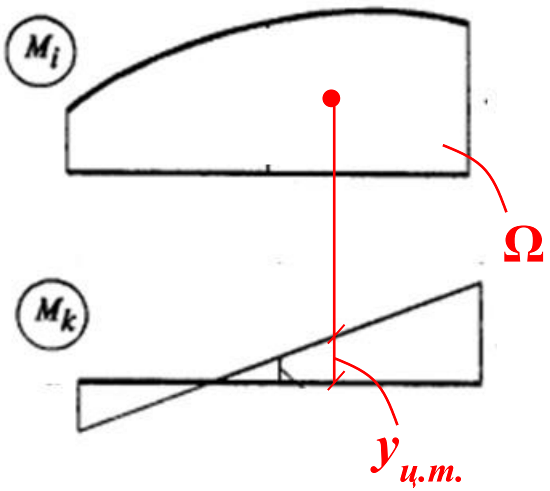
$$+\sum\int\frac{\alpha t'\overline{M}_i}{h}ds + \sum\int\alpha t_0\overline{N}_i ds - \sum\overline{R}_i c_i, \qquad (3.24)$$

которая является универсальной, так как позволяет находить перемещение любого плоского сооружения от любого внешнего воздействия. Внешнее воздействие может быть силовым, тепловым и кинематическим.

В этой формуле M_a, Q_a, N_a – внутренние усилия (эпюры M_a, Q_a, N_a) в заданной системе от внешнего воздействия; $\overline{M}_i$, $\overline{Q}_i$, $\overline{N}_i$ – внутренние усилия (эпюры $\overline{M}_i$, $\overline{Q}_i$, $\overline{N}_i$) во вспомогательном состоянии от обобщенной силы $\overline{P}_i = 1$, приложенной в i–й точке по направлению искомого перемещения; $\overline{R}_i$ – реакции в смещаемых связях от $\overline{P}_i = 1$; c_i – величины заданных смещений связей; h – высота поперечного сечения; μ – коэффициент неравномерности распределения касательных напряжений при изгибе; α – коэффициент теплового линейного расширения материала; t_0 – температура нейтрального волокна, равная $t_0 = (t_1 + t_2)/2$ для стержня, центр тяжести поперечного сечения которого находится посредине высоты сечения; $t' = |t_1 - t_2|$ – перепад температур; t_1 и t_2 – изменение температур крайних волокон стержня.

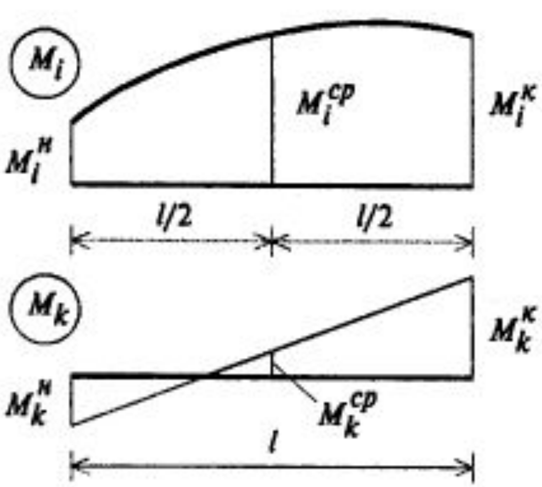
Анохин Н.Н. Строительная механика в примерах и задачах. Ч. I. Статически определимые системы: Учеб. пос. – М.: Изд-во АСВ, 1999. – 335 (стр. 143)

Правило Верещагина



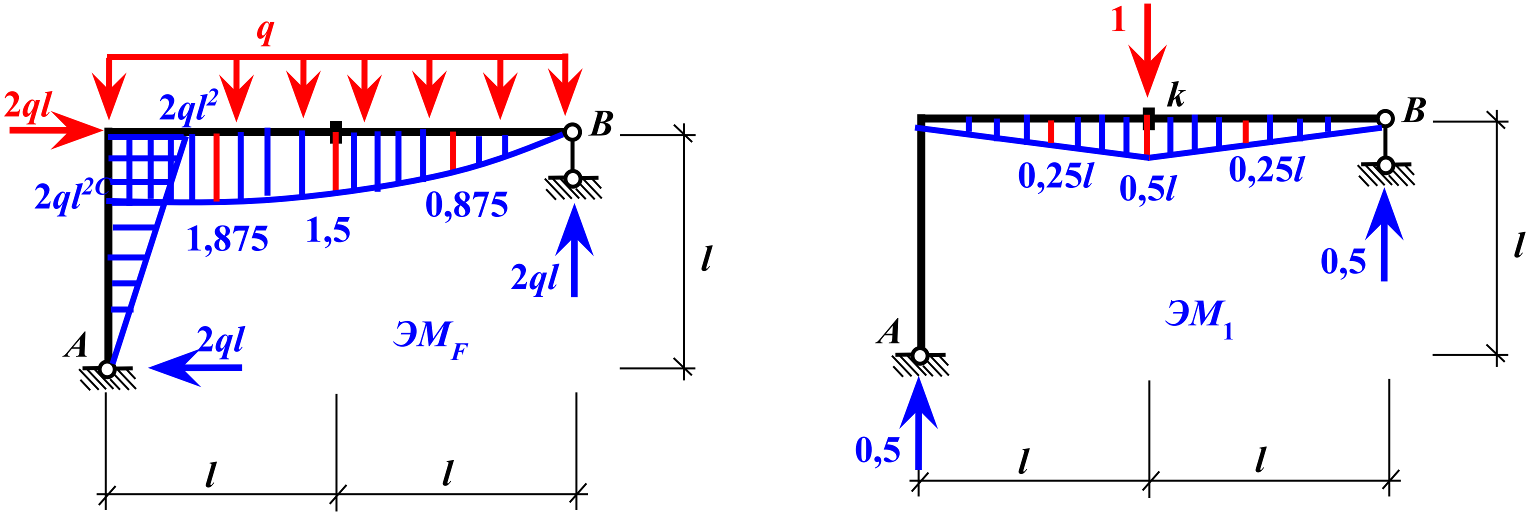
$$\frac{1}{EJ}\int_a^b M_i M_k dx = \frac{\Omega y_{ц.т.}}{EJ}$$

