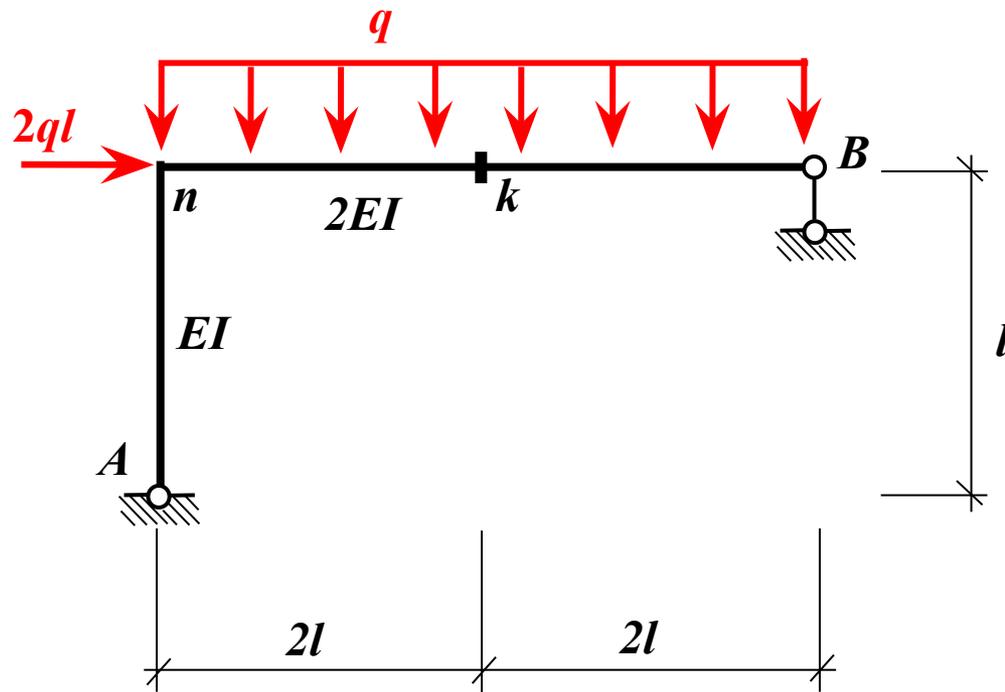


Тема 9.
Определение перемещений от
силового воздействия

Автор: Дегтярева Н.В.



Определить вертикальное перемещение сечения k и угол поворота сечения n .

Определение перемещения

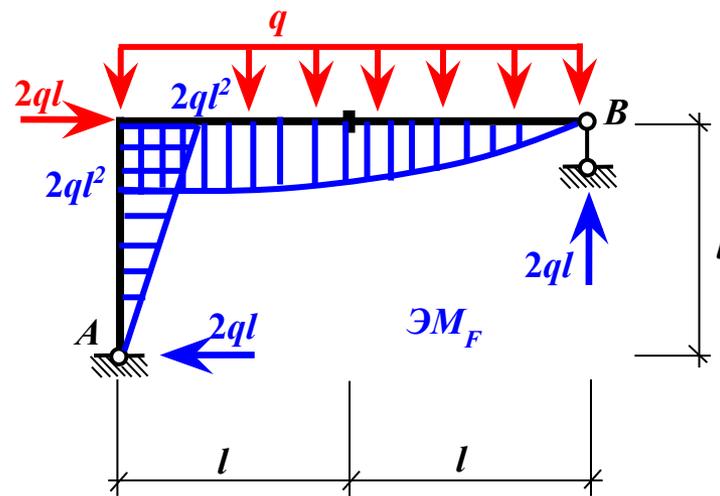
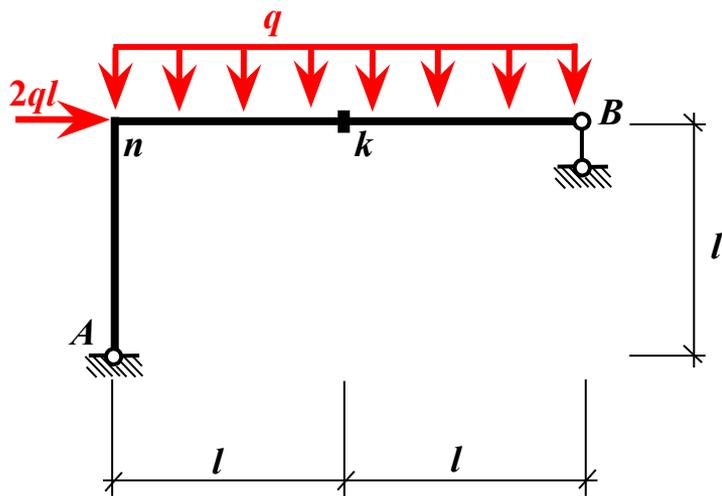
Перемещение произвольной точки i по заданному направлению от внешнего воздействия может быть вычислено по формуле Максвелла - Мора:

