infourok.ru

Определение

Аксиома – это утверждение не требующее доказательства.

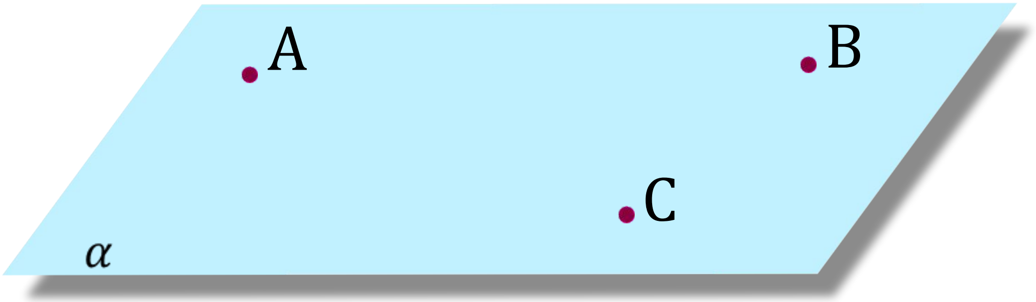
Определение

Аксиомы стереометрии – утверждения о свойствах геометрических тел, принимаемые в качестве исходных положений, на основе которых доказываются все теоремы и вообще строится вся геометрия.

infourok.ru

Аксиома А1

Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит **плоскость**, и притом **только одна**.



Если $C \notin AB$, то $\exists\, \alpha$:

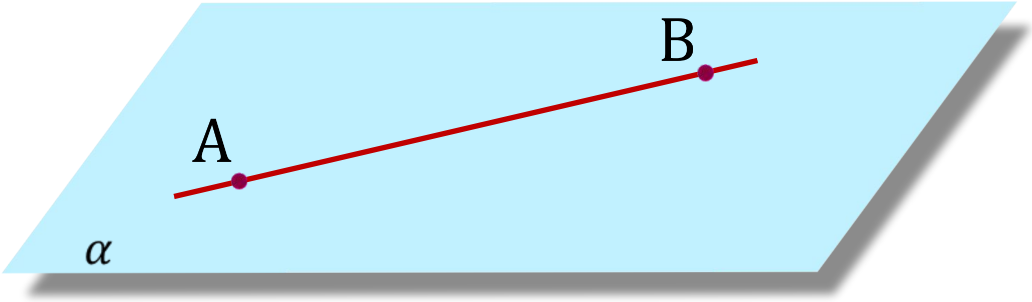
$A, B, C \in \alpha$,

причем α – **единственная.**

infourok.ru

Аксиома А2

Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки этой прямой **лежат в этой плоскости.**

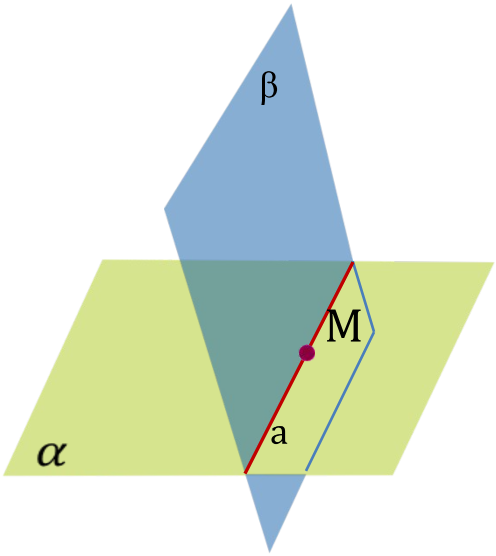


$$\left.\begin{array}{l} A \in \alpha; \\ B \in \alpha; \end{array}\right] \Longrightarrow AB \in \alpha;$$

infourok.ru

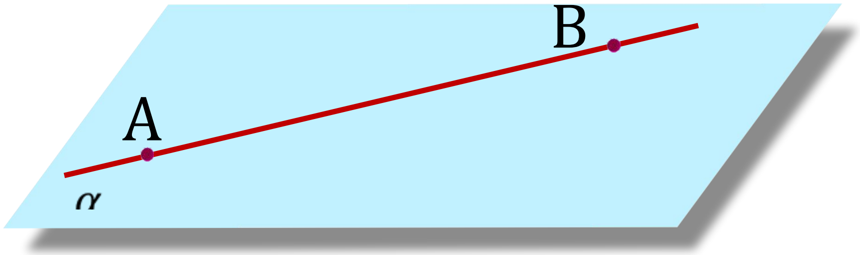
Аксиома А3

Если две плоскости имеют **общую точку**, то они имеют **общую прямую,** на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

