



Определение

Аксиома – это утверждение не требующее доказательства.



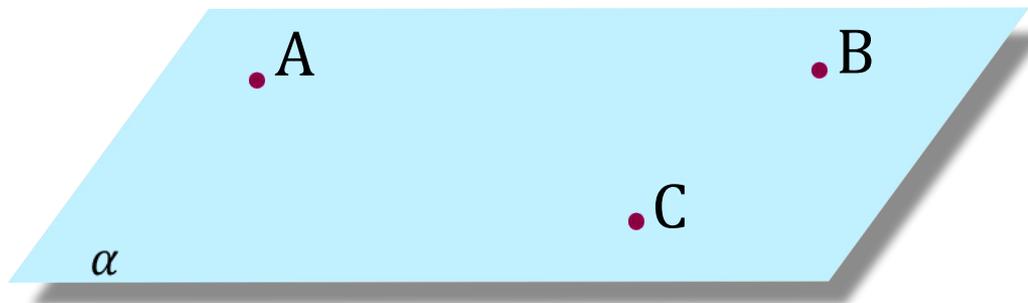
Определение

Аксиомы стереометрии – утверждения о свойствах геометрических тел, принимаемые в качестве исходных положений, на основе которых доказываются все теоремы и вообще строится вся геометрия.



Аксиома А1

Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит **плоскость**, и притом **только одна**.



Если $C \notin AB$, то $\exists \alpha$:

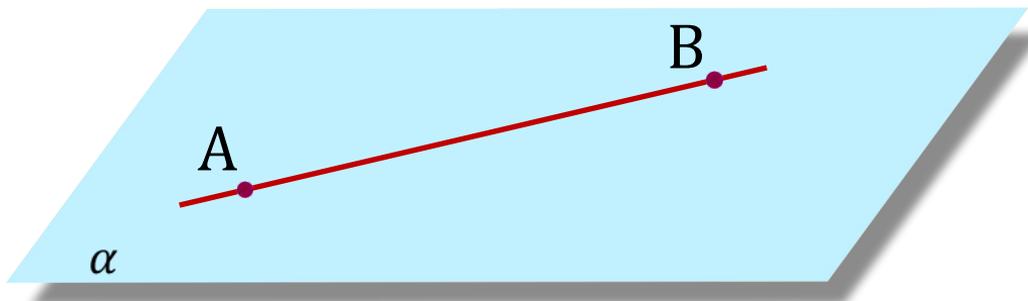
$A, B, C \in \alpha$,

причем α – **единственная**.



Аксиома А2

Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки этой прямой **лежат в этой плоскости**.

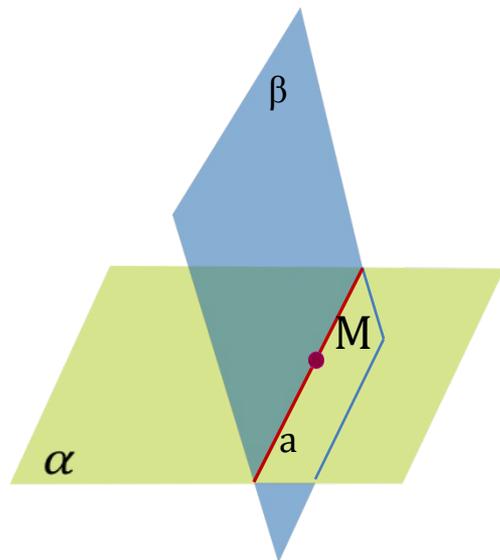


$$\left. \begin{array}{l} A \in \alpha; \\ B \in \alpha; \end{array} \right\} \Rightarrow AB \in \alpha;$$



Аксиома А3

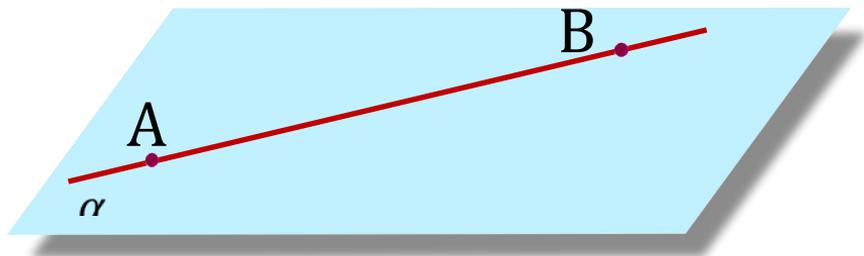
Если две плоскости имеют **общую точку**, то они имеют **общую прямую**, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.



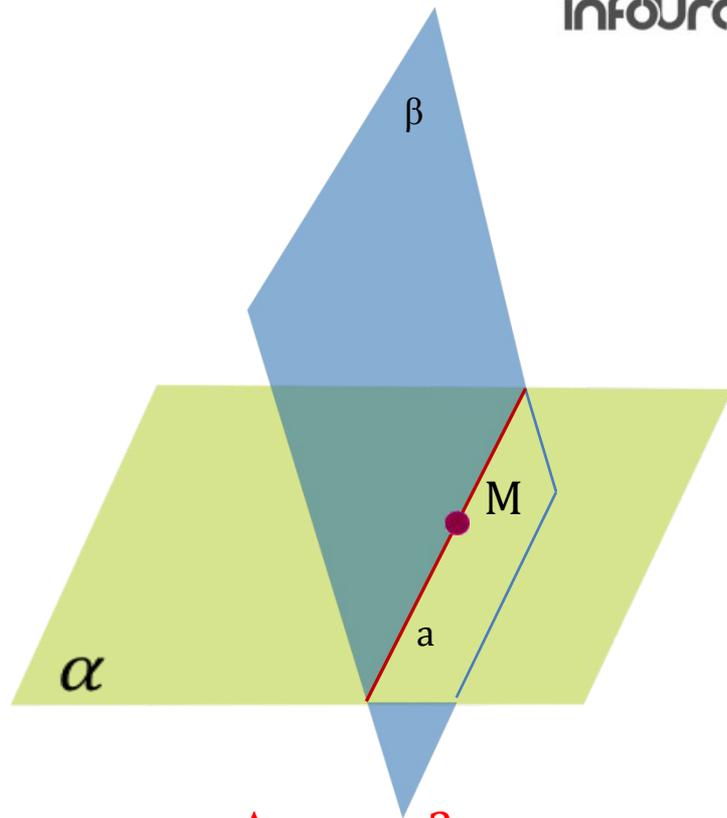
$$\left. \begin{array}{l} M \in \alpha; \\ M \in \beta; \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha$$



Аксиома 1
(существование плоскости)



Аксиома 2
(плоскость и прямая)



Аксиома 3
(две плоскости)

Задача 1

Дано: ABCD – тетраэдр;

PE, MK, EC – прямые;

Назвать:

а) плоскости, в которых лежат прямые

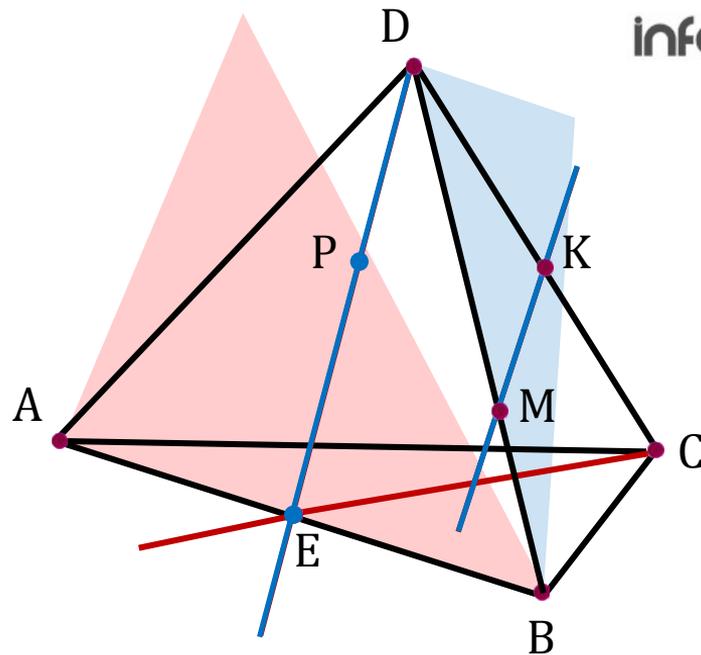
PE, MK, DB, AB, EC;

б) точки пересечения прямой DK с плоскостью ABC,
прямой CE с плоскостью ADB;

Решение:

а)

$$\left. \begin{array}{l} P \in ABD; \\ E \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow PE \in ABD;$$

$$\left. \begin{array}{l} M \in ABD; \\ K \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow MK \in ABD;$$


Задача 1

Дано: ABCD – тетраэдр;

PE, MK, EC – прямые;

Назвать:

а) плоскости, в которых лежат прямые

PE, MK, DB, AB, EC;

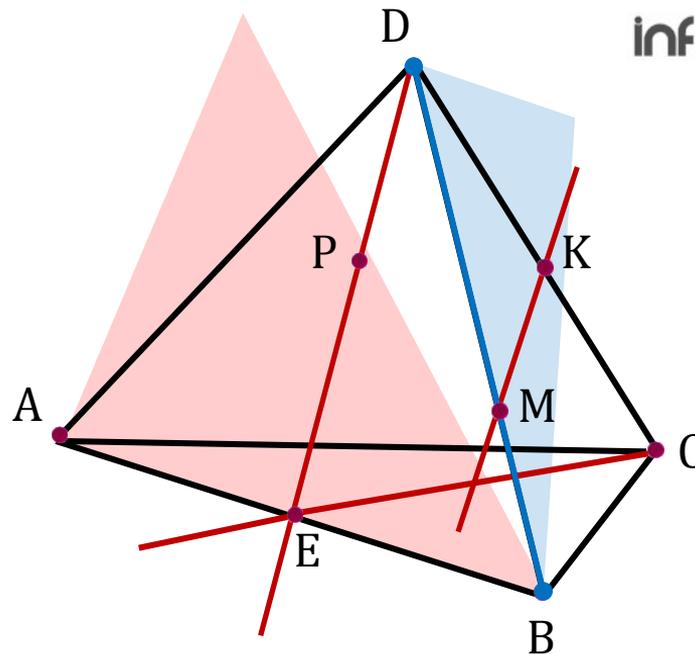
б) точки пересечения прямой DK с плоскостью ABC,
прямой CE с плоскостью ADB;

Решение:

а)

$$\left. \begin{array}{l} P \in ABD; \\ E \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow PE \in ABD; \quad \left. \begin{array}{l} M \in ABD; \\ K \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow MK \in ABD;$$

$$\left. \begin{array}{l} D \in ABD; \\ B \in ABD; \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} D \in BCD; \\ B \in BCD; \end{array} \right\} \Rightarrow BD \in ABD, BD \in BCD;$$



Задача 1

Дано: ABCD – тетраэдр;

PE, MK, EC – прямые;

Назвать:

а) плоскости, в которых лежат прямые

PE, MK, DB, AB, EC;

б) точки пересечения прямой DK с плоскостью ABC,
прямой CE с плоскостью ADB;

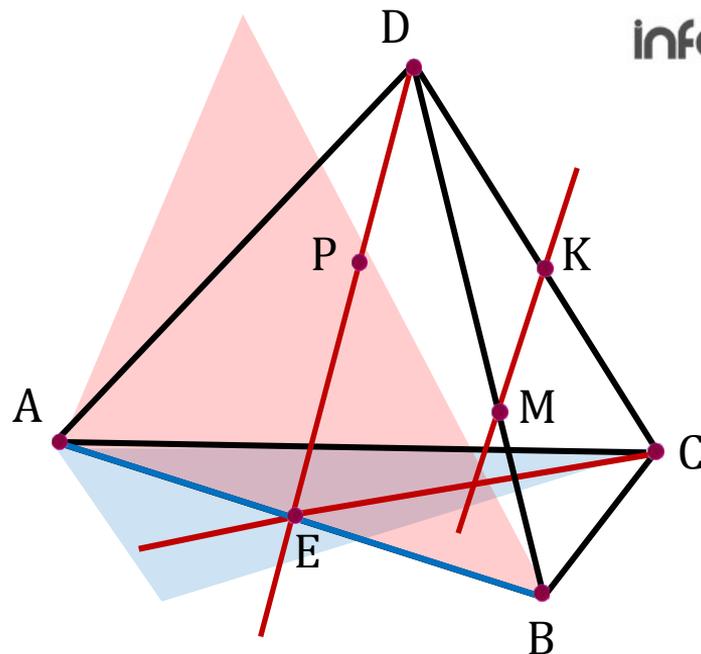
Решение:

а)

$$\left. \begin{array}{l} P \in ABD; \\ E \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow PE \in ABD; \quad \left. \begin{array}{l} M \in ABD; \\ K \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow MK \in ABD;$$

$$\left. \begin{array}{l} D \in ABD; \\ B \in ABD; \end{array} \right\} \begin{array}{l} D \in BCD; \\ B \in BCD; \end{array} \Rightarrow BD \in ABD, BD \in BCD;$$

$$\left. \begin{array}{l} A \in ABD; \\ B \in ABD; \end{array} \right\} \begin{array}{l} A \in ABC; \\ B \in ABC; \end{array} \Rightarrow AB \in ABD, AB \in ABC;$$



Задача 1

Дано: ABCD – тетраэдр;

PE, MK, EC – прямые;

Назвать:

а) плоскости, в которых лежат прямые

PE, MK, DB, AB, EC;

б) точки пересечения прямой DK с плоскостью ABC,
прямой CE с плоскостью ADB;

Решение:

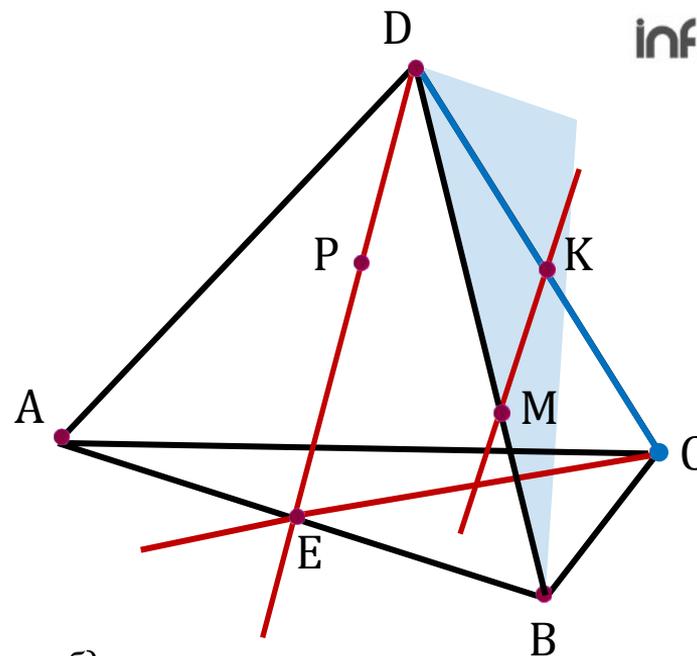
а)

$$\left. \begin{array}{l} P \in ABD; \\ E \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow PE \in ABD; \quad \left. \begin{array}{l} M \in ABD; \\ K \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow MK \in ABD;$$

$$\left. \begin{array}{l} D \in ABD; \\ B \in ABD; \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} D \in BCD; \\ B \in BCD; \end{array} \right\} \Rightarrow BD \in ABD, BD \in BCD;$$

$$\left. \begin{array}{l} A \in ABD; \\ B \in ABD; \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} A \in ABC; \\ B \in ABC; \end{array} \right\} \Rightarrow AB \in ABD, AB \in ABC;$$

$$\left. \begin{array}{l} E \in ABC; \\ C \in ABC; \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} E \in CDE; \\ C \in CDE; \end{array} \right\} \Rightarrow EC \in ABC, EC \in CDE;$$



б)

$$\left. \begin{array}{l} C \in DK; \\ C \in ABC; \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha$$

Задача 1

Дано: ABCD – тетраэдр;

PE, MK, EC – прямые;

Назвать:

а) плоскости, в которых лежат прямые

PE, MK, DB, AB, EC;

б) точки пересечения прямой DK с плоскостью ABC,
прямой CE с плоскостью ADB;

Решение:

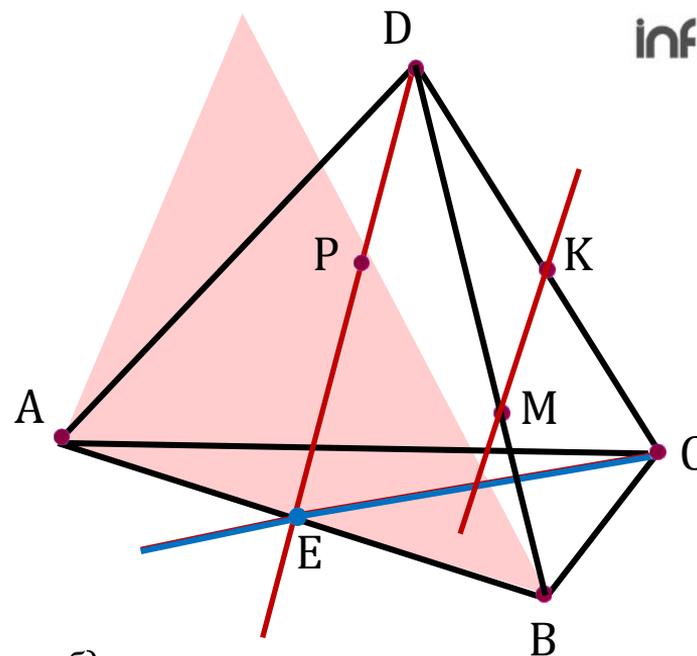
а)

$$\left. \begin{array}{l} P \in ABD; \\ E \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow PE \in ABD; \quad \left. \begin{array}{l} M \in ABD; \\ K \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow MK \in ABD;$$

$$\left. \begin{array}{l} D \in ABD; \\ B \in ABD; \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} D \in BCD; \\ B \in BCD; \end{array} \right\} \Rightarrow BD \in ABD, BD \in BCD;$$

$$\left. \begin{array}{l} A \in ABD; \\ B \in ABD; \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} A \in ABC; \\ B \in ABC; \end{array} \right\} \Rightarrow AB \in ABD, AB \in ABC;$$

$$\left. \begin{array}{l} E \in ABC; \\ C \in ABC; \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} E \in CDE; \\ C \in CDE; \end{array} \right\} \Rightarrow EC \in ABC, EC \in CDE;$$



б)

$$\left. \begin{array}{l} C \in DK; \\ C \in ABC; \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha$$

$$\left. \begin{array}{l} E \in CE; \\ E \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha$$

Задача 2

Дано:

A, B, C, D – не лежат в одной плоскости

Найти:

Могут ли 3 из них лежать на одной прямой?

Решение.

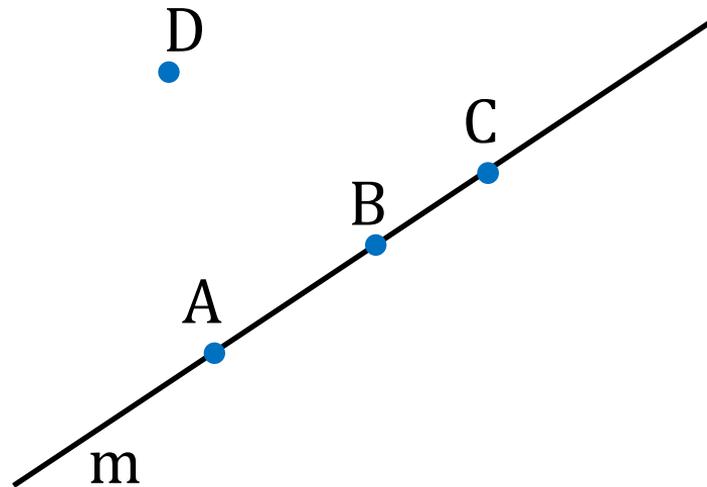
Пусть: $(A, B, C) \in m;$
 $D \notin m;$] _____

$\exists \alpha: (A, C, D) \in \alpha$ (аксиома A1)

$\left. \begin{array}{l} A \in \alpha \\ C \in \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow B \in \alpha$ (аксиома A2)

$(A, B, C, D) \in \alpha;$

Ответ: Нет.



Задача 2**Дано:** $(A, B, C) \in m$ **Доказать:** $\exists \alpha: (A, B, C) \in \alpha$ **Найти:** Количество плоскостей**Решение.**Пусть: $D \notin m$; $\exists \alpha: (A, C, D) \in \alpha$ (аксиома 1) $(A, C) \in \alpha \Rightarrow B \in \alpha$ (аксиома 2) \Rightarrow $\Rightarrow (A, B, C, D) \in \alpha$;**Плоскость α** – искомая плоскость.Т.к. **D** – произвольная точка, то таких плоскостей бесконечное множество.**Ответ:** бесконечное множество.