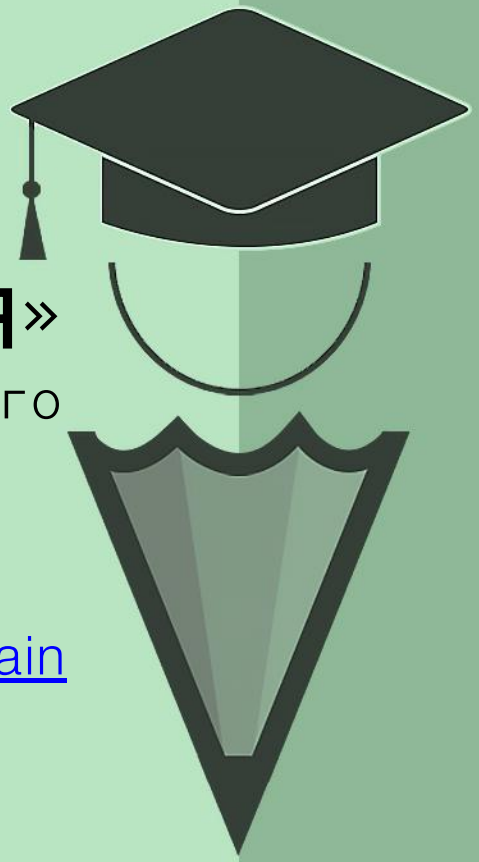
Практикум по решению задания №6 ЕГЭ по математике



«ПЛАНИМЕТРИЯ»

(по материалам открытого банка задач ЕГЭ по математике (профильный уровень)

http://mathege.ru/or/ege/Main.html

Задание №6 «ПЛАНИМЕТРИЯ»

Задание содержит:

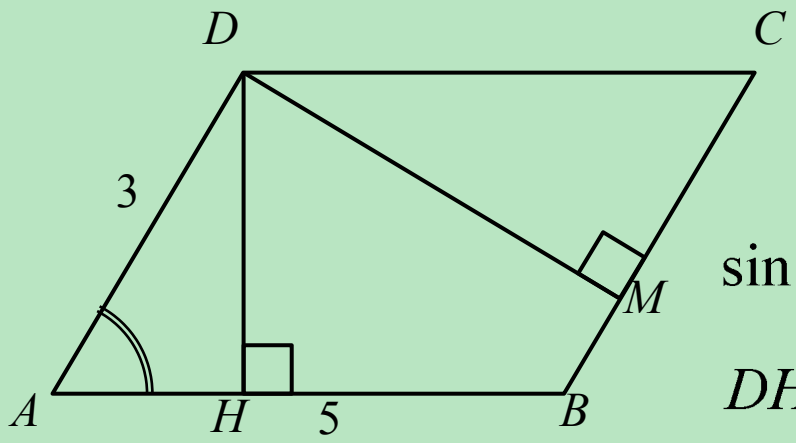
- Прямоугольный треугольник: вычисление углов
- Прямоугольный треугольник: вычисление внешних углов
- Прямоугольный треугольник: вычисление элементов
- Равнобедренный треугольник: вычисление углов
- Равнобедренный треугольник: вычисление элементов
- Треугольники общего вида
- *Параллелограмм*
- *Прямоугольник*
- *Ромб*
- *Трапеция*
- Центральные и вписанные углы
- Касательная, хорда, секущая
- Окружность, вписанная в треугольник
- Окружность, вписанная в четырехугольник
- Окружность, вписанная в многоугольник
- Окружность, описанная вокруг треугольника
- Окружность, описанная вокруг четырехугольника
- Окружность, описанная вокруг многоугольника

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

Задание:

В параллелограмме $ABCD$ $AB = 5$, $AD = 3$, $\sin A = 0{,}6$. Найдите большую высоту параллелограмма.

