



Волны и оптика

Лекция 03

Упругие волны в средах Энергия волн. Акустика

2 марта 2022 года

Лектор: доцент НИЯУ МИФИ,
ОЛЬЧАК Андрей Станиславович



$$\Rightarrow \boxed{\Delta\rho = -\rho_0 \frac{\partial\xi}{\partial x}} \quad \frac{\partial\rho}{\partial x} = \frac{\partial\Delta\rho}{\partial x} = -\rho_0 \frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} \quad \frac{\partial P}{\partial x} = \left(\frac{\partial P}{\partial\rho} \right)_S \frac{\partial\rho}{\partial x}$$

$$\ddot{\xi} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial P}{\partial\rho} \right)_S (-\rho_0) \frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} = \left(\frac{\partial P}{\partial\rho} \right)_S \frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}$$

Одномерное волновое уравнение

$$\boxed{\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}}$$

Скорость упругих волн

$$\boxed{v = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial\rho} \right)_S}} \quad \text{м/с}$$



Упругие волны в газе



Скорость звука в газе

$$v = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s}$$

$$PV^\gamma = \text{const} \quad P \sim \frac{1}{V^\gamma} \sim \rho^\gamma \quad P = P_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\gamma \quad P_0 = \frac{\rho_0 RT}{M}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s = P_0 \gamma \frac{\rho^{\gamma-1}}{\rho_0^\gamma} = \gamma \frac{P_0}{\rho_0}$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s}$$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = 340 \text{ м/с} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{1,4} \text{ моль} = 290 \text{ К}, M = 29$$



Скорость звука в жидкости

$$v = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s}$$

$$P = A \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\gamma - 1 \right] \quad v = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s} = \sqrt{A\gamma \frac{\rho^{\gamma-1}}{\rho_0^\gamma}} \Bigg|_{\rho = \rho_0}$$

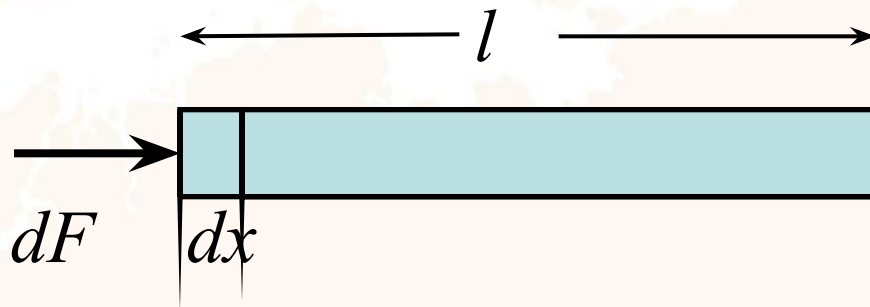
$$v = \sqrt{\frac{A\gamma}{\rho_0}}$$

$$A = 1,75 \cdot 10^8, 0, \quad \gamma = 1,4 \quad \text{кг/м}^3, \quad \Rightarrow \text{км/с} 1,5$$



Продольная упругая волна в стержне со свободной боковой поверхностью

$$v = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s}$$



$$dP = dF/S = E\varepsilon = E dx/l = E d\rho/\rho_0$$

$$dP/d\rho = E/\rho_0$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = v_l^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

$$v_l = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}}$$

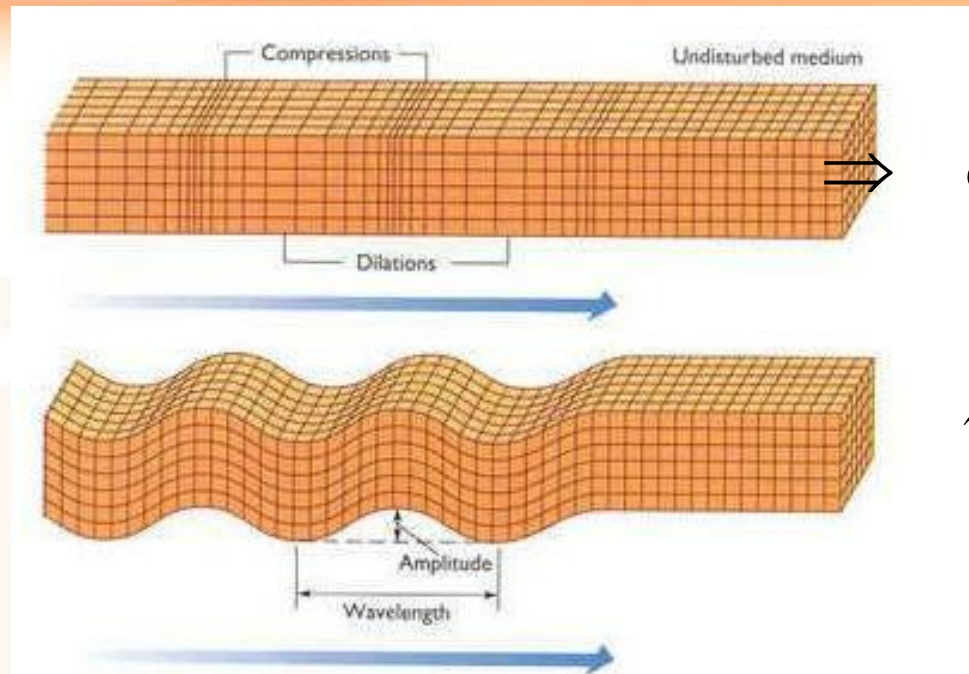
Железо
 $V_l = 5,1$ км/с



Продольная волна

$$v_l > v_t$$

Поперечная волна



$$\sigma = E \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

$$\tau = G \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

Поперечная упругая волна в стержне

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = v_t^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

$$v_t = \sqrt{\frac{G}{\rho_0}}$$

железо
км/с 3,15



Продольная волна (P-волна).

$$c_p \sim \sqrt{E/\rho}$$

Поперечная волна (S-волна).

$$c_s \sim \sqrt{G/\rho}$$

Модуль Юнга $E[\text{Па}]$ характеризует упругие и прочностные свойства вещества по отношению к объемному растяжению и сжатию.

Модуль сдвига $G[\text{Па}]$ характеризует упругие и прочностные свойства вещества по отношению сдвиговой деформации

Материал	E, ГПа	c_p , км/с	c_s , км/с	c, км/с в стержне
Al	70	6,26	3,08	5,08
W	350-400	5,46	2,62	4,31
<u>Лёд</u>	3	3,98	1,99	3,28
Cu	110-130	4,70	2,26	3,71
Pb	14-18	2,16	0,70	1,20
Fe	200	5,85	3,23	5,17
<u>Чугун</u>	210	4,50	2,40	3,85



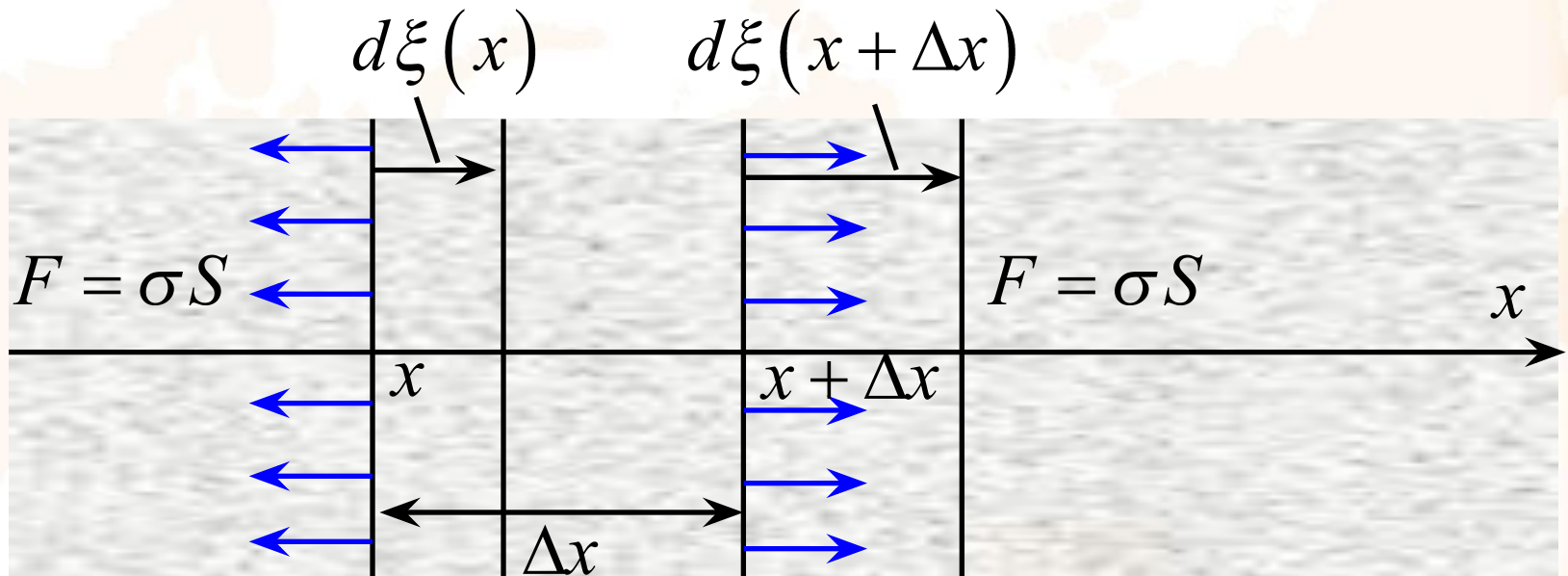
Плотность кинетической энергии

Рассмотрим малый элемент среды: $\Delta E_k = \frac{\Delta m \dot{\xi}^2}{2}$

$$w_k = \frac{\Delta E_k}{\Delta V} = \frac{\Delta m}{\Delta V} \frac{\dot{\xi}^2}{2}$$