Формула Симпсона



$$\int \frac{M_i M_k}{EJ} dx = \frac{l}{6EJ}(M_i^н M_k^н + 4M_i^{ср} M_k^{ср} + M_i^к M_k^к)$$

Вертикальное перемещение сечения *k*

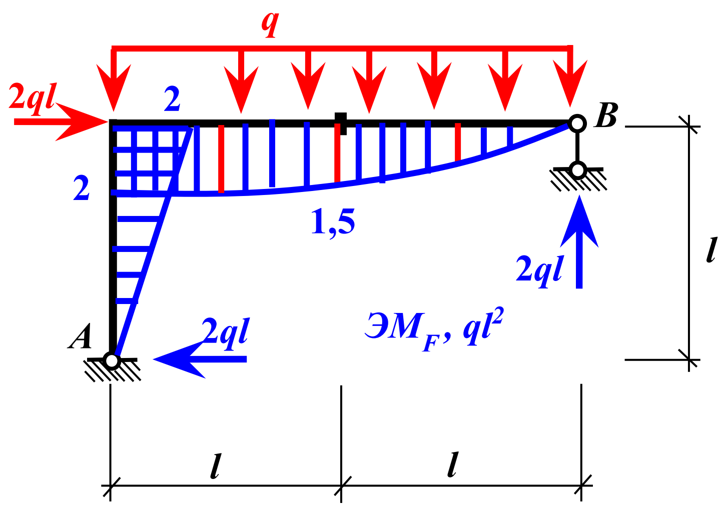


$$y_k = \frac{l}{6 \cdot 2EI}\left(2ql^2 \cdot 0 + 4 \cdot 1{,}875ql^2 \cdot 0{,}25l + 1{,}5ql^2 \cdot 0{,}5l\right) +$$

$$+ \frac{l}{6 \cdot 2EI}\left(1{,}5ql^2 \cdot 0{,}5l + 4 \cdot 0{,}875ql^2 \cdot 0{,}25l + 0\right) = \frac{17}{48}\frac{ql^4}{EI}$$

Сечение *k* перемещается вниз

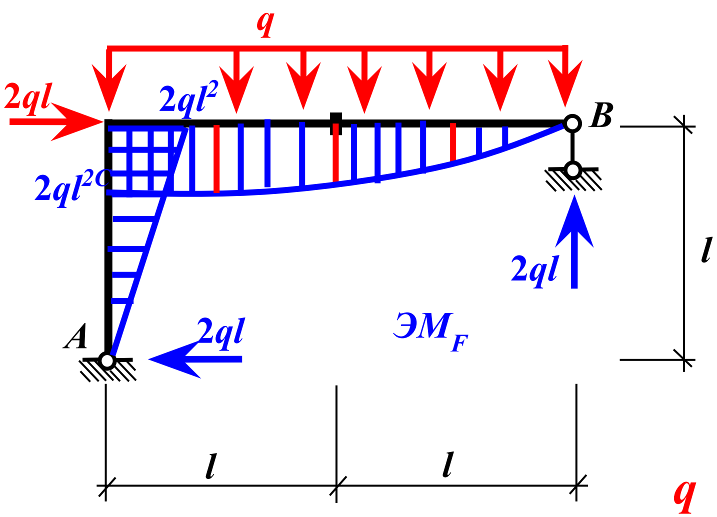
Угол поворота сечения *n*



$$\varphi_n = \frac{l}{6 \cdot 2EI}\left(2ql^2 \cdot 1 + 4 \cdot 1{,}5ql^2 \cdot 0{,}5 + 0\right) = \frac{5}{6}\frac{ql^3}{EI}$$

Сечение *n* поворачивается по часовой стрелке

Деформированная схема



$$y_k = \frac{17}{48}\frac{ql^4}{EI} \qquad \varphi_n = \frac{5}{6}\frac{ql^3}{EI}$$