Решение:



$$\sin A = \frac{DH}{AD} \Rightarrow DH = AD \cdot \sin A$$

$$DH = 3 \cdot 0{,}6 = 1{,}8$$

$$S_{пар-ма} = AB \cdot DH = BC \cdot DM$$

$$5 \cdot 1{,}8 = 3 \cdot DM \Rightarrow DM = \frac{5 \cdot 1{,}8}{3} = 3.$$

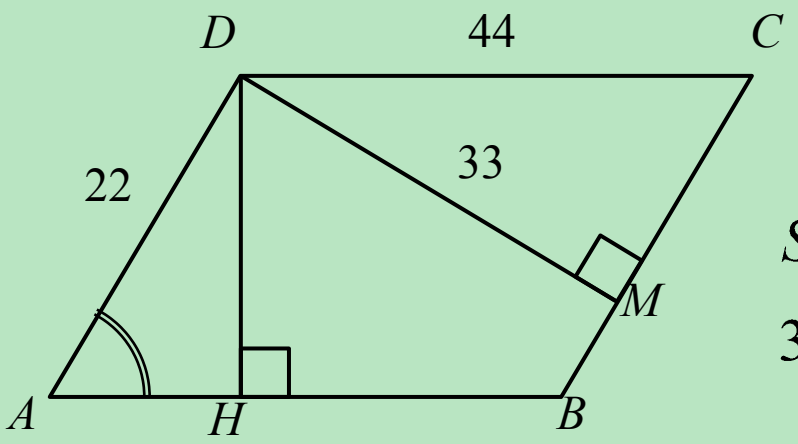
Ответ: 3.

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

Задание:

Стороны параллелограмма равны 22 и 44. Высота, опущенная на первую из этих сторон, равна 33. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма.

Решение:



$$S_{пар-ма} = AB \cdot DH = BC \cdot DM$$

$$33 \cdot 22 = 44 \cdot DH \Rightarrow$$

$$DH = \frac{33 \cdot 22}{44} = 16{,}5.$$

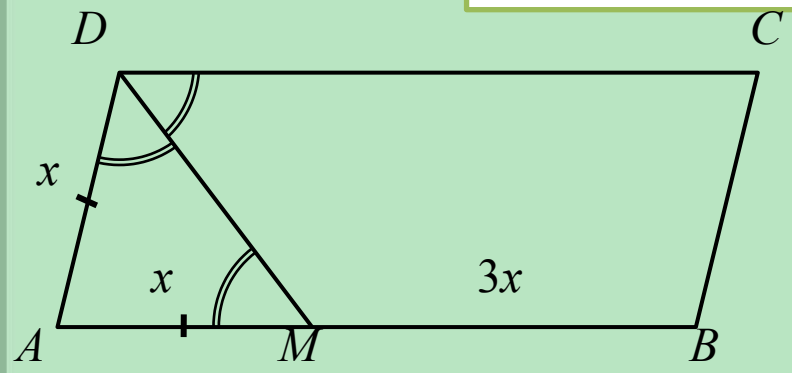
Ответ: 16,5.

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

Задание:

Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении 1 : 3, считая от вершины острого угла. Найдите большую сторону параллелограмма, если его периметр равен 65.

Решение:



Пусть $AM = x$, *тогда* $MB = 3x$.

$\angle AMD = \angle CDM$ – *накрест лежащие*

$\angle ADM = \angle CDM$

(*т.к.* DM – *биссектриса*) $\Rightarrow$

$\angle AMD = \angle ADM \Rightarrow$

ΔADM – *равнобедр.* $\Rightarrow AD = AM = x$;

$AB = 3x + x = 4x$

$P = 2(x + 4x) = 10x$

$10x = 65$

$x = 6{,}5$

большая сторона равна $4 \cdot 6{,}5 = 26$.

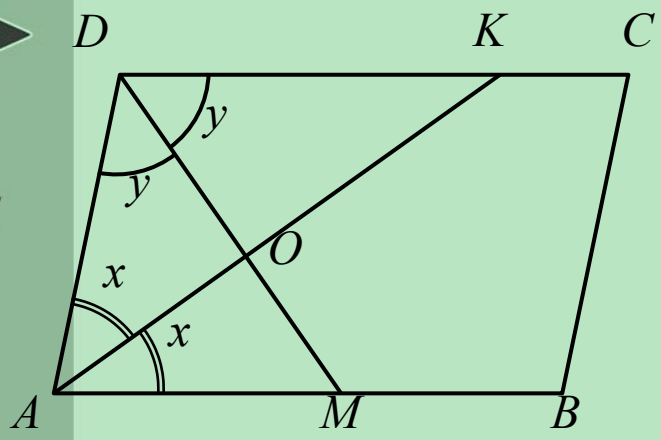
Ответ: 26.

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

Задание:

Найдите угол между биссектрисами углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне. Ответ дайте в градусах.

Решение:



AK, DM – биссектрисы углов A и D,

пусть $\angle BAK = \angle DAK = x$,

$\angle ADM = \angle CDM = y$.

Т.к. сумма соседних углов паралле – лограмма $\angle BAD + \angle ADC = 180°$,

то $2x + 2y = 180°$

$x + y = 90°$

В ΔAOD

$x + y + \angle AOD = 180°$

$\angle AOD = 180° - (x + y)$

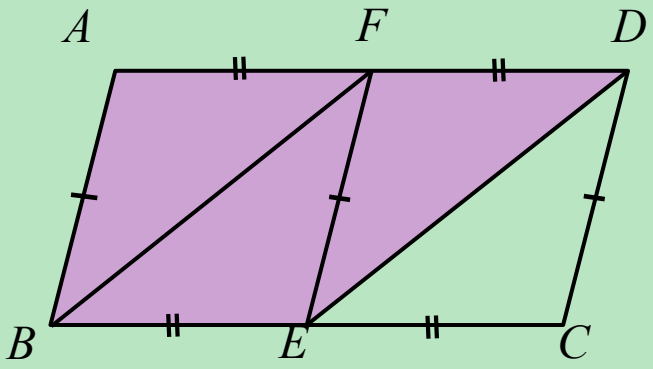
$\angle AOD = 180° - 90° = 90°$, ΔAOD – прямоуг.

Ответ: 90.

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

Задание:

Площадь параллелограмма *ABCD* равна 159. Точка *E* – середина стороны *BC*. Найдите площадь трапеции *ADEB*.



Решение:

Разобьем параллелограмм ABCD на равные треугольники, как на рисунке – их всего 4, *трапеция ADEB состоит из трех таких треугольников, значит*

$$S_{ADEB} = \frac{3}{4} S_{ABCD}$$

$$S_{ADEB} = \frac{3}{4} \cdot 159 = 119{,}25.$$

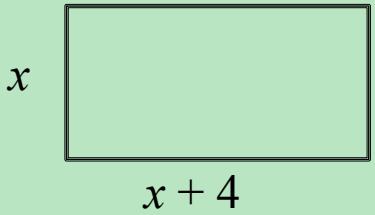
Ответ: 119,25.

ПРЯМОУГОЛЬНИК

Задание:

Площадь прямоугольника равна 192. Найдите его большую сторону, если она на 4 больше меньшей стороны.

Решение:



$$\textit{Пусть } AB = x, \ \textit{тогда } AD = x + 4$$

$$S = AB \cdot AD$$

$$192 = (x+4) \cdot x$$

$$x^2 + 4x - 192 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 12 \\ x = -16 - \textit{не подходит по условию} \end{array}\right.$$

$$AB = 12$$

$$AD = 12 + 4 = 16.$$

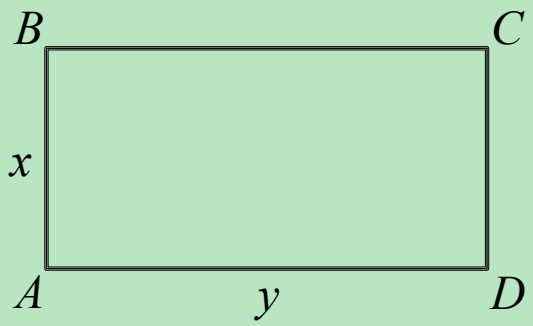
Ответ: 16.

ПРЯМОУГОЛЬНИК

Задание:

Периметр прямоугольника равен 76, а площадь 192. Найдите большую сторону прямоугольника.

Решение:



Пусть $AB = x,\ \ AD = y,\ \ тогда$

$$P = 2(AB + AD) = 2(x + y)$$

$$76 = 2(x + y) \Rightarrow x + y = 38$$

$$S = AB \cdot AD \Rightarrow x \cdot y = 192$$

$$\begin{cases} x + y = 38 \\ x \cdot y = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 38 - y \\ (38 - y) \cdot y = 192 \end{cases}$$

$$y^2 - 38y + 192 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} y = 32 \\ y = 6 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 32 \\ y = 6 \end{cases} \quad или \quad \begin{cases} x = 6 \\ y = 32 \end{cases}$$