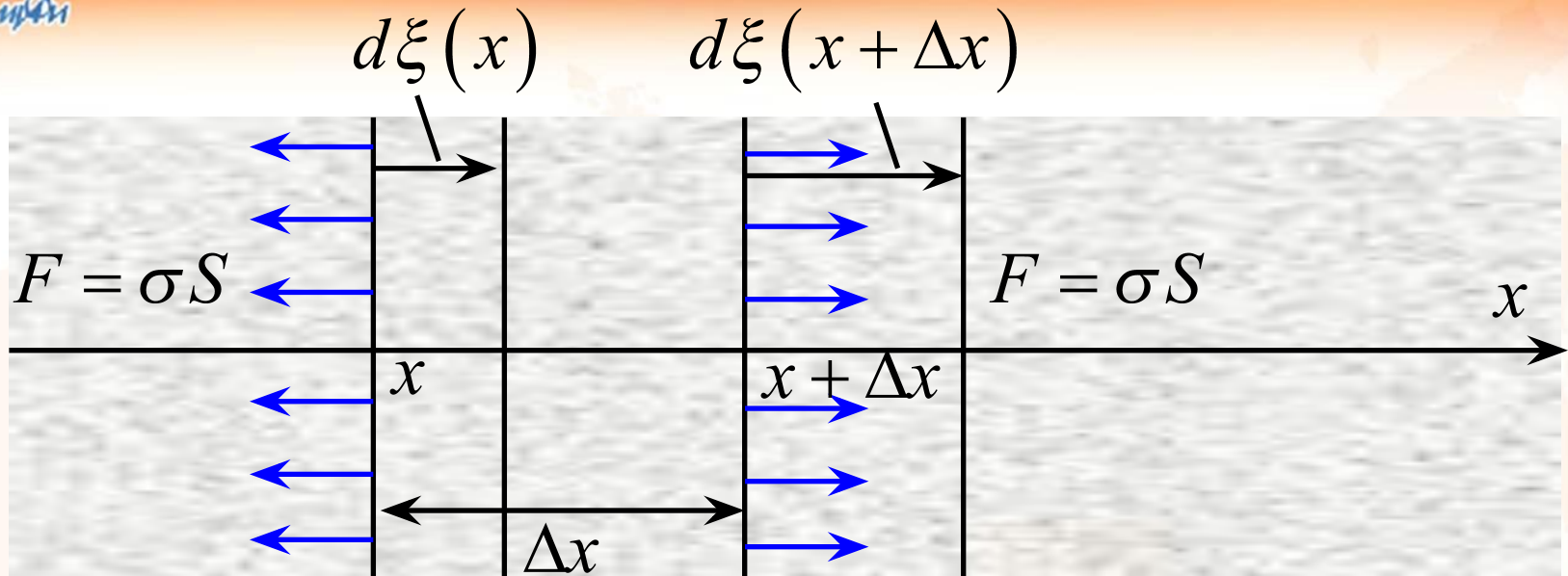
$$w_k = \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2$$

Плотность потенциальной энергии



- 1) Малые смещения $d\xi$ 2) σ справа и слева одинаково

$$dE_p = d'A_{\text{внешн}} = \sigma S d\xi(x + \Delta x) - \sigma S d\xi(x)$$



$$dE_p = \sigma S d \{ \xi(x + \Delta x) - \xi(x) \} \approx \sigma S d \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \Delta x \right) =$$

$$= S \Delta x \sigma d \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \quad \sigma = E \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad \Delta V = S \Delta x$$



$$dE_p = \sigma S d \{ \xi(x + \Delta x) - \xi(x) \} \approx \sigma S d \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \Delta x \right) =$$
$$= S \Delta x \sigma d \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \quad \sigma = E \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad \Delta V = S \Delta x$$

$$dE_p = \Delta V E \frac{\partial \xi}{\partial x} d \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right) = \Delta V \frac{E}{2} d \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 = \Delta V \frac{\rho v^2}{2} d \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2$$

$$\Rightarrow \Delta E_p = \Delta V \frac{\rho v^2}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 \quad w_p = \frac{\Delta E_p}{\Delta V}$$

$$w_p = \frac{\rho v^2}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2$$

$$w = w_k + w_p = \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 + \frac{\rho v^2}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2$$



$$w_p = \frac{\rho v^2}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2$$

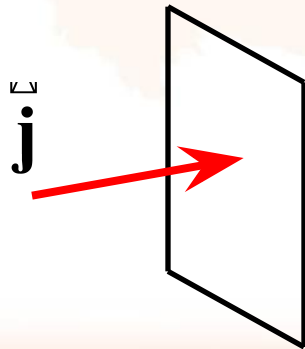
$$w = w_k + w_p = \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 + \frac{\rho v^2}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2$$

В бегущей волне: $\frac{\partial \xi}{\partial t} = v \frac{\partial \xi}{\partial x} \Rightarrow w_k = w_p$



Плотность потока энергии

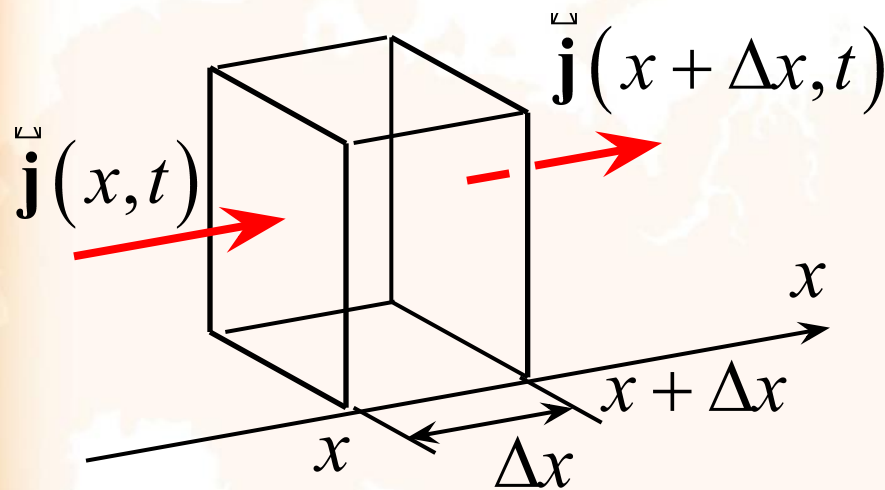
Модуль вектора плотности потока энергии равен энергии, проносимой волной в единицу времени через площадку единичной площади, ориентированной перпендикулярно направлению переноса энергии волны.



$$\frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$



$$\Delta V, dt \quad dW = (j_x(x, t) - j_x(x + \Delta x, t)) S dt \approx -\frac{\partial j_x}{\partial x} \Delta x S dt$$



$$\Delta V = \Delta x S \quad \frac{dW}{\Delta V dt} = -\frac{\partial j_x}{\partial x}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial j_x}{\partial x}}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 + \frac{\rho v^2}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 \right] = \frac{\rho}{2} \left[2 \dot{\xi}_t \ddot{\xi}_{tt} + 2 v^2 \xi_x^i \xi_{xt}^i \right]$$



$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 + \frac{\rho v^2}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 \right] = \frac{\rho}{2} \left[2 \dot{\xi}_t \ddot{\xi}_{tt} + 2 v^2 \xi_x^i \xi_{xt}' \right]$$

$$\dot{\xi}_{tt} = v^2 \xi_{xx}'' \Rightarrow \frac{\partial w}{\partial t} = \rho v^2 \left[\xi_t \xi_{xx}'' + \xi_x^i \xi_{xt}' \right] = \rho v^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\xi_t \xi_x' \right)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = - \frac{\partial j_x}{\partial x} \Rightarrow \boxed{j_x = - \rho v^2 \frac{\partial \xi}{\partial t} \frac{\partial \xi}{\partial x}}$$



$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial j_x}{\partial x} \Rightarrow j_x = -\rho v^2 \frac{\partial \xi}{\partial t} \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

Идеальный газ: $\Delta P = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_S \Delta \rho = v^2 \Delta \rho = -\rho_0 v^2 \frac{\partial \xi}{\partial x}$

$$\Rightarrow j_x = -\rho v^2 \frac{\partial \xi}{\partial t} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \Delta P \frac{\partial \xi}{\partial t}$$

Твёрдое тело:

$$j_x = -\sigma \frac{\partial \xi}{\partial t}$$



Плотность потока энергии в бегущей волне

$$j_x = -\rho v^2 \frac{\partial \xi}{\partial t} \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad \frac{\partial \xi}{\partial t} = -v \frac{\partial \xi}{\partial x} \Rightarrow$$

$$j_x = \rho v^2 \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 = 2v w_p = v w \Rightarrow \boxed{\vec{j} = w \vec{v}} \quad \text{вектор Умова}$$

Интенсивность волны

$$\boxed{I = \left\langle \left| \vec{j} \right| \right\rangle} \quad \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

Это модуль средней по времени плотности потока энергии.



