



## Определение

**Аксиома** – это утверждение не требующее доказательства.



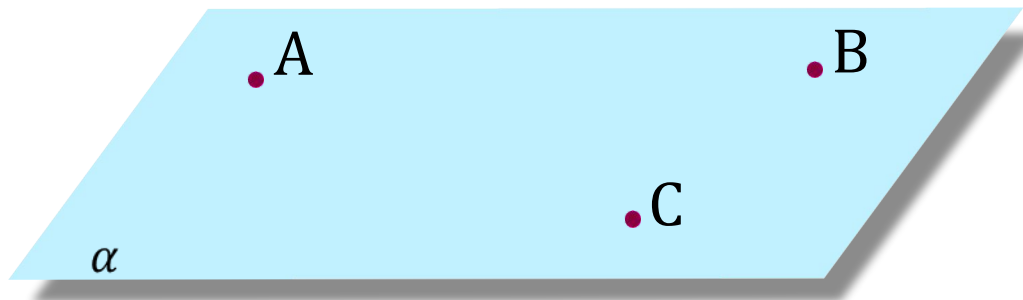
## Определение

**Аксиомы стереометрии** – утверждения о свойствах геометрических тел, принимаемые в качестве исходных положений, на основе которых доказываются все теоремы и вообще строится вся геометрия.



## Аксиома А1

Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит **плоскость**, и притом **только одна**.



Если  $C \notin AB$ , то  $\exists \alpha$ :

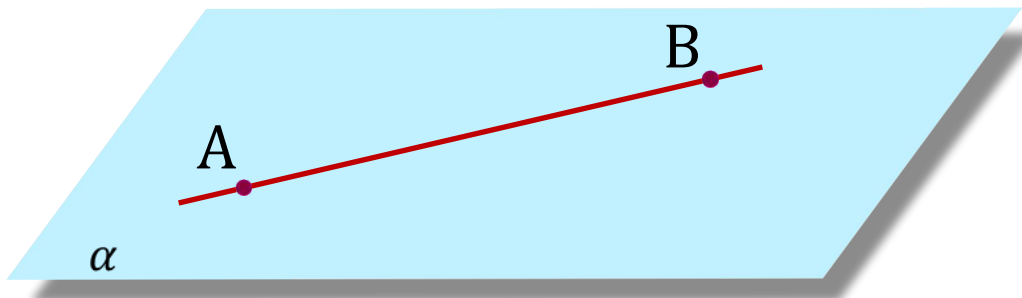
$A, B, C \in \alpha$ ,

причем  $\alpha$  – **единственная**.



## Аксиома А2

Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки этой прямой **лежат в этой плоскости**.

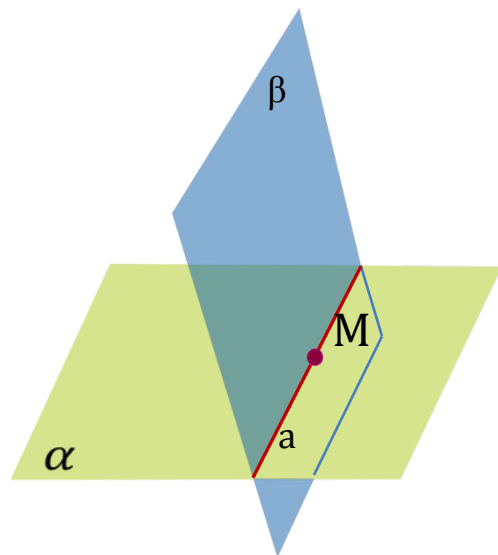


$$\left. \begin{array}{l} A \in \alpha; \\ B \in \alpha; \end{array} \right\} \Rightarrow AB \in \alpha;$$