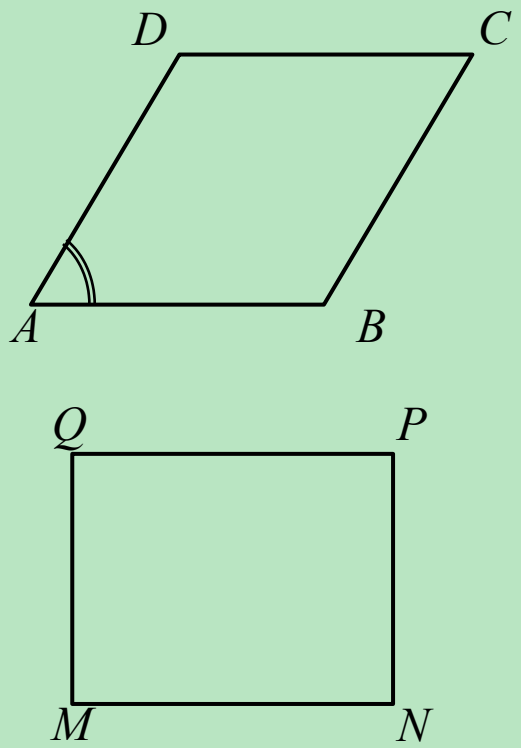
$$AB = 6,\ \ AD = 32.$$

ПРЯМОУГОЛЬНИК

Задание:

Параллелограмм и прямоугольник имеют одинаковые стороны. Найдите острый угол параллелограмма, если его площадь равна половине площади прямоугольника. Ответ дайте в градусах.

Решение:



$$S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin A$$

$$S_{MNPQ} = MN \cdot MQ = AB \cdot AD$$

$$т.к.\ \ AB = MN,\ \ MQ = AD$$

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{MNPQ}} = \frac{AB \cdot AD \cdot \sin A}{AB \cdot AD} = \sin A = \frac{1}{2}$$

$$A = 30°.$$

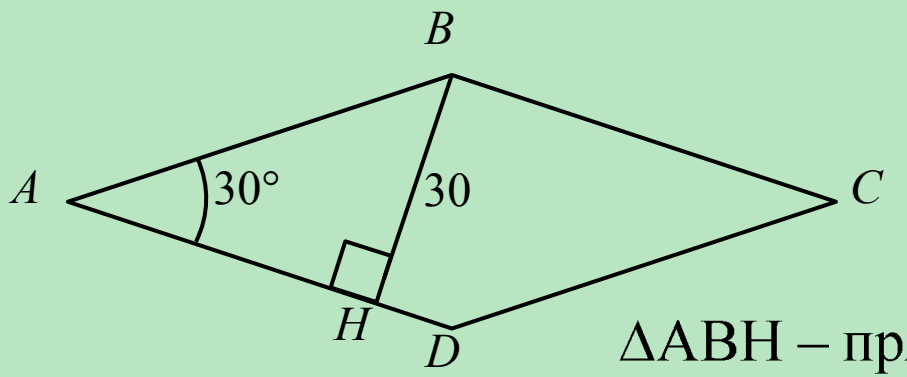
Ответ: 30.

РОМБ

Задание:

Найдите площадь ромба, если его высота равна 30, а острый угол 30°.

Решение:



ΔABH – прямоугольный

$$\sin A = \frac{BH}{AB} \Rightarrow$$

$$AB = \frac{30}{\sin 30°} = \frac{30}{0,5} = 60$$

$$S_{ABCD} = AB^2 \cdot \sin A = 60^2 \cdot 0,5 = 1800.$$

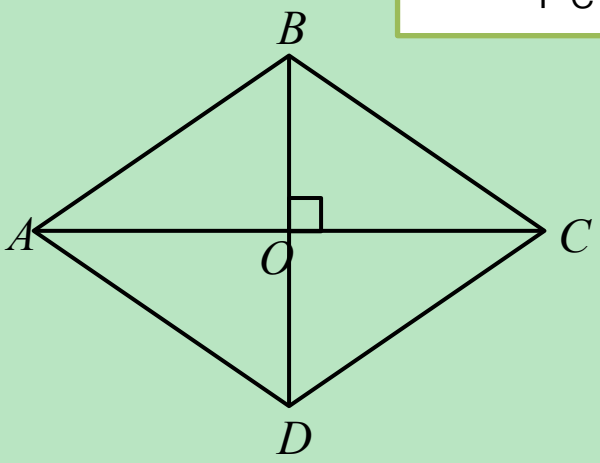
Ответ: 1800.

РОМБ

Задание:

Площадь ромба равна 18. Одна из его диагоналей в 4 раза больше другой. Найдите меньшую диагональ.

Решение:



$$S_{ромба} = \frac{1}{2} AC \cdot BD$$

$$Пусть\ BD = x,\ тогда\ AC = 4x$$

$$18 = \frac{1}{2} \cdot x \cdot 4x$$

$$18 = 2x^2$$

$$x^2 = 9$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -3 - не\ подходит\ по\ условию \end{array}\right.$$

$$BD = 3.$$

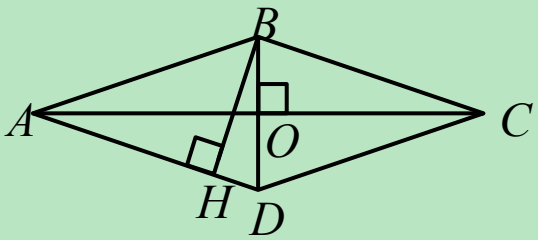
Ответ: 3.

РОМБ

Задание:

Диагонали ромба относятся как 2 : 9. Периметр ромба равен 170. Найдите высоту ромба.

Решение:



ΔAOB – прямоугольный

Пусть OB = $2x$, $AO = 9x$, *тогда*

по т. Пифагора

$$AB^2 = AO^2 + OB^2$$

$$AB^2 = (9x)^2 + (2x)^2 = 85x^2$$

$$AB = \sqrt{85}x,\ P = 4AB \Rightarrow AB = \frac{P}{4} = \frac{170}{4} = \frac{85}{2}$$

$$\frac{85}{2} = \sqrt{85}x \Rightarrow x = \frac{\sqrt{85}}{2}$$

$$OB = 2 \cdot \frac{\sqrt{85}}{2} = \sqrt{85},\ BD = 2OB = 2\sqrt{85}$$

$$AO = 9 \cdot \frac{\sqrt{85}}{2} = \frac{9\sqrt{85}}{2},\ AC = 2AO = 9\sqrt{85}$$

$$S_{ромба} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{85} \cdot 9\sqrt{85} = 765$$

$$S_{ромба} = AD \cdot BH \Rightarrow BH = \frac{S_{ромба}}{AD} = \frac{765}{\frac{85}{2}} = 18.$$

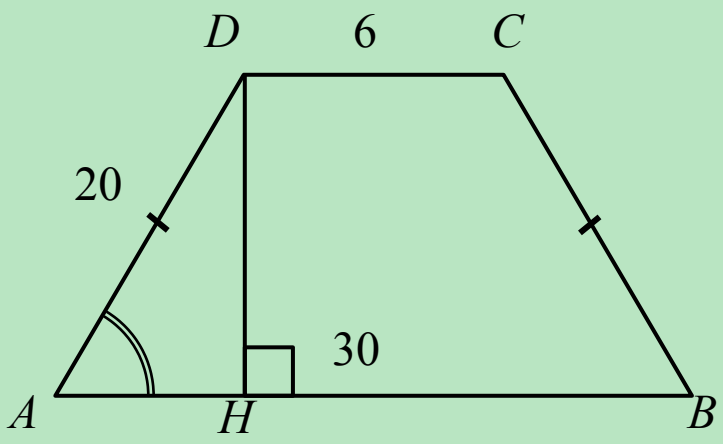
Ответ: 18.

ТРАПЕЦИЯ

Задание:

Основания равнобедренной трапеции равны 6 и 30. Боковые стороны равны 20. Найдите синус острого угла трапеции.