Идеальный газ:
$$j_x = \Delta P \frac{\partial \xi}{\partial t} = -\Delta P v \frac{\partial \xi}{\partial x} = \Delta P v \frac{\Delta \rho}{\rho_0} =$$

$$= \frac{\Delta P v}{\rho_0} \frac{\Delta P}{v^2} = \frac{\Delta P^2}{\rho_0 v}$$

$$I = \left| \langle j_x \rangle \right| \Rightarrow$$

$$I = \frac{\langle \Delta P^2 \rangle}{\rho_0 v}$$

В гармонической
волне

$$\langle \Delta P^2 \rangle = \frac{\Delta P_{\max}^2}{2} \Rightarrow$$

$$I = \frac{\Delta P_{\max}^2}{2 \rho_0 v}$$

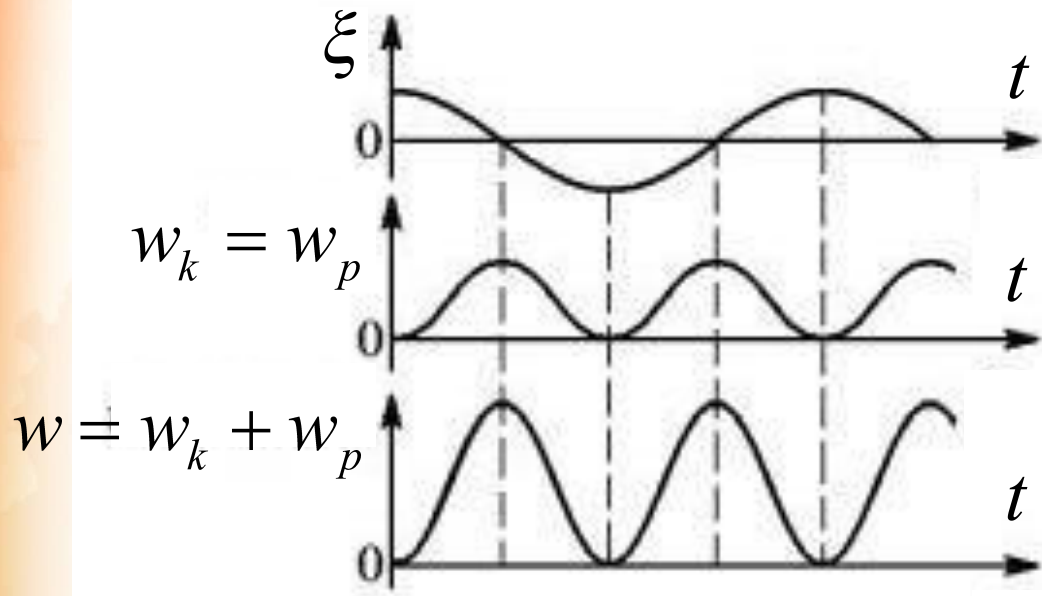


Плотность энергии в гармонической волне

$$\xi = a \cos(\omega t - kx + \alpha) \quad \dot{\xi} = -a\omega \sin(\omega t - kx + \alpha)$$

$$w_k = \frac{\rho \dot{\xi}^2}{2} = \frac{\rho a^2 \omega^2}{2} \sin^2(\omega t - kx + \alpha) \quad w_k = w_p$$

$$w_k = w_p = \frac{\rho a^2 \omega^2}{4} (1 - \cos\{2(\omega t - kx + \alpha)\})$$



$$w_k = w_p = \frac{\rho a^2 \omega^2}{4} (1 - \cos \{2(\omega t - kx + \alpha)\})$$



Интенсивность гармонической волны

Плоская гармоническая волна

$$\langle j_x \rangle = v \langle w \rangle = 2v \langle w_k \rangle = \rho a^2 \omega^2 v^2 \langle \sin^2 (\omega t - kx + \alpha) \rangle$$

$$\langle \sin^2 (\omega t - kx + \alpha) \rangle = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{I = \frac{1}{2} \rho a^2 \omega^2 v}$$

$$\langle j \rangle = \langle w \rangle v = \frac{\rho a^2 \omega^2}{2} v$$



Интенсивность гармонической волны

Плоская гармоническая волна

$$\langle j_x \rangle = v \langle w \rangle = 2v \langle w_k \rangle = \rho a^2 \omega^2 v^2 \langle \sin^2 (\omega t - kx + \alpha) \rangle$$

$$\langle \sin^2 (\omega t - kx + \alpha) \rangle = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{1}{2} \rho a^2 \omega^2 v$$

Сферическая гармоническая волна

$$A \sim \frac{1}{r} \quad \Rightarrow \quad I \sim \frac{1}{r^2}$$

$$I = I_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \quad I_0 = I(r_0)$$

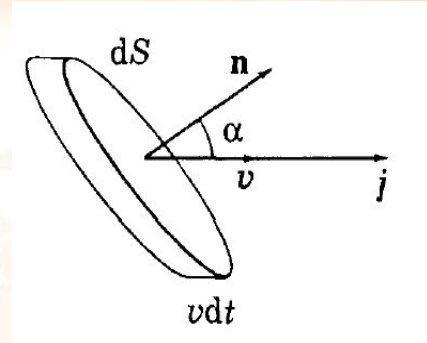


поток энергии:

$$\Phi = \int_S \vec{j} dS = \int_S \vec{j} n dS = \int_S j_n dS$$

среднее значение:

$$\langle \Phi \rangle = \int_S \langle \vec{j} \rangle dS = \int_S I \cos \alpha dS$$



для сферической волны:

$$\langle \Phi \rangle = \oint_S \langle \vec{j} \rangle dS = \langle \vec{j} \rangle S = \langle \vec{j} \rangle 4\pi r^2 = P = const$$

$$I = I_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2$$

P – мощность источника



Плоская квазигармоническая волна

$$\xi(x, t) = a \exp(-\gamma x) \cos(\omega t - kx + \alpha)$$

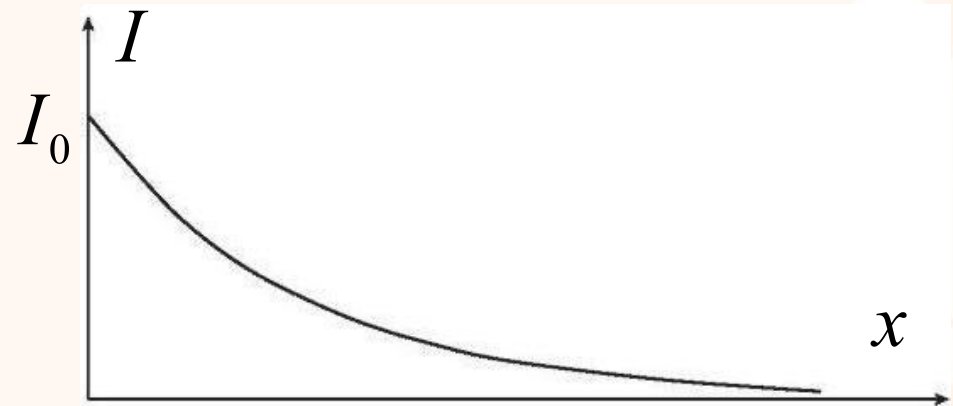
$\gamma = \gamma(\omega)$ - коэффициент затухания. В вязкой среде

$$\gamma \sim \frac{\eta \omega^2}{\rho v^3}$$

$$I \sim A^2 \sim a^2 \exp(-2\gamma x)$$

$\beta = 2\gamma$ - коэффициент
поглощения

$$I = I_0 \exp(-\beta x)$$



Сферически-симметричная волна

$$I \sim A^2 \sim \left(\frac{a}{r} \exp(-\gamma r) \right)^2 \sim \frac{\exp(-2\gamma r)}{r^2} = \frac{\exp(-\beta r)}{r^2}$$

$$\Rightarrow I \sim \frac{\exp(-\beta r)}{r^2}$$

$$I = I_0 \frac{r_0^2}{r^2} \exp(-\beta r) \quad I_0 = I(r_0)$$



Звуковые волны в газе



Акустика

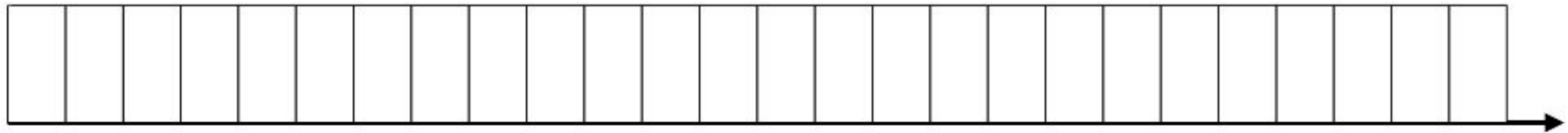


Шкала звуковых волн

20 Гц

20 кГц

100 МГц



2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26

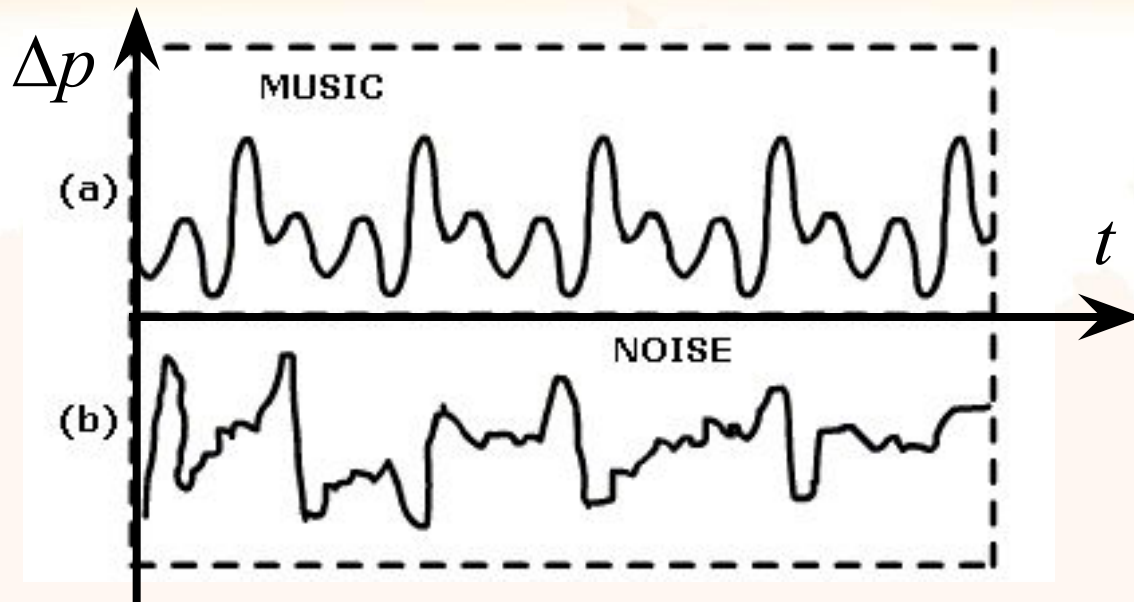
Инфразвуки *Звуковые колебания* *Ультразвуковые колебания* *Гиперзвук*

Гц 16

Гц $2 \cdot 10^4$

Гц $10^4 - 10^9$

Гц 10^9



(а) музыка
(б) шум

Высота звука – субъективно определяемое свойство звука, зависящее, в основном, от его частоты.

Тембр или окраска звука – зависит от структуры периодически повторяющейся формы..



Звук – частотные характеристики



Слышимый звук
(16-20)Гц - (15-20)кГц

**Музыкальные звуки:
частотные диапазоны**

#	Октава	Частота (Гц)	Частота (Гц)
		<i>Нота "До"</i>	<i>Нота "Си"</i>
-3	Субконтроктава	16,35	30,87
-2	Контроктава	32,7	61,74
-1	Большая октава	65,4	123,5
0	Малая октава	130,8	247
1	Первая октава	261,6	493,9
2	Вторая октава	523,25	987,8
3	Третья октава	1046,5	1975,5
4	Четвертая октава	2093	3951
5	Пятая октава	4186	7902



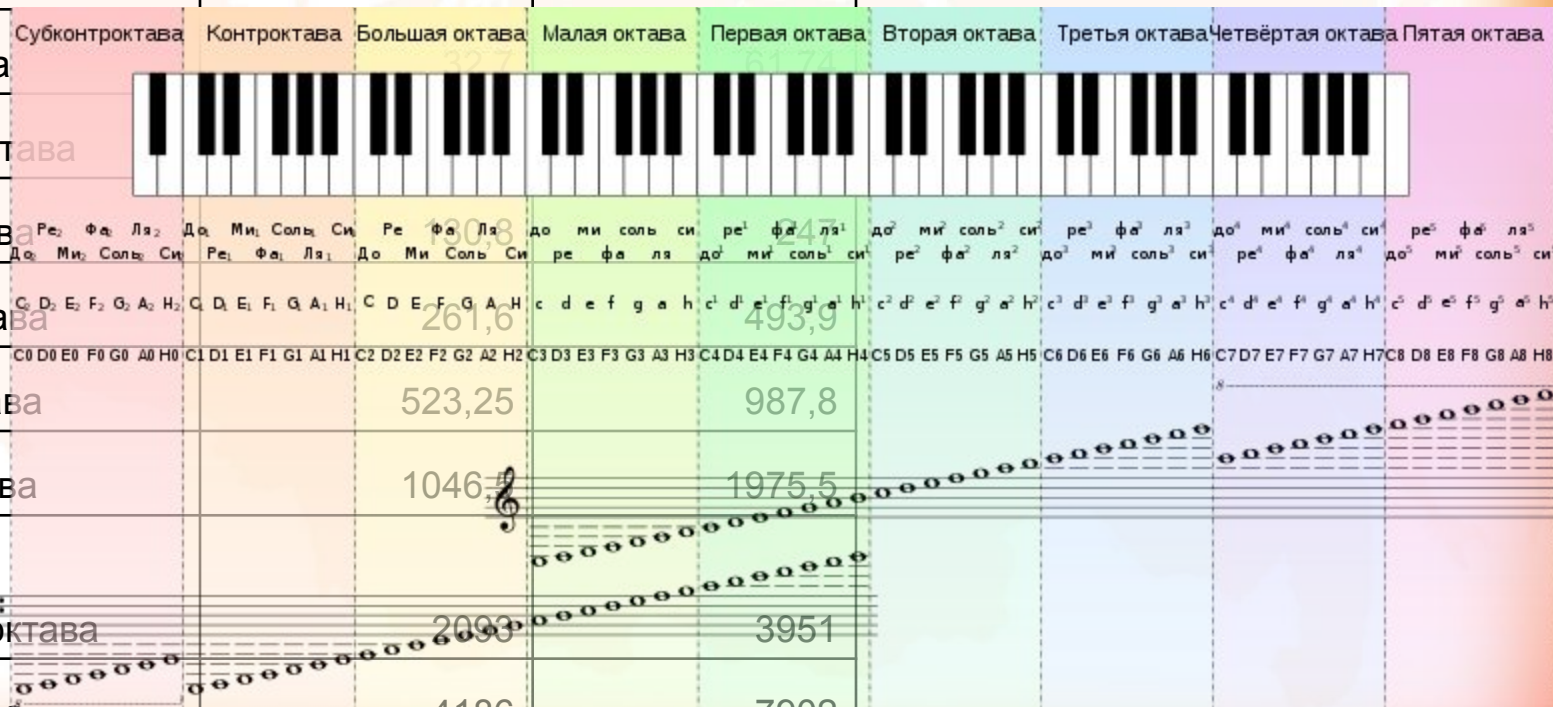
Звук – частотные характеристики



Слышимый звук
16-20)Гц - (15-20)кГц

Музыкальные звуки:
частотные диапазоны

#	Октава	Частота (Гц)	Частота (Гц)
		<i>Нота "До"</i>	<i>Нота "Си"</i>
-3	Субконтроктава	16,35	30,87
-2	Контроктава		
-1	Большая октава		
0	Малая октава		
1	Первая октава		
2	Вторая октава	523,25	987,8
3	Третья октава	1046,5	1975,5
4	Четвертая октава	2093	3951
5	Пятая октава	4186	7902





Сила звука

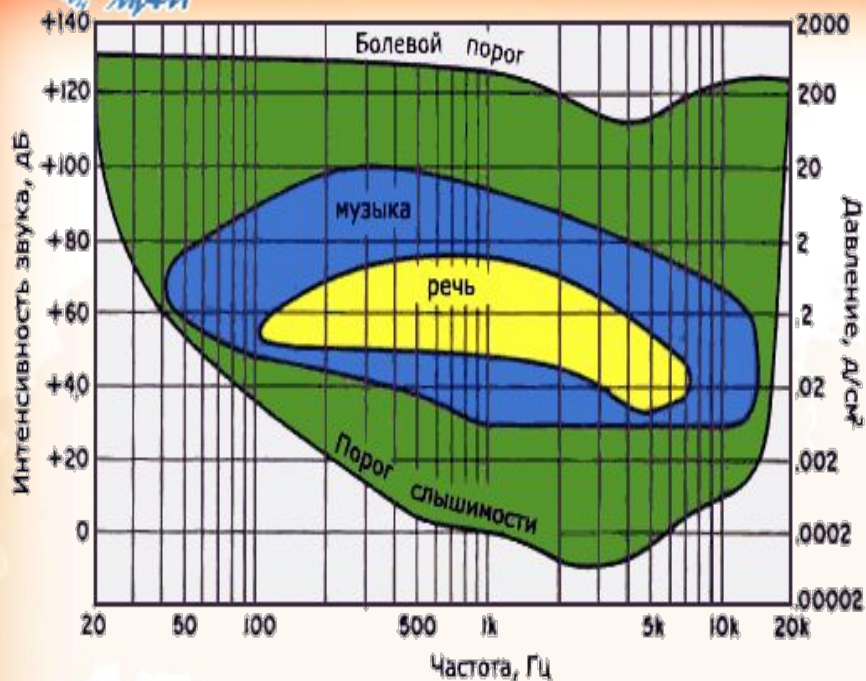


Интенсивность звука - поток энергии, переносимый звуковой волной через единицу площади поверхности. $I = dW/dS$ [Вт/м²].

Сила звука (или «уровень громкости звука») измеряется по относительной шкале в децибелах [дБ]: $P = 10 \lg_{10}(I/I_0)$

I_0 - порог слышимости (= 1 пВт/м² при частоте 1 кГц)

Звук	Уровень громкости, дБ
Порог слышимости	0
Тиканье наручных часов	10
Шепот	20
Звук настенных часов	30
Приглушенный разговор	40
Тихая улица	50
Обычный разговор	60
Шумная улица	70
Опасный для здоровья уровень	75
Пневматический молоток	90
Кузнечный цех	100
Громкая музыка	110
Болевой порог	120
Сирена	130
Реактивный самолет	150
Шумовое оружие	200



Порог болевого ощущения – значение интенсивности, при котором волна перестает восприниматься как звук, вызывая в ухе лишь ощущение боли и давления.

$$L = 10 \lg \frac{I}{I_0}$$

L – уровень громкости [Дб]

I_0 – исходная интенсивность: 10^{-12} Вт/м²



Распространение звуковых волн



При распространении звуковых волн в среде возникают те-же характерные эффекты, что и при распространении световых (электромагнитных) волн:

- Дисперсия (зависимость скорости волны от частоты) – для звуковых волн в однородных средах выражена слабо
- Затухание (потеря энергии звуковой волной за счет вязкости среды)



Плоская квазигармоническая волна

$$\xi(x, t) = a \exp(-\gamma x) \cos(\omega t - kx + \alpha)$$

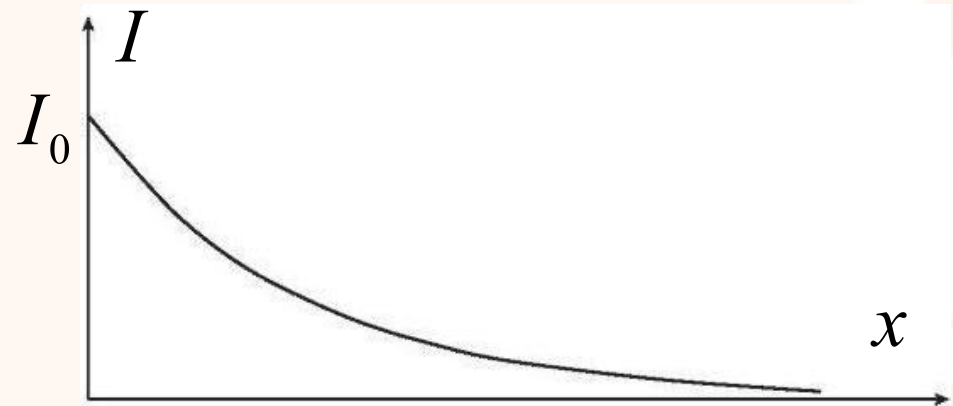
$\gamma = \gamma(\omega)$ - коэффициент затухания. В вязкой среде

$$\gamma \sim \frac{\eta \omega^2}{\rho v^3}$$

$$I \sim A^2 \sim a^2 \exp(-2\gamma x)$$

$\beta = 2\gamma$ - коэффициент
поглощения

$$I = I_0 \exp(-\beta x)$$





Сферически-симметричная волна

$$I \sim A^2 \sim \left(\frac{a}{r} \exp(-\gamma r) \right)^2 \sim \frac{\exp(-2\gamma r)}{r^2} = \frac{\exp(-\beta r)}{r^2}$$

$$\Rightarrow I \sim \frac{\exp(-\beta r)}{r^2}$$

$$I = I_0 \frac{r_0^2}{r^2} \exp(-\beta r) \quad I_0 = I(r_0)$$

$\gamma = \gamma(\omega)$ - коэффициент затухания. В вязкой среде $\gamma \sim \frac{\eta \omega^2}{\rho v^3}$



Распространение звуковых волн



При распространении звуковых волн в среде возникают те-же характерные эффекты, что и при распространении световых (электромагнитных) волн:

- Дисперсия (зависимость скорости волны от частоты) – для звуковых волн в однородных средах выражена слабо
- Затухание (потеря энергии звуковой волной за счет вязкости среды)
- Дифракция (изменение направления распространения волны при огибании препятствия)
- Интерференция (эффект наложения двух волн одной длины, при котором амплитуда колебаний в разных точках пространства становится разной)



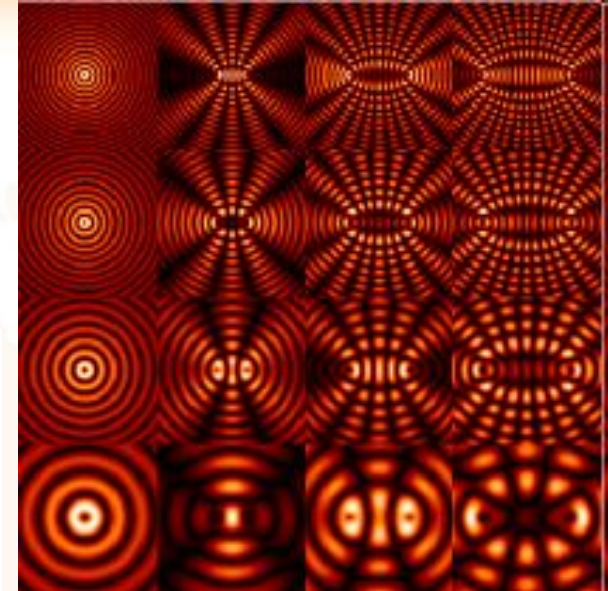
Интерференция (эффект наложения двух (или более) когерентных волн (одной длины), при котором амплитуда колебаний в разных точках пространства становится разной)

$$s_1 = \frac{A_1}{r_1} \sin(\omega_1 t - k_1 r_1 + \alpha_1) = \frac{A_1}{r_1} \sin \Phi_1$$

$$s_2 = \frac{A_2}{r_2} \sin(\omega_2 t - k_2 r_2 + \alpha_2) = \frac{A_2}{r_2} \sin \Phi_2$$

$$\frac{A}{r} = \sqrt{\left(\frac{A_1}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{A_2}{r_2}\right)^2 + 2\frac{A_1}{r_1}\frac{A_2}{r_2} \cos(\Phi_2 - \Phi_1)}$$

$$\Phi = \arctg \frac{\frac{A_1}{r_1} \sin \Phi_1 + \frac{A_2}{r_2} \sin \Phi_2}{\frac{A_1}{r_1} \cos \Phi_1 + \frac{A_2}{r_2} \cos \Phi_2}$$





Распространение звуковых волн



При распространении звуковых волн в среде возникают те-же характерные эффекты, что и при распространении световых (электромагнитных) волн:

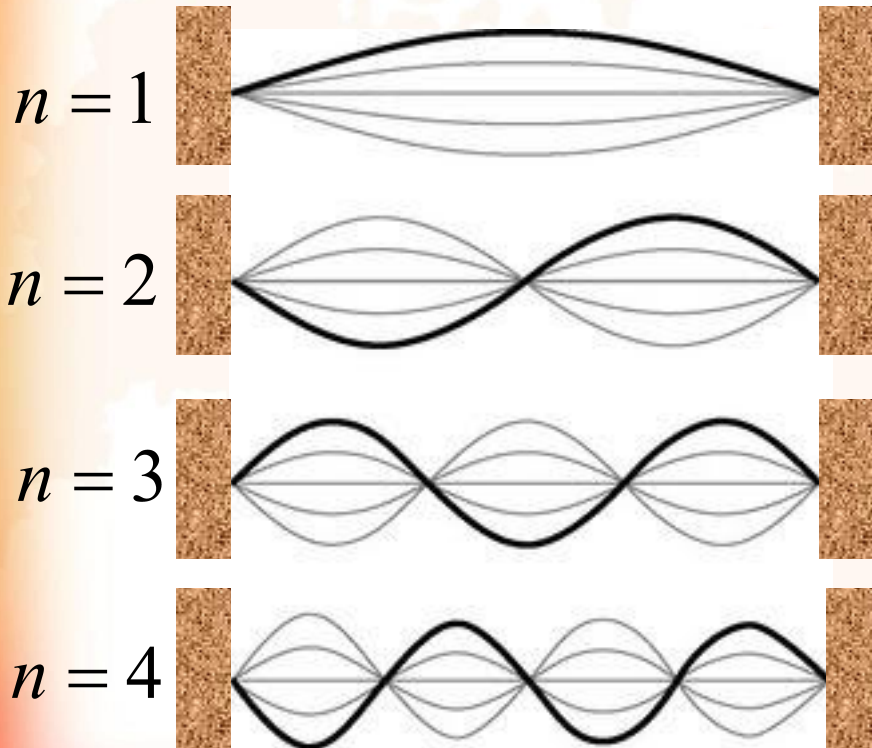
- Дисперсия (зависимость скорости волны от частоты) – для звуковых волн в однородных средах выражена слабо
- Затухание (потеря энергии звуковой волной за счет вязкости среды)
- Дифракция (изменение направления распространения волны при огибании препятствия)
- Интерференция (эффект наложения двух волн одной длины, при котором амплитуда колебаний в разных точках пространства становится разной)
- Стоячие волны (эффект сложения двух волн одной длины, распространяющихся навстречу друг-другу)

Стоячие волны

$$\Rightarrow \xi = 2a \sin kx \sin \omega t$$

$$\xi(l, t) = 0 \Rightarrow \sin kl = 0 \Rightarrow kl = \pi n$$

$$k_n = \frac{\pi n}{l}$$



$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{\pi n}{l}$$

$$l = \frac{n\lambda_n}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\lambda v = v, \quad v_n = \frac{v}{\lambda_n} \quad v_n = \frac{nv}{2l}$$



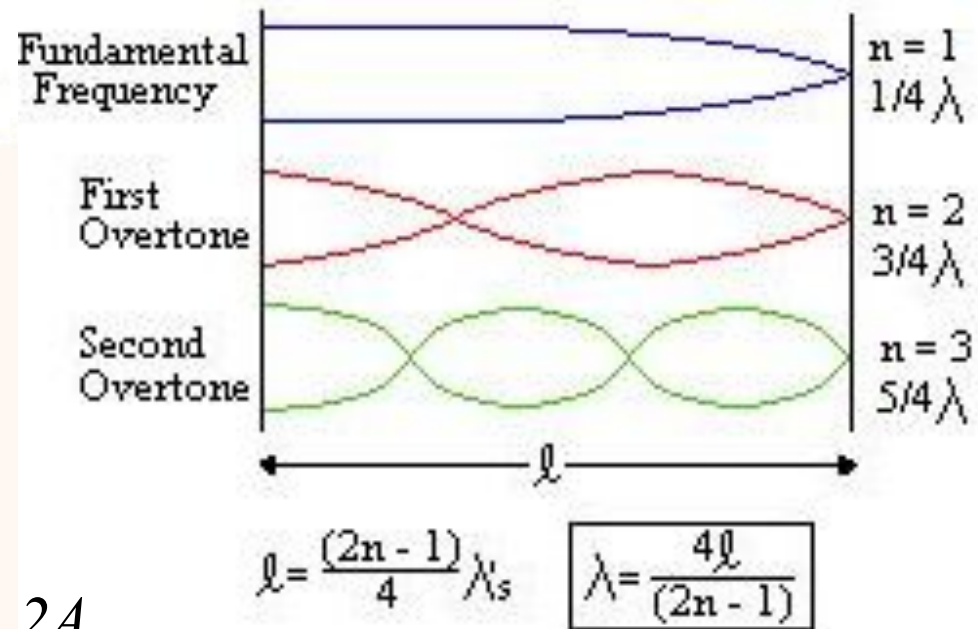
Стоячие волны (эффект сложения двух плоских волн одной длины и амплитуды, распространяющихся навстречу друг-другу)

$$A \cos(\omega t - kx) + A \cos(\omega t + kx) = 2A \cos(kx) \cos(\omega t)$$

$kl/2 = \pi/2 + \pi n$ – условие существования стоячей волны

На правом конце узел - $A(0) = 0$

На левом конце пучность - $A(l) = 2A$



$$k = 2\pi/\lambda$$



Распространение звуковых волн

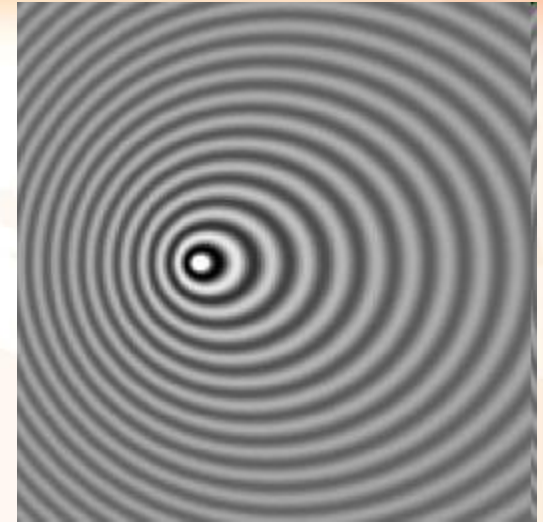


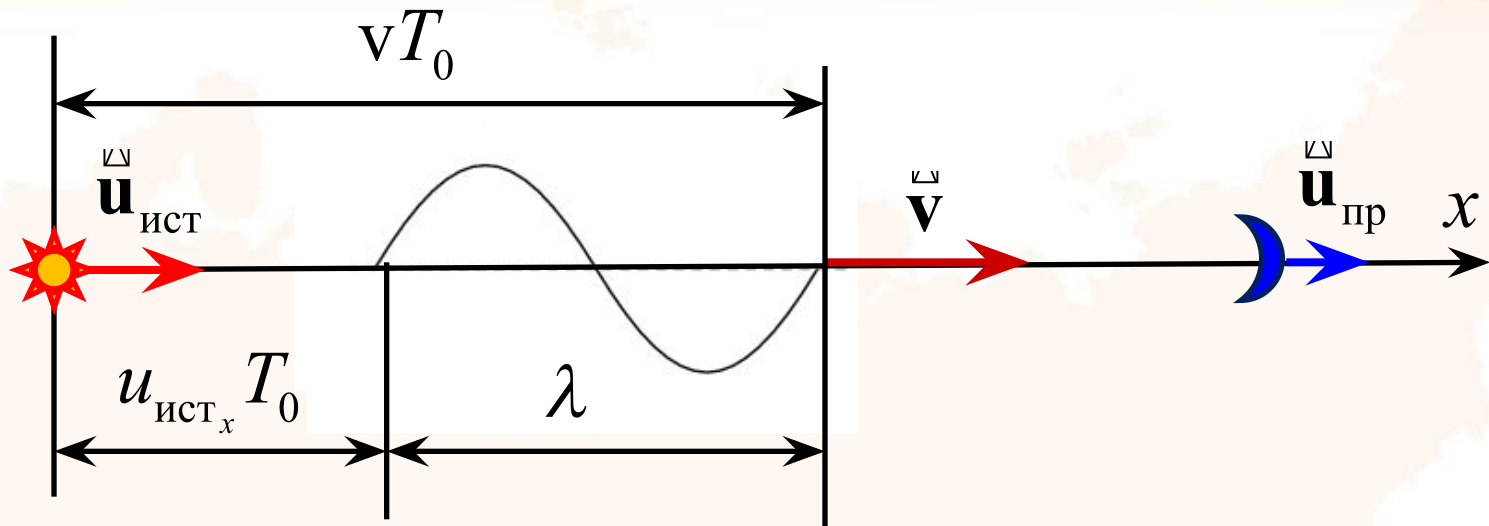
При распространении звуковых волн в среде возникают те-же характерные эффекты, что и при распространении световых (электромагнитных) волн:

- Дисперсия (зависимость скорости волны от частоты) – для звуковых волн в однородных средах выражена слабо
- Затухание (потеря энергии звуковой волной за счет вязкости среды)
- Дифракция (изменение направления распространения волны при огибании препятствия)
- Интерференция (эффект наложения двух волн одной длины, при котором амплитуда колебаний в разных точках пространства становится разной)
- Стоячие волны (эффект сложения двух волн одной длины, распространяющихся навстречу друг-другу)
- Эффект Доплера (зависимость слышимой частоты звука от скорости источника или приемника звука)
-



Эффект Доплера (зависимость слышимой частоты звука от скорости источника или приемника звука)
Эффект был впервые описан Кристианом Доплером в 1842 году.





$$\lambda = (v_x - u_{\text{ист}_x}) T_0 \quad T = \frac{\lambda}{v_{\text{отн}}} = \frac{\lambda}{v_x - u_{\text{пр}_x}} = T_0 \frac{v_x - u_{\text{ист}_x}}{v_x - u_{\text{пр}_x}}$$

$$v = \frac{1}{T}, \quad v_0 = \frac{1}{T_0}$$

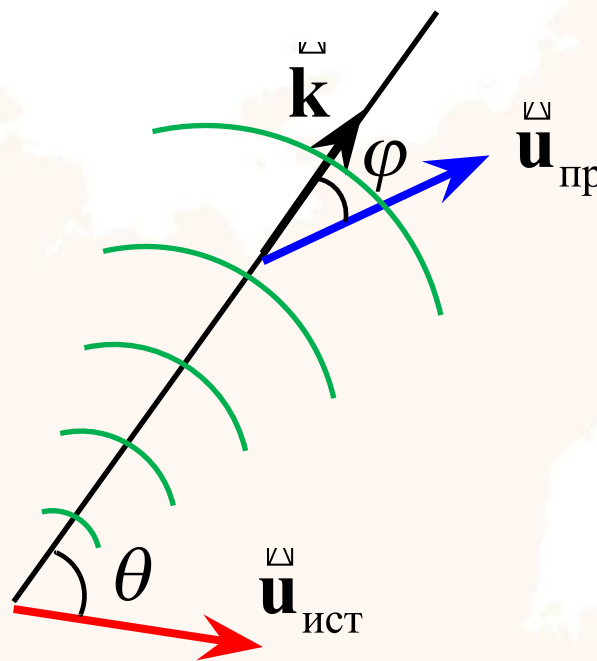
$$\Rightarrow v = v_0 \frac{v_x - u_{\text{пр}_x}}{v_x - u_{\text{ист}_x}}$$



Расстояние между источником и приёмником велико.

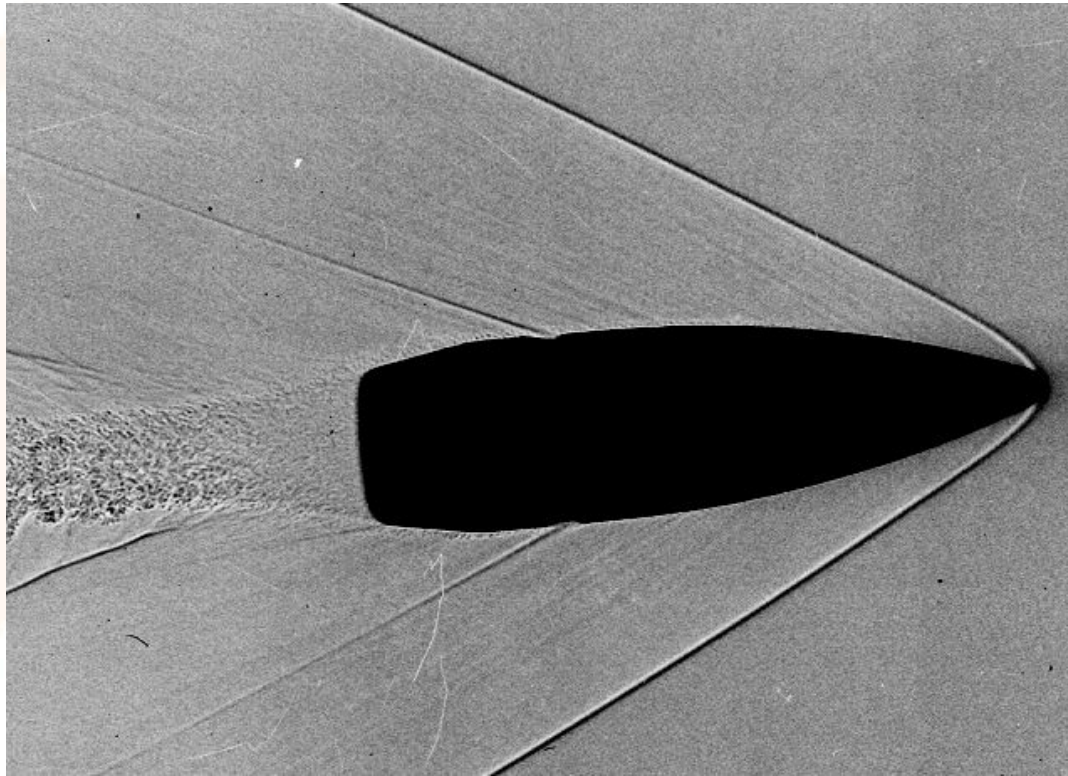
$$v = v_0 \frac{v - u_{\text{пр}} \cos \varphi}{v - u_{\text{ист}} \cos \theta}$$

Если $\theta = \varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow v = v_0$



Эффект Доплера имеет чисто кинематическое происхождение, возникает для движений любой природы

Если $u_{\text{ист}} > v$, то возникает ударная волна.



Ударная волна и конус Маха, возникшие в результате сверхзвукового полёта пули с числом Маха 2,45.

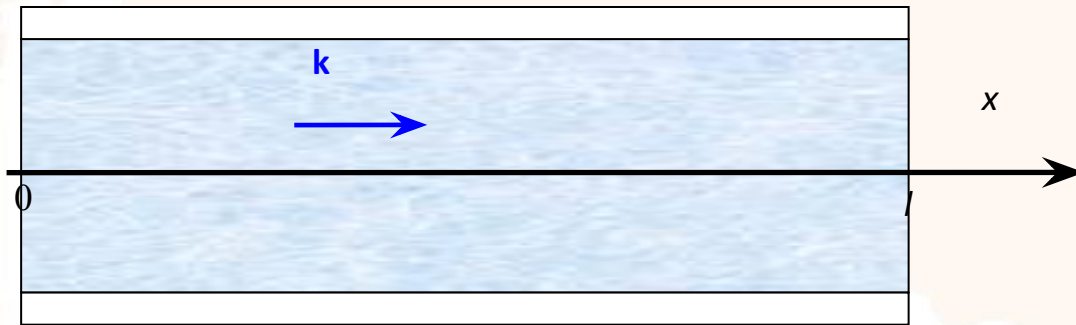


Общая физика, 4-ый семестр



Спасибо за внимание!

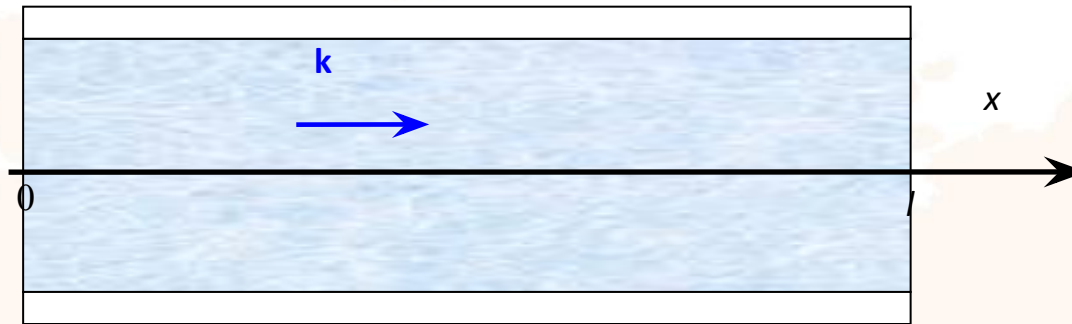
Пример 1. Звуковая волна распространяется вдоль трубы длиной $l = 50$ м, заполненной воздухом. Коэффициент затухания звука в трубе $\gamma = 0,010$ м⁻¹. Каков уровень громкости звука у конца трубы, если у её начала он равен $L_1 = 60$ дБ?



$$L = 10 \lg \frac{I}{I_0}$$

$$a = a_1 \exp(-\gamma x)$$

Примеры решения задач



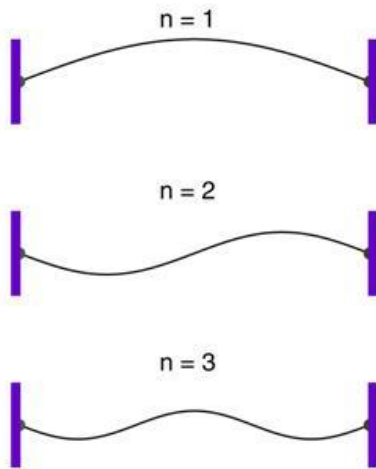
$$I = I_1 \exp(-2\gamma x) \quad L = 10 \lg \frac{I_1}{I_0} - 20\gamma l \lg e$$

$$L = L_1 - 20\gamma l \lg e = 56$$



Примеры решения задач

Пример 2. В упругой струне массы m возбудили стоячую волну основного тона с частотой ω_1 . Амплитуда колебаний струны в пучности смещений составила a_1 . Найти максимальное значение кинетической энергии струны.?



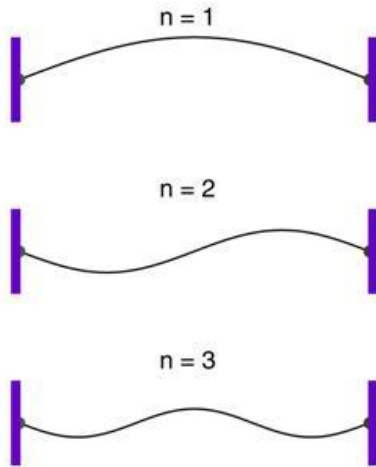
$$\xi(x, t) = A \sin kx \sin \omega t$$

$$\xi(0, t) = \xi(l, t) = 0$$

$$\Rightarrow \sin kl = 0$$

$$kl = \pi n, \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

Примеры решения задач



$$k_n = \pi n/l, \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

$$A = a_1 \quad \omega = \omega_1 \quad k = \pi/l$$

$$\xi(x, t) = a_1 \sin \frac{\pi x}{l} \sin \omega_1 t$$

$$w_k = \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2$$

$$w_k = \frac{\rho a_1^2 \omega_1^2}{2} \sin^2 \frac{\pi x}{l} \cos^2 \omega_1 t$$



Примеры решения задач

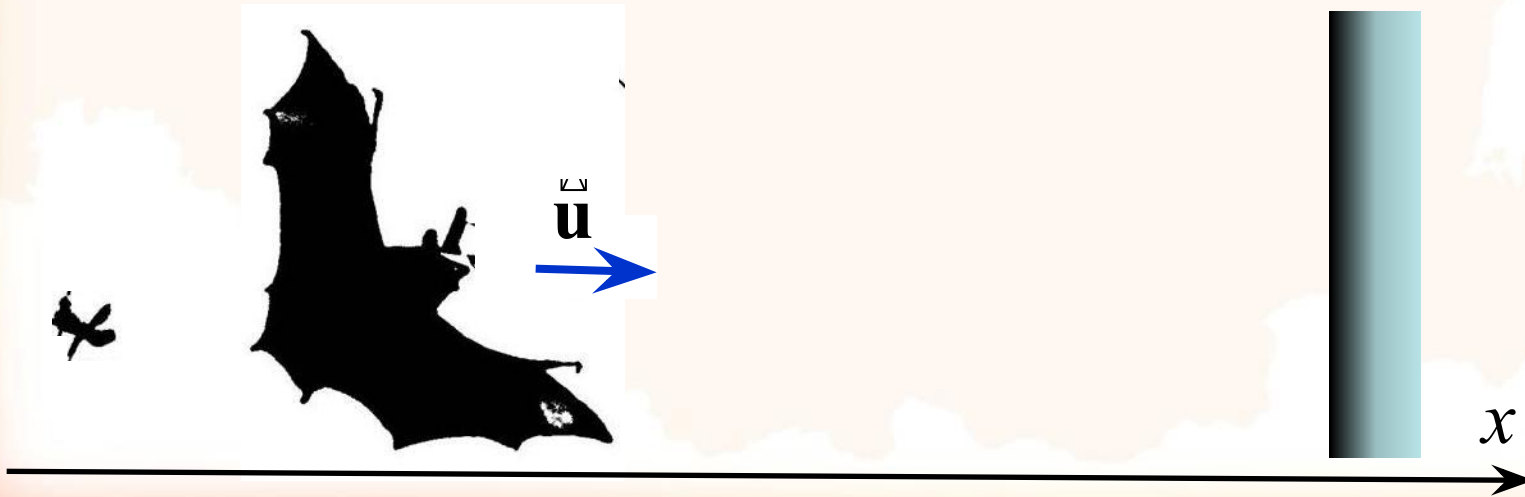
$$dV = Sdx \quad dW_{\kappa} = w_{\kappa} dV \quad W_{\kappa} = \frac{\rho S a_1^2 \omega_1^2}{2} \cos^2 \omega_1 t \int_0^l \sin^2 \frac{\pi x}{l} dx$$

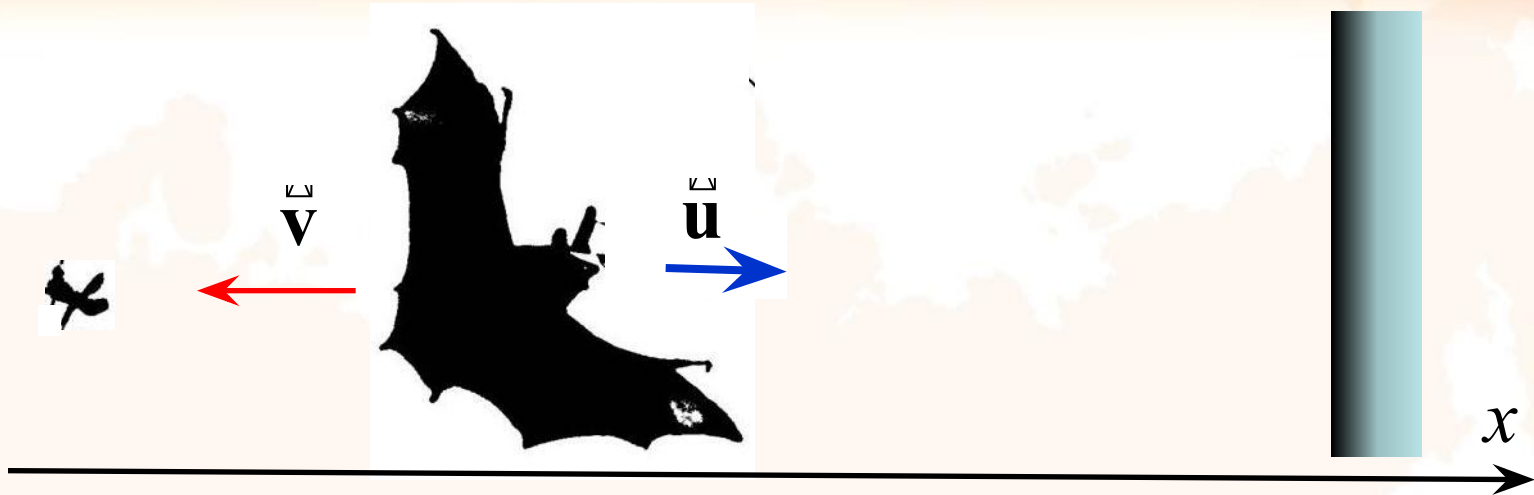
$$\int_0^l \sin^2 \frac{\pi x}{l} dx = \int_0^l \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{l} \right) dx = \frac{l}{2}$$

$$W_{\kappa} = \frac{\rho l S a_1^2 \omega_1^2}{4} \cos^2 \omega_1 t \quad W_{\kappa} = \frac{m a_1^2 \omega_1^2}{4} \cos^2 \omega_1 t$$

$$W_{\max} = \frac{m a_1^2 \omega_1^2}{4}$$

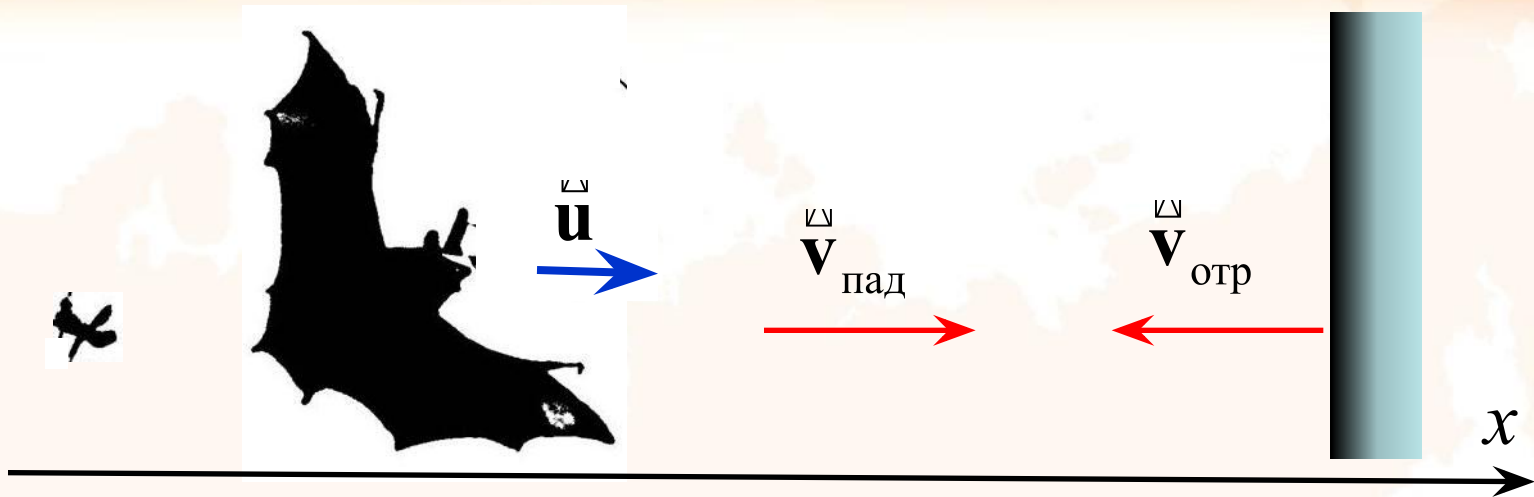
Пример 3. Летучая мышь летит перпендикулярно к стенке со скоростью $u = 6 \text{ м/с}$, излучая при этом ультразвуковую волну с частотой $\nu_0 = 45 \text{ ц}$. Насекомое, расположенное за спиной летучей мышью на линии её движения, слышит акустические биения. Какова частота этих биений? Скорость звука 340 м/с .





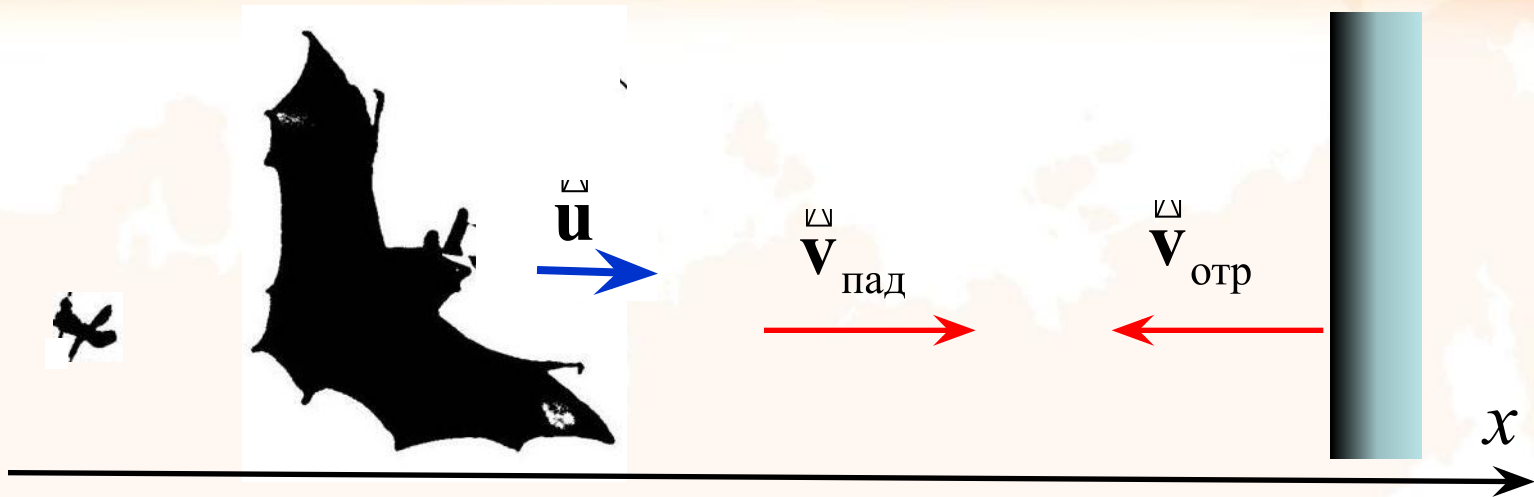
$$v = v_0 \frac{v_x - u_{\text{пр}_x}}{v_x - u_{\text{ист}_x}} \quad u_{\text{пр}_x} = 0, \quad u_{\text{ист}_x} = u, \quad v_x = -v$$

$$v_1 = v_0 \frac{-v}{-v - u} = v_0 \frac{v}{v_x + u}$$



$$V = V_0 \frac{V_x - u_{\text{пр}_x}}{V_x - u_{\text{ист}_x}} \quad u_{\text{пр}_x} = 0, \quad u_{\text{ист}_x} = u, \quad V_x = V$$

$$V_{\text{пад}} = V_{\text{отр}} = V_0 \frac{V}{V - u}$$



$$v_6 = v_{\text{отр}} - v_1 = v_0 \frac{v}{v - u} - v_0 \frac{v}{v + u}$$

$$v_6 = v_0 \frac{2vu}{v^2 - u^2} \approx v_0 \frac{2u}{v} = 46 \cdot 10^3 \frac{2 \cdot 6}{340} = 1,6 \cdot 10^3$$



Спасибо за внимание!

**Следующая лекция
9 марта**



Волны и оптика

Лекция 04

Электромагнитные волны

9 марта 2022 года

Лектор: доцент НИЯУ МИФИ,
ОЛЬЧАК Андрей Станиславович