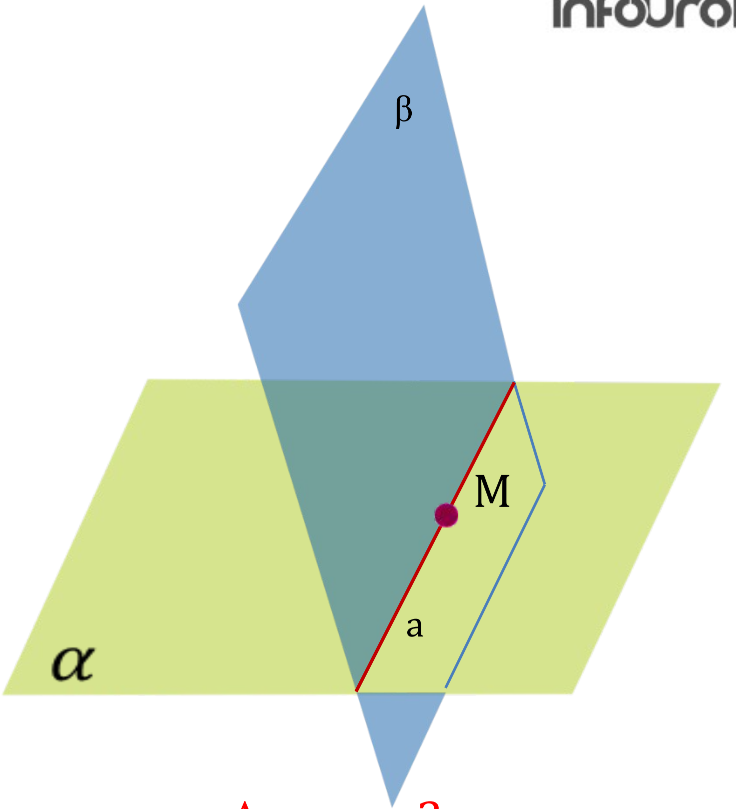


$$\left.\begin{array}{l} M \in \alpha; \\ M \in \beta; \end{array}\right] \Rightarrow \alpha$$

Аксиома 1
(существование плоскости)



Аксиома 2
(плоскость и прямая)



Аксиома 3
(две плоскости)

Задача 1

Дано: ABCD – тетраэдр;

PE, MK, EC – прямые;

Назвать:

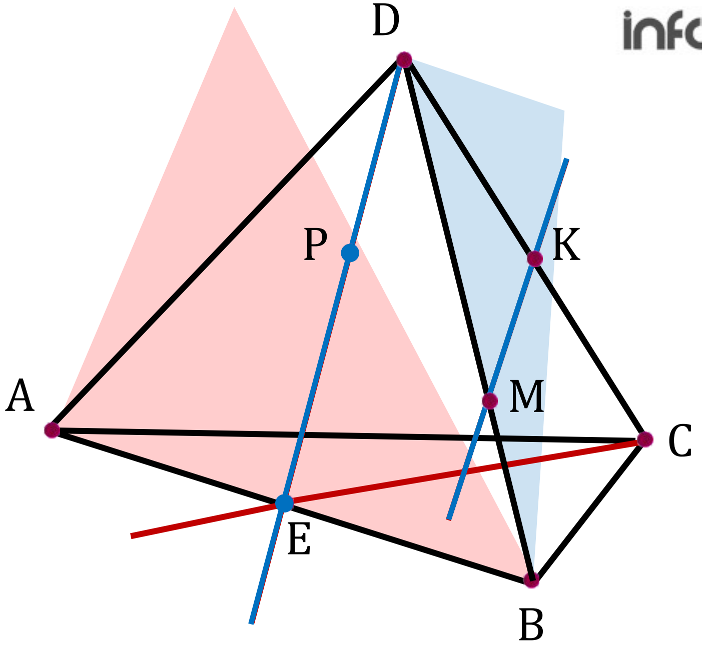
а) плоскости, в которых лежат прямые
PE, MK, DB, AB, EC;
б) точки пересечения прямой DK с плоскостью ABC,
прямой CE с плоскостью ADB;

Решение:

а)

$\left.\begin{array}{l} P \in ABD; \\ E \in ABD; \end{array}\right] \Rightarrow PE \in ABD;$

$\left.\begin{array}{l} M \in ABD; \\ K \in ABD; \end{array}\right] \Rightarrow MK \in ABD;$



Задача 1

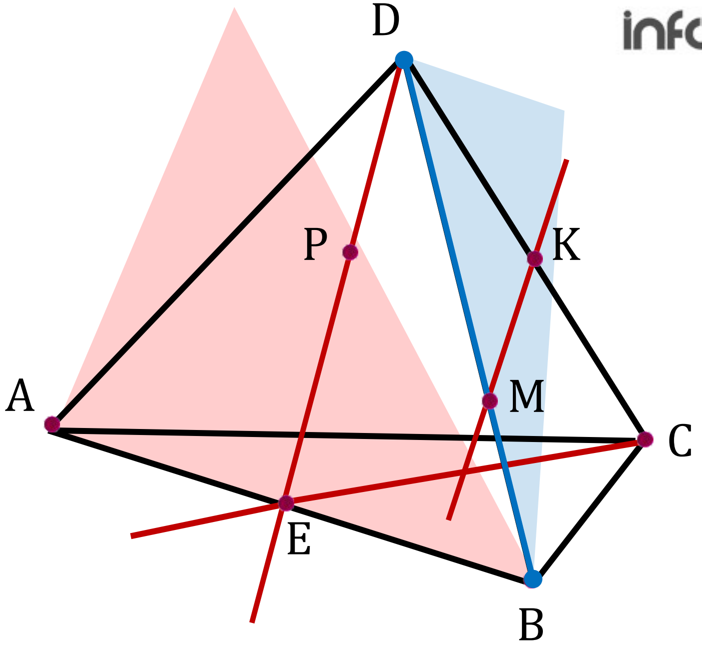
Дано: ABCD – тетраэдр;

PE, MK, EC – прямые;

Назвать:

а) плоскости, в которых лежат прямые PE, MK, DB, AB, EC;

б) точки пересечения прямой DK с плоскостью ABC, прямой CE с плоскостью ADB;



Решение:

а)

$$\left.\begin{array}{l} P \in ABD; \\ E \in ABD; \end{array}\right] \Rightarrow PE \in ABD;$$

$$\left.\begin{array}{l} M \in ABD; \\ K \in ABD; \end{array}\right] \Rightarrow MK \in ABD;$$

$$\left.\begin{array}{ll} D \in ABD; & D \in BCD; \\ B \in ABD; & B \in BCD; \end{array}\right] \Rightarrow BD \in ABD,\ BD \in BCD;$$

Задача 1

Дано: ABCD – тетраэдр;

PE, MK, EC – прямые;

Назвать:

а) плоскости, в которых лежат прямые
PE, MK, DB, AB, EC;
б) точки пересечения прямой DK с плоскостью ABC,
прямой CE с плоскостью ADB;

Решение:

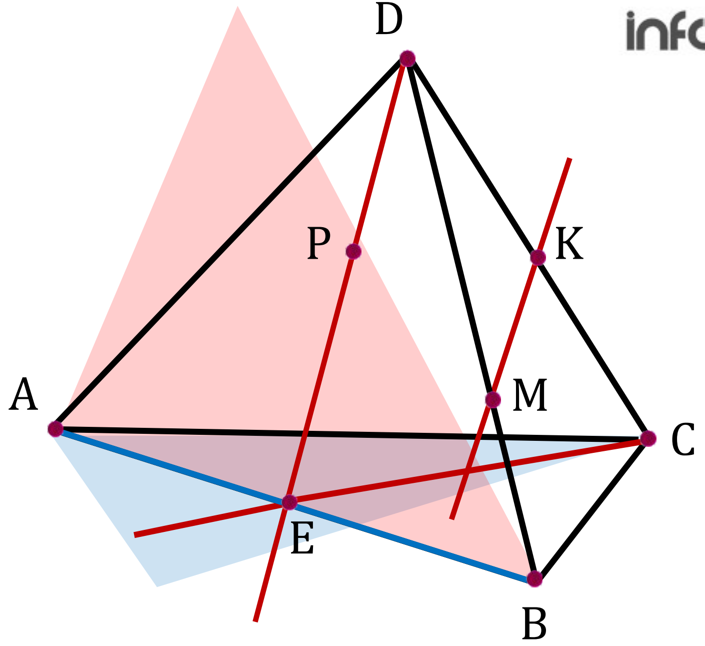
а)

$P \in ABD$; $E \in ABD$; $\Rightarrow$ $PE \in ABD$;

$M \in ABD$; $K \in ABD$; $\Rightarrow$ $MK \in ABD$;

$D \in ABD$; $B \in ABD$; $D \in BCD$; $B \in BCD$; $\Rightarrow$ $BD \in ABD$, $BD \in BCD$;

$A \in ABD$; $B \in ABD$; $A \in ABC$; $B \in ABC$; $\Rightarrow$ $AB \in ABD$, $AB \in ABC$;



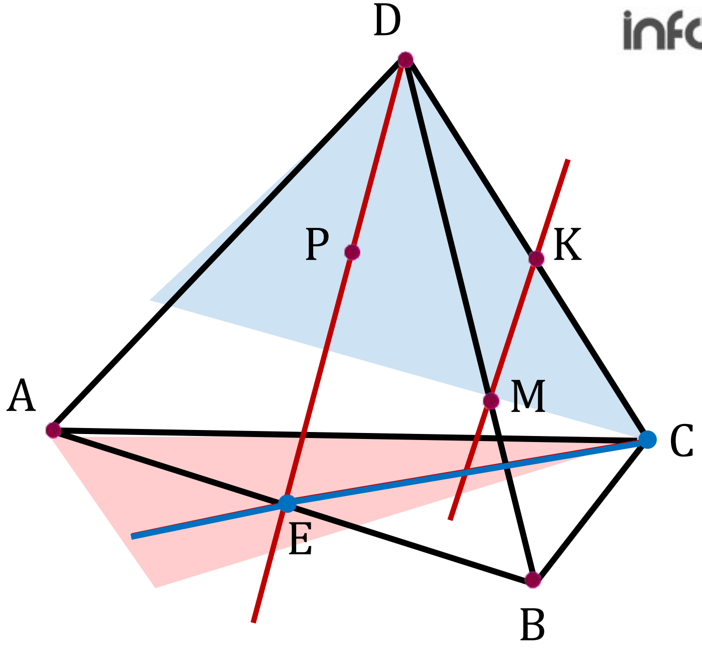
Задача 1

Дано: ABCD – тетраэдр;

PE, MK, EC – прямые;

Назвать:

а) плоскости, в которых лежат прямые
PE, MK, DB, AB, EC;
б) точки пересечения прямой DK с плоскостью ABC,
прямой CE с плоскостью ADB;



Решение:

а)

P ∈ ABD;
E ∈ ABD; ⟹ PE ∈ ABD;

M ∈ ABD;
K ∈ ABD; ⟹ MK ∈ ABD;

D ∈ ABD; D ∈ BCD;
B ∈ ABD; B ∈ BCD; ⟹ BD ∈ ABD, BD ∈ BCD;

A ∈ ABD; A ∈ ABC;
B ∈ ABD; B ∈ ABC; ⟹ AB ∈ ABD, AB ∈ ABC;

E ∈ ABC; E ∈ CDE;
C ∈ ABC; C ∈ CDE; ⟹ EC ∈ ABC, AB ∈ CDE;

infourok.ru

Задача 1

Дано: ABCD – тетраэдр;

PE, MK, EC – прямые;

Назвать:

а) плоскости, в которых лежат прямые
PE, MK, DB, AB, EC;
б) точки пересечения прямой DK с плоскостью ABC,
прямой CE с плоскостью ADB;

Решение:

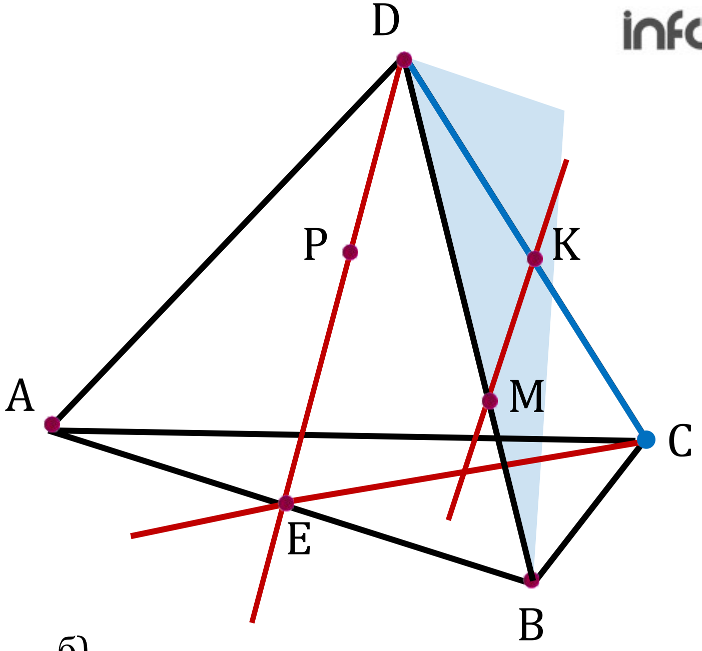
а)

$\left.\begin{array}{l} P \in ABD; \\ E \in ABD; \end{array}\right] \Rightarrow PE \in ABD;$ $\left.\begin{array}{l} M \in ABD; \\ K \in ABD; \end{array}\right] \Rightarrow MK \in ABD;$

$\left.\begin{array}{ll} D \in ABD; & D \in BCD; \\ B \in ABD; & B \in BCD; \end{array}\right] \Rightarrow BD \in ABD, BD \in BCD;$

$\left.\begin{array}{ll} A \in ABD; & A \in ABC; \\ B \in ABD; & B \in ABC; \end{array}\right] \Rightarrow AB \in ABD, AB \in ABC;$

$\left.\begin{array}{ll} E \in ABC; & E \in CDE; \\ C \in ABC; & C \in CDE; \end{array}\right] \Rightarrow EC \in ABC, AB \in CDE;$



б)

$\left.\begin{array}{l} C \in DK; \\ C \in ABC; \end{array}\right] \Rightarrow \alpha$

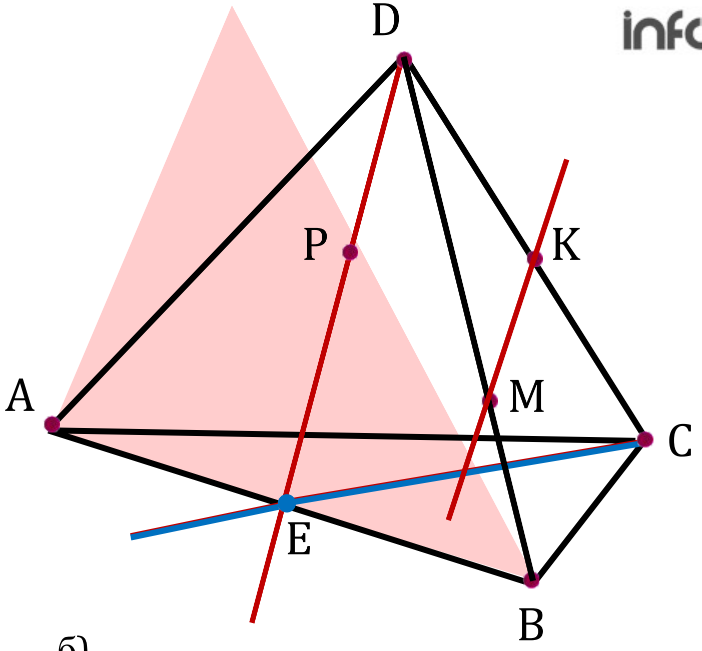
Задача 1

Дано: ABCD – тетраэдр;

PE, MK, EC – прямые;

Назвать:

а) плоскости, в которых лежат прямые
PE, MK, DB, AB, EC;
б) точки пересечения прямой DK с плоскостью ABC,
прямой CE с плоскостью ADB;



Решение:

а)

P ∈ ABD; E ∈ ABD; ⟹ PE ∈ ABD;

M ∈ ABD; K ∈ ABD; ⟹ MK ∈ ABD;

D ∈ ABD; B ∈ ABD; D ∈ BCD; B ∈ BCD; ⟹ BD ∈ ABD, BD ∈ BCD;

A ∈ ABD; B ∈ ABD; A ∈ ABC; B ∈ ABC; ⟹ AB ∈ ABD, AB ∈ ABC;

E ∈ ABC; C ∈ ABC; E ∈ CDE; C ∈ CDE; ⟹ EC ∈ ABC, AB ∈ CDE;

б)

C ∈ DK; C ∈ ABC; ⟹ α

E ∈ CE; E ∈ ABD; ⟹ α

Задача 2

Дано:
A, B, C, D – не лежат в одной плоскости

Найти:
Могут ли 3 из них лежать на одной прямой?

Решение.

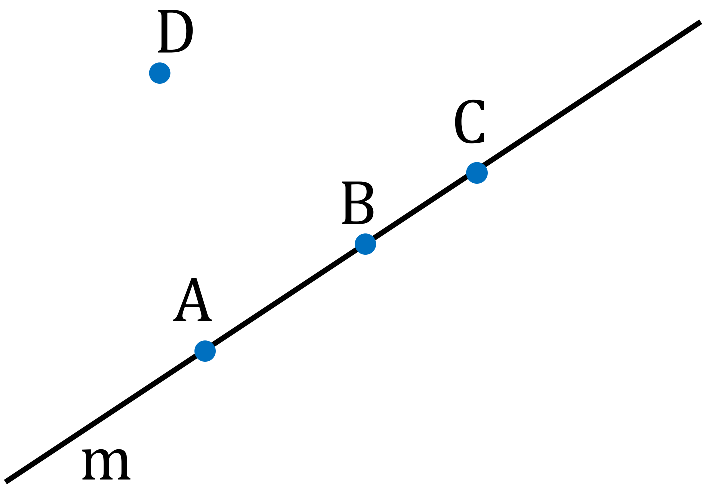
Пусть: $(A, B, C) \in m;$
$D \notin m;$

$\exists \alpha: (A,C,D) \in \alpha$ **(аксиома А1)**

$A \in \alpha$
$C \in \alpha$ $\Rightarrow$ $B \in \alpha$ **(аксиома А2)**

$(A,B,C,D) \in \alpha;$

Ответ: Нет.



Задача 2

Дано:

$(A,B,C) \in m$

Доказать:

$\exists \alpha: (A,B,C) \in \alpha$

Найти: Количество плоскостей

Решение.

Пусть: $D \notin m$;

$\exists \alpha: (A,C,D) \in \alpha$ **(аксиома 1)**

$(A, C) \in \alpha \Rightarrow B \in \alpha$ **(аксиома 2)** $\Rightarrow$

$\Rightarrow (A,B,C,D) \in \alpha$;

Плоскость α – искомая плоскость.

Т.к. **D – произвольная точка,** то таких плоскостей бесконечное множество.

Ответ: бесконечное множество.