$$\Delta_{ia} = \sum \int \frac{M_a \bar{M}_i ds}{EJ} + \sum \int \mu \frac{Q_a \bar{Q}_i ds}{GA} + \sum \int \frac{N_a \bar{N}_i ds}{EA} + \sum \int \frac{\alpha t' \bar{M}_i}{h} ds + \sum \int \alpha t_0 \bar{N}_i ds - \sum \bar{R}_i c_i, \quad (3.24)$$

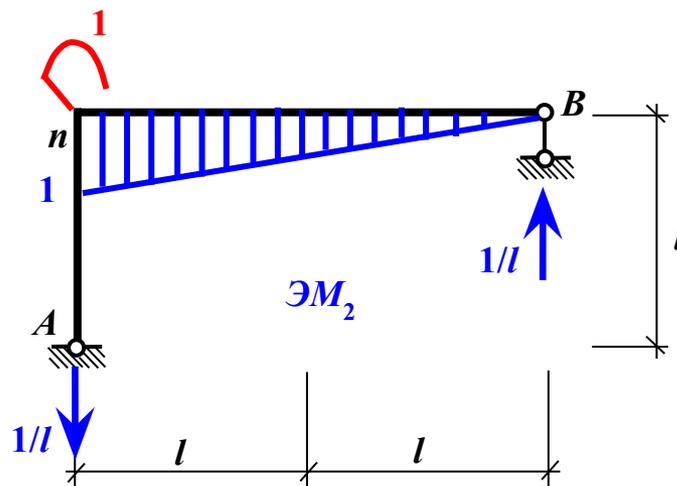
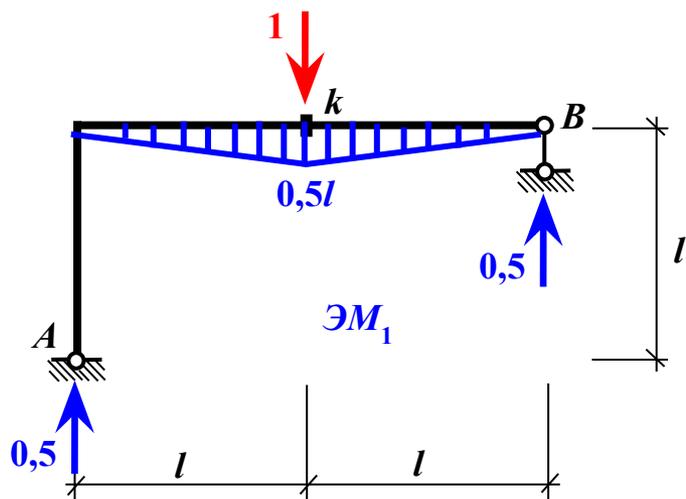
которая является универсальной, так как позволяет находить перемещение любого плоского сооружения от любого внешнего воздействия. Внешнее воздействие может быть силовым, тепловым и кинематическим.