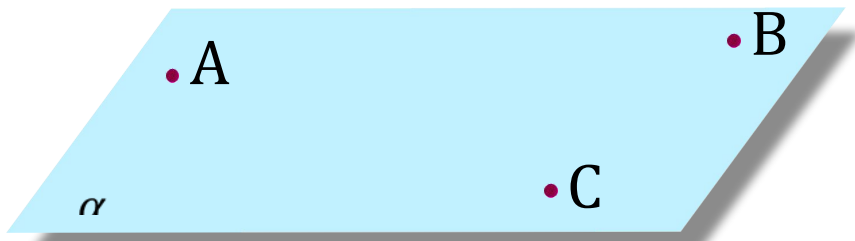


## Аксиома А3

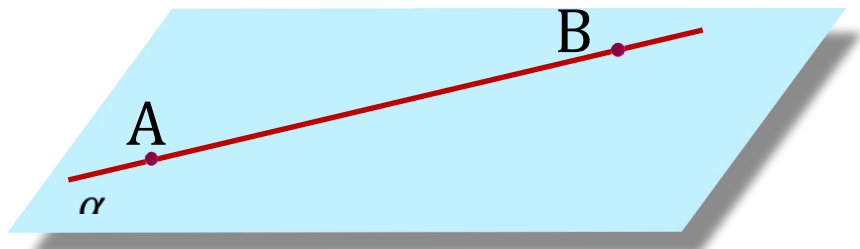
Если две плоскости имеют **общую точку**, то они имеют **общую прямую**, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.



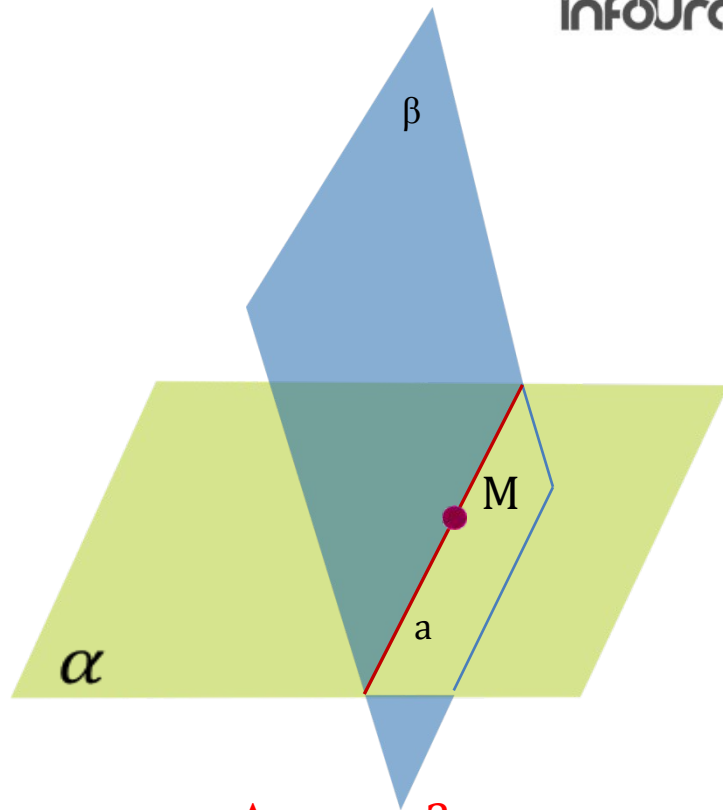
$$\left. \begin{array}{l} M \in \alpha; \\ M \in \beta; \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha$$



**Аксиома 1**  
(существование плоскости)



**Аксиома 2**  
(плоскость и прямая)



**Аксиома 3**  
(две плоскости)

**Задача 1**

**Дано:** ABCD – тетраэдр;

PE, MK, EC – прямые;