Решение:



$$AH = (AB - CD):2$$

$$AH = (30-6):2 = 12$$

ΔAHD – прямоуг., по т. Пифагора

$$DH^2 = AD^2 - AH^2$$

$$DH^2 = 20^2 - 12^2 = 16^2$$

$$DH = 16$$

$$\sin A = \frac{DH}{AD} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} = 0{,}8.$$

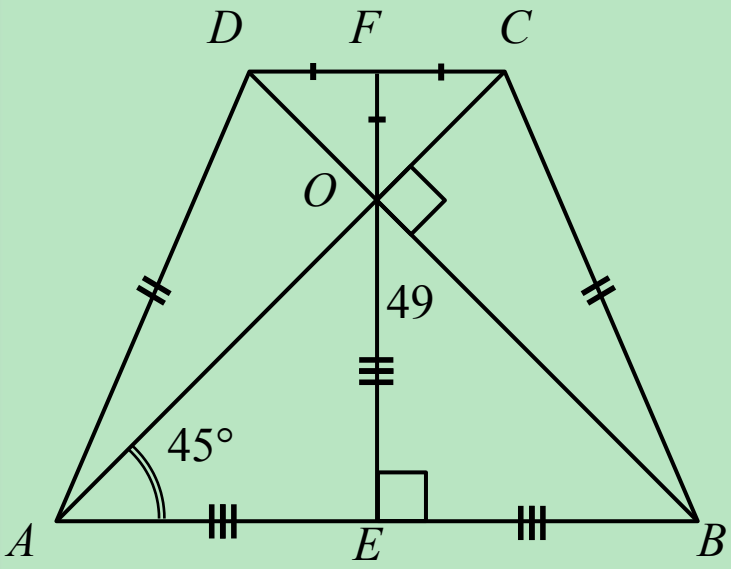
Ответ: 0,8.

ТРАПЕЦИЯ

Задание:

В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 49. Найдите ее среднюю линию.

Решение:



Если в равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны, то высота EF равна полусумме длин оснований:

$FO = DF, \ OE = AE$

$FE = FO + OE = DF + AE$

$FE = ½ AB + ½ CD$

$FE = ½ (AB + CD)$ – *формула для вычисления средней линии трапеции*

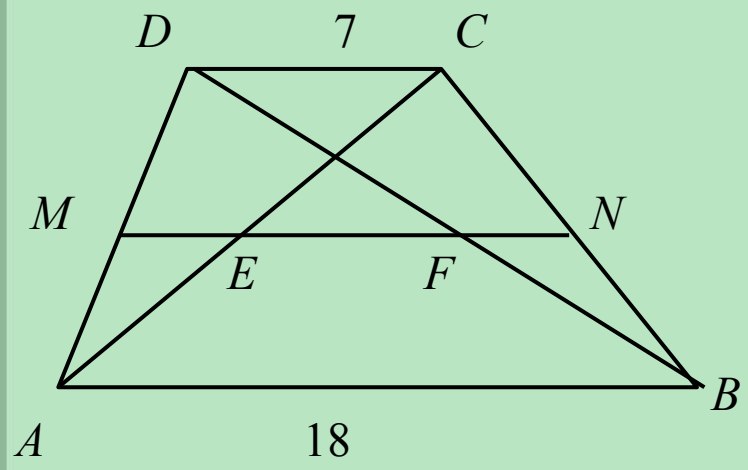
Ответ: 49.

ТРАПЕЦИЯ

Задание:

Основания трапеции равны 7 и 18. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.

Решение:



MN – средняя линия трапеции

MF – средняя линия $\Delta ADB \Rightarrow$

$$MF = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\cdot 18 = 9$$

ME – средняя линия $\Delta ADC \Rightarrow$

$$ME = \frac{1}{2}DC = \frac{1}{2}\cdot 7 = 3{,}5$$

$$EF = MF - ME = 9 - 3{,}5 = 5{,}5.$$

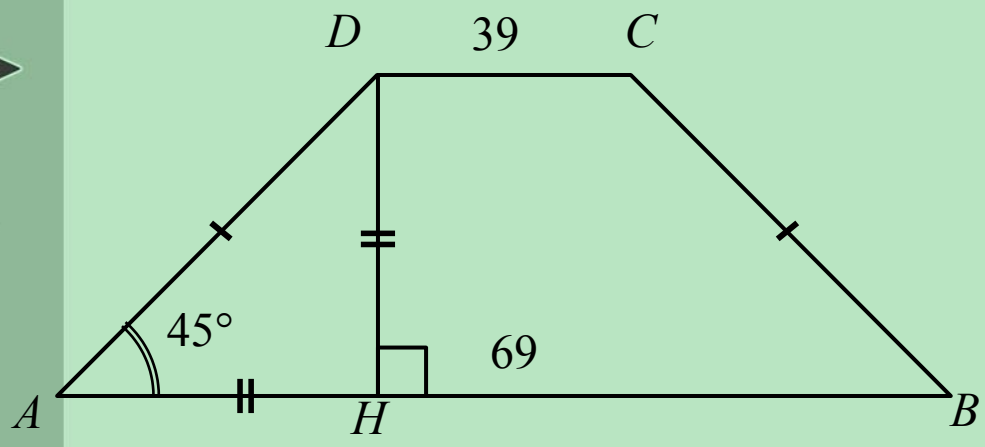
Ответ: 5,5.

ТРАПЕЦИЯ

Задание:

Основания равнобедренной трапеции равны 69 и 39, один из углов равен 45°. Найдите высоту трапеции.

Решение:



$AH = (AB - CD) : 2$

$AH = (69 - 39) : 2 = 15$

ΔAHD - прямоугольный и равнобедренный, т.к. $\angle DAH = 45°$

$DH = AH = 15.$

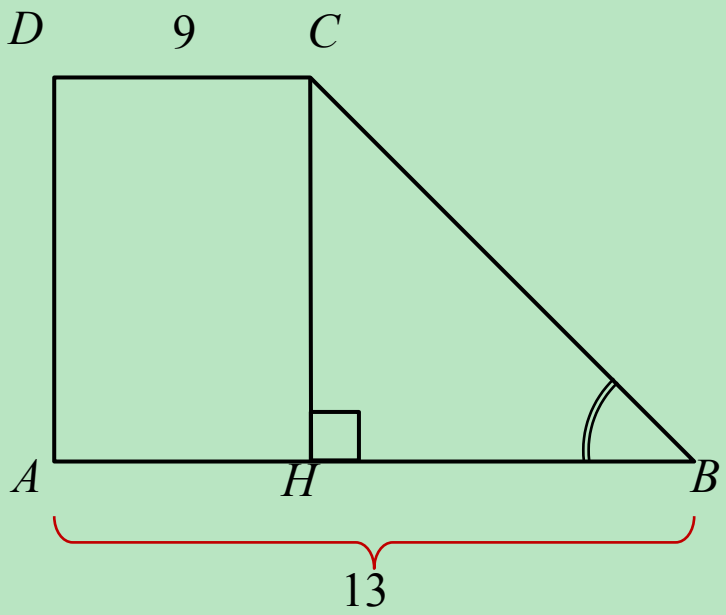
Ответ: 15.

ТРАПЕЦИЯ

Задание:

Основания прямоугольной трапеции равны 9 и 13. Ее площадь равна 44. Найдите острый угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

Решение:



$$HB = AB - CD = 13 - 9 = 4$$

$$S = \frac{AB + CD}{2} \cdot CH$$

$$CH = \frac{2S}{AB + CD} = \frac{2 \cdot 44}{13 + 9} = 4$$

ΔCBH - прямоуг. и равноб.

т т. $CH = BH = 4$

$\angle CBH = 45°$.

Ответ: 45.

ТЕСТ *(проверь свои знания по теме…)*

1 Площадь параллелограмма равна 140, две его стороны равны 10 и 35. Найдите большую высоту этого параллелограмма.

1) 5 2) 14 3) 6

2 Точка пересечения биссектрис двух углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне, принадлежит противоположной стороне. Меньшая сторона параллелограмма равна 5. Найдите его большую сторону.

1) 10 2) 9 3) 28

3 Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна 270, а отношение соседних сторон равно 2 : 15.

1) 75 2) 49 3) 102

4 Периметр прямоугольника равен 26, а диагональ равна 12. Найдите площадь этого прямоугольника.

1) 12,5 2) 12 3) 55

5 Найдите высоту ромба, сторона которого равна $33\sqrt{3}$, а острый угол равен 60°.

1) 49,5 2) 40,8 3) 45

6 Сторона ромба равна 38, острый угол равен 30°. Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.

1) 12 2) 15 3) 19

7 Основания равнобедренной трапеции равны 24 и 28. Косинус острого угла трапеции равен 0,2. Найдите боковую сторону.

1) 40 2) 20 3) 10

8 Найдите площадь прямоугольной трапеции, основания которой равны 2 и 12, большая боковая сторона составляет с основанием угол 45°.

1) 25 2) 70 3) 60

Проверь себя:

Номер задания	Номер правильного ответа
1	2
2	1
3	3
4	1
5	1
6	3
7	3
8	2

Удачи на ЕГЭ!!!