В этой формуле M_a , Q_a , N_a – внутренние усилия (эпюры M_a , Q_a , N_a) в заданной системе от внешнего воздействия; \bar{M}_i , \bar{Q}_i , \bar{N}_i – внутренние усилия (эпюры \bar{M}_i , \bar{Q}_i , \bar{N}_i) во вспомогательном состоянии от обобщенной силы $\bar{P}_i = 1$, приложенной в i -й точке по направлению искомого перемещения; \bar{R}_i – реакции в смещаемых связях от $\bar{P}_i = 1$; c_i – величины заданных смещений связей; h – высота поперечного сечения; μ – коэффициент неравномерности распределения касательных напряжений при изгибе; α – коэффициент теплового линейного расширения материала; t_0 – температура нейтрального волокна, равная $t_0 = (t_1 + t_2)/2$ для стержня, центр тяжести поперечного сечения которого находится посередине высоты сечения; $t' = |t_1 - t_2|$ – перепад температур; t_1 и t_2 – изменение температур крайних волокон стержня.

Грузовая эпюра



Единичные эпюры



Определение перемещения

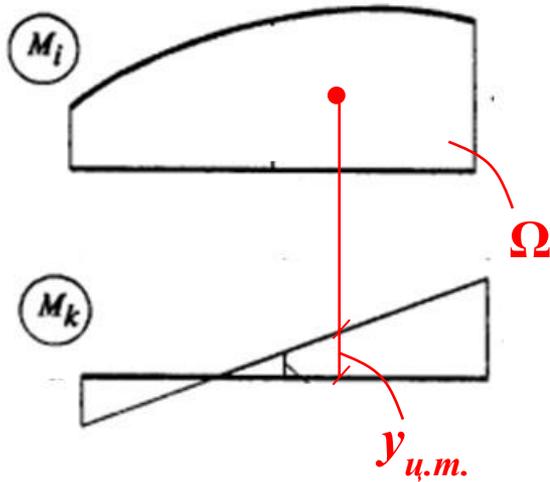
Перемещение произвольной точки i по заданному направлению от внешнего воздействия может быть вычислено по формуле Максвелла - Мора:

$$\Delta_{ia} = \sum \int \frac{M_a \bar{M}_i ds}{EJ} + \sum \int \mu \frac{Q_a \bar{Q}_i ds}{GA} + \sum \int \frac{N_a \bar{N}_i ds}{EA} + \sum \int \frac{\alpha t' \bar{M}_i}{h} ds + \sum \int \alpha t_0 \bar{N}_i ds - \sum \bar{R}_i c_i, \quad (3.24)$$

которая является универсальной, так как позволяет находить перемещение любого плоского сооружения от любого внешнего воздействия. Внешнее воздействие может быть силовым, тепловым и кинематическим.

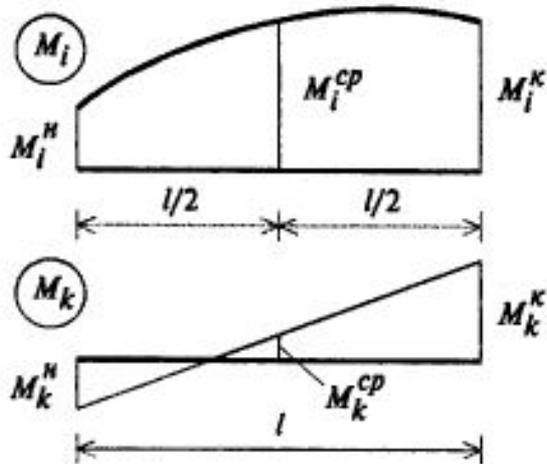
В этой формуле M_a , Q_a , N_a – внутренние усилия (эпюры M_a , Q_a , N_a) в заданной системе от внешнего воздействия; \bar{M}_i , \bar{Q}_i , \bar{N}_i – внутренние усилия (эпюры \bar{M}_i , \bar{Q}_i , \bar{N}_i) во вспомогательном состоянии от обобщенной силы $\bar{P}_i = 1$, приложенной в i -й точке по направлению искомого перемещения; \bar{R}_i – реакции в смещаемых связях от $\bar{P}_i = 1$; c_i – величины заданных смещений связей; h – высота поперечного сечения; μ – коэффициент неравномерности распределения касательных напряжений при изгибе; α – коэффициент теплового линейного расширения материала; t_0 – температура нейтрального волокна, равная $t_0 = (t_1 + t_2)/2$ для стержня, центр тяжести поперечного сечения которого находится посередине высоты сечения; $t' = |t_1 - t_2|$ – перепад температур; t_1 и t_2 – изменение температур крайних волокон стержня.

Правило Верещагина



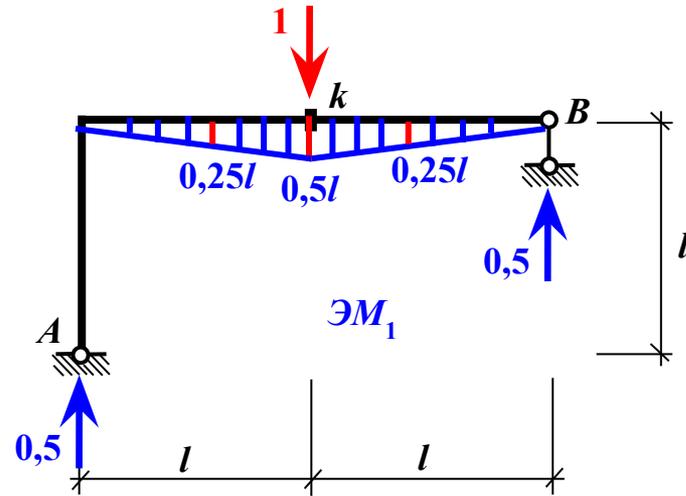
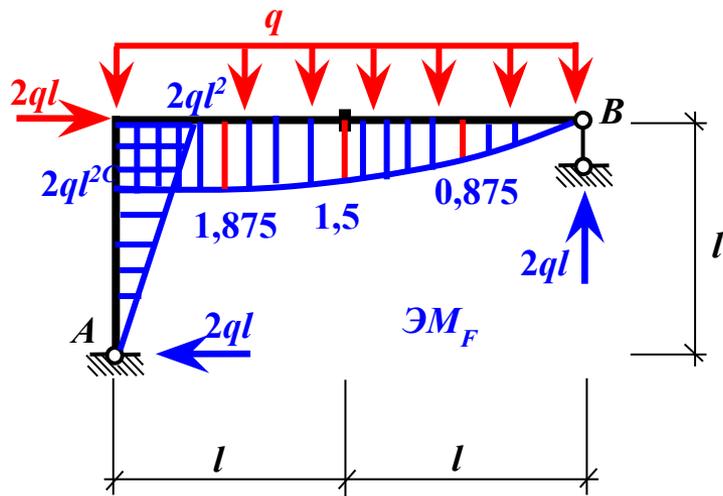
$$\frac{1}{EJ} \int_a^b M_i M_k dx = \frac{\Omega y_{u.m.}}{EJ}$$

Формула Симпсона



$$\int \frac{M_i M_k}{EJ} dx = \frac{l}{6EJ} (M_i^H M_k^H + 4M_i^{CP} M_k^{CP} + M_i^K M_k^K)$$

Вертикальное перемещение сечения k

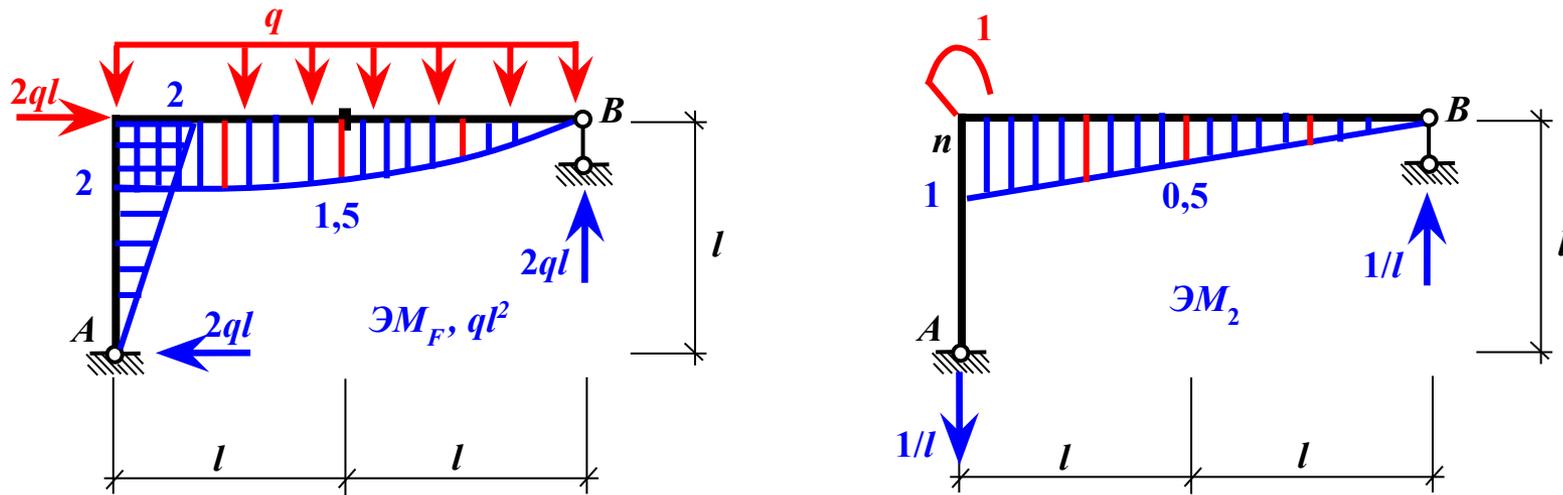


$$y_k = \frac{l}{6 \cdot 2EI} \left(2ql^2 \cdot 0 + 4 \cdot 1,875ql^2 \cdot 0,25l + 1,5ql^2 \cdot 0,5l \right) +$$

$$+ \frac{l}{6 \cdot 2EI} \left(1,5ql^2 \cdot 0,5l + 4 \cdot 0,875ql^2 \cdot 0,25l + 0 \right) = \frac{17}{48} \frac{ql^4}{EI}$$

Сечение k перемещается вниз

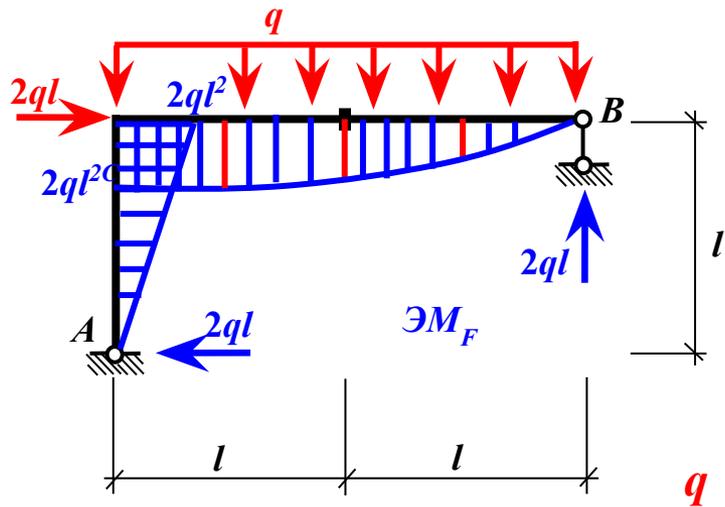
Угол поворота сечения n



$$\varphi_n = \frac{l}{6 \cdot 2EI} (2ql^2 \cdot 1 + 4 \cdot 1,5ql^2 \cdot 0,5 + 0) = \frac{5}{6} \frac{ql^3}{EI}$$

Сечение n поворачивается по часовой стрелке

Деформированная схема



$$y_k = \frac{17 ql^4}{48 EI}$$

$$\varphi_n = \frac{5 ql^3}{6 EI}$$