**Назвать:**

а) плоскости, в которых лежат прямые

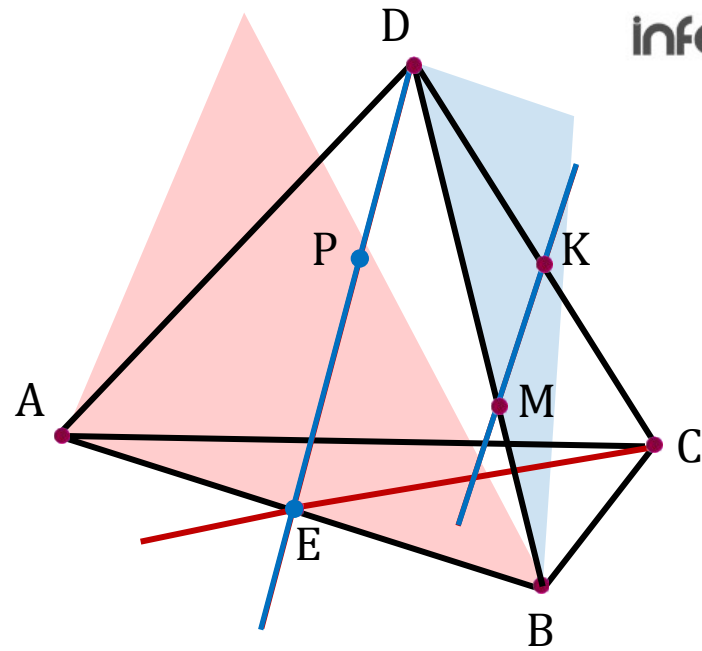
PE, MK, DB, AB, EC;

б) точки пересечения прямой DK с плоскостью ABC,  
прямой CE с плоскостью ADB;

**Решение:**

а)

$$\left. \begin{array}{l} P \in ABD; \\ E \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow PE \in ABD;$$

$$\left. \begin{array}{l} M \in ABD; \\ K \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow MK \in ABD;$$


## Задача 1

Дано: ABCD – тетраэдр;

PE, MK, EC – прямые;

Назвать:

а) плоскости, в которых лежат прямые

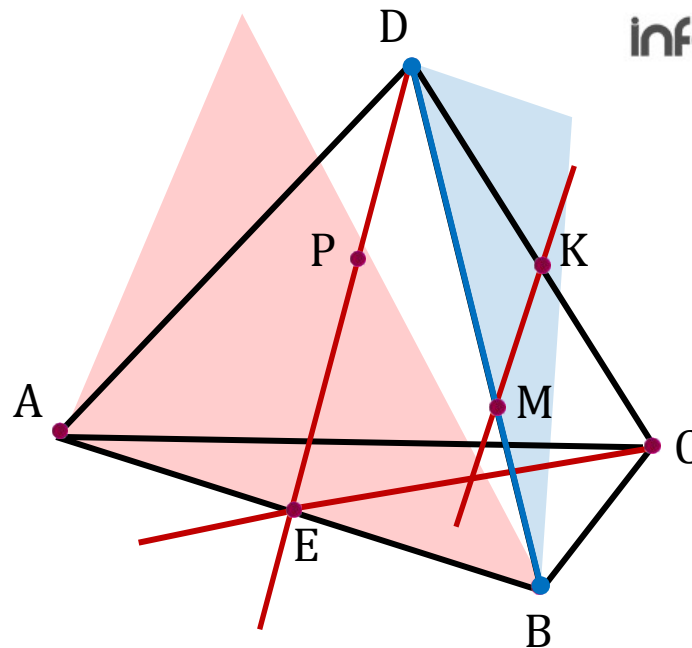
PE, MK, DB, AB, EC;

б) точки пересечения прямой DK с плоскостью ABC,  
прямой CE с плоскостью ADB;

Решение:

а)

$$\left. \begin{array}{l} P \in ABD; \\ E \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow PE \in ABD; \quad \left. \begin{array}{l} M \in ABD; \\ K \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow MK \in ABD;$$

$$\left. \begin{array}{l} D \in ABD; \\ B \in ABD; \end{array} \right\} \begin{array}{l} D \in BCD; \\ B \in BCD; \end{array} \Rightarrow BD \in ABD, BD \in BCD;$$




**Задача 1**

Дано: ABCD – тетраэдр;

PE, MK, EC – прямые;

Назвать:

а) плоскости, в которых лежат прямые

PE, MK, DB, AB, EC;

б) точки пересечения прямой DK с плоскостью ABC,  
прямой CE с плоскостью ADB;

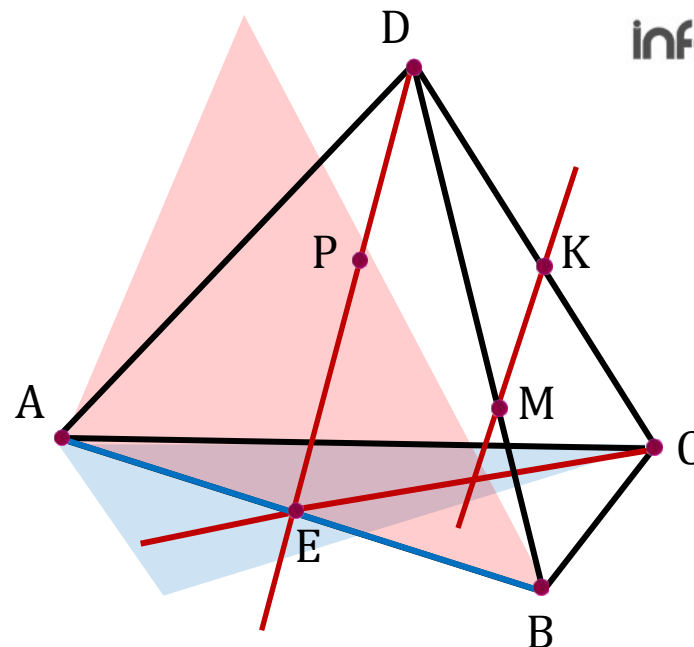
Решение:

а)

$$\left. \begin{array}{l} P \in ABD; \\ E \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow PE \in ABD; \quad \left. \begin{array}{l} M \in ABD; \\ K \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow MK \in ABD;$$

$$\left. \begin{array}{l} D \in ABD; \\ B \in ABD; \end{array} \right\} \begin{array}{l} D \in BCD; \\ B \in BCD; \end{array} \Rightarrow BD \in ABD, BD \in BCD;$$

$$\left. \begin{array}{l} A \in ABD; \\ B \in ABD; \end{array} \right\} \begin{array}{l} A \in ABC; \\ B \in ABC; \end{array} \Rightarrow AB \in ABD, AB \in ABC;$$



## Задача 1

Дано: ABCD – тетраэдр;

PE, MK, EC – прямые;

Назвать:

а) плоскости, в которых лежат прямые

PE, MK, DB, AB, EC;

б) точки пересечения прямой DK с плоскостью ABC,  
прямой CE с плоскостью ADB;

Решение:

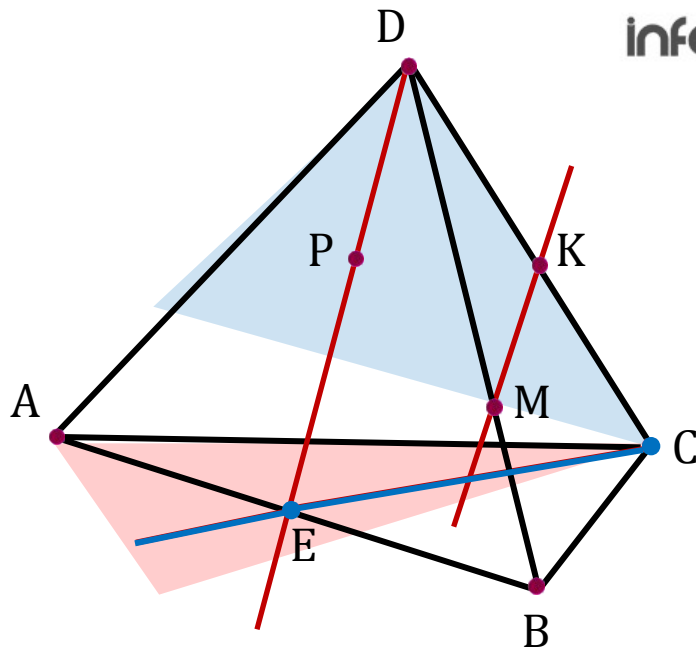
а)

$$\left. \begin{array}{l} P \in ABD; \\ E \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow PE \in ABD; \quad \left. \begin{array}{l} M \in ABD; \\ K \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow MK \in ABD;$$

$$\left. \begin{array}{l} D \in ABD; \\ B \in ABD; \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} D \in BCD; \\ B \in BCD; \end{array} \right\} \Rightarrow BD \in ABD, BD \in BCD;$$

$$\left. \begin{array}{l} A \in ABD; \\ B \in ABD; \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} A \in ABC; \\ B \in ABC; \end{array} \right\} \Rightarrow AB \in ABD, AB \in ABC;$$

$$\left. \begin{array}{l} E \in ABC; \\ C \in ABC; \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} E \in CDE; \\ C \in CDE; \end{array} \right\} \Rightarrow EC \in ABC, EC \in CDE;$$



## Задача 1

Дано: ABCD – тетраэдр;

PE, MK, EC – прямые;

Назвать:

а) плоскости, в которых лежат прямые

PE, MK, DB, AB, EC;

б) точки пересечения прямой DK с плоскостью ABC,  
прямой CE с плоскостью ADB;

Решение:

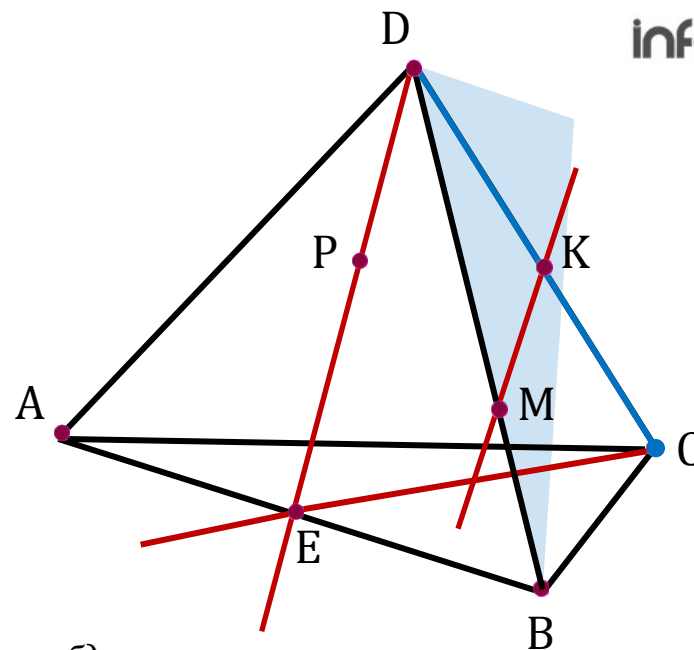
а)

$$\left. \begin{array}{l} P \in ABD; \\ E \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow PE \in ABD; \quad \left. \begin{array}{l} M \in ABD; \\ K \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow MK \in ABD;$$

$$\left. \begin{array}{l} D \in ABD; \\ B \in ABD; \end{array} \right\} \begin{array}{l} D \in BCD; \\ B \in BCD; \end{array} \Rightarrow BD \in ABD, BD \in BCD;$$

$$\left. \begin{array}{l} A \in ABD; \\ B \in ABD; \end{array} \right\} \begin{array}{l} A \in ABC; \\ B \in ABC; \end{array} \Rightarrow AB \in ABD, AB \in ABC;$$

$$\left. \begin{array}{l} E \in ABC; \\ C \in ABC; \end{array} \right\} \begin{array}{l} E \in CDE; \\ C \in CDE; \end{array} \Rightarrow EC \in ABC, EC \in CDE;$$



б)

$$\left. \begin{array}{l} C \in DK; \\ C \in ABC; \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha$$

## Задача 1

Дано: ABCD – тетраэдр;

PE, MK, EC – прямые;

Назвать:

а) плоскости, в которых лежат прямые

PE, MK, DB, AB, EC;

б) точки пересечения прямой DK с плоскостью ABC,  
прямой CE с плоскостью ADB;

Решение:

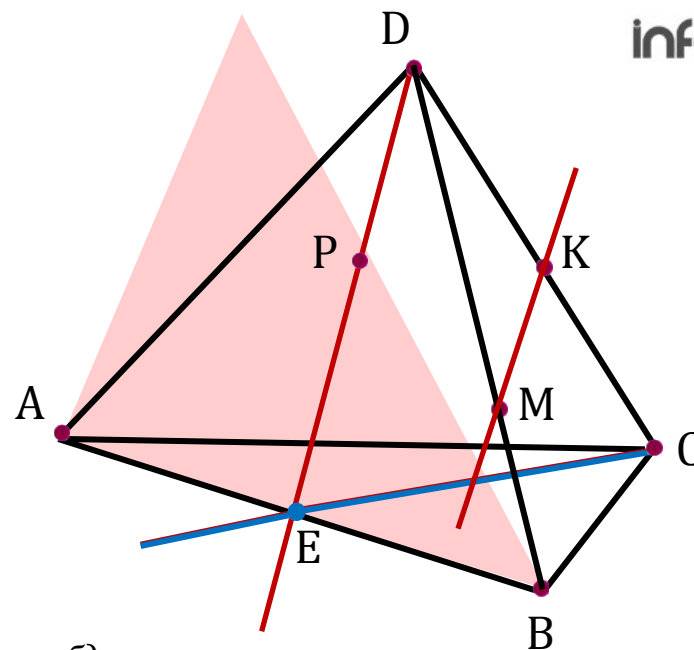
а)

$$\left. \begin{array}{l} P \in ABD; \\ E \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow PE \in ABD; \quad \left. \begin{array}{l} M \in ABD; \\ K \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow MK \in ABD;$$

$$\left. \begin{array}{l} D \in ABD; \\ B \in ABD; \end{array} \right\} \begin{array}{l} D \in BCD; \\ B \in BCD; \end{array} \Rightarrow BD \in ABD, BD \in BCD;$$

$$\left. \begin{array}{l} A \in ABD; \\ B \in ABD; \end{array} \right\} \begin{array}{l} A \in ABC; \\ B \in ABC; \end{array} \Rightarrow AB \in ABD, AB \in ABC;$$

$$\left. \begin{array}{l} E \in ABC; \\ C \in ABC; \end{array} \right\} \begin{array}{l} E \in CDE; \\ C \in CDE; \end{array} \Rightarrow EC \in ABC, EC \in CDE;$$



б)

$$\left. \begin{array}{l} C \in DK; \\ C \in ABC; \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha$$

$$\left. \begin{array}{l} E \in CE; \\ E \in ABD; \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha$$

## Задача 2

**Дано:**

$A, B, C, D$  – не лежат в одной плоскости

**Найти:**

Могут ли 3 из них лежать на одной прямой?

**Решение.**

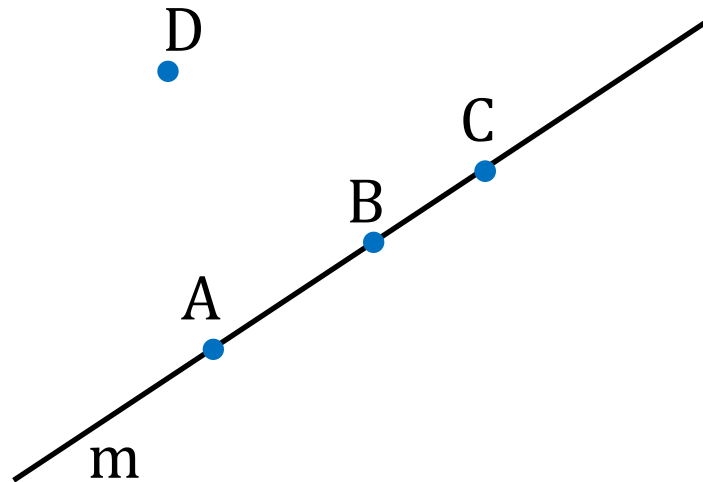
Пусть:  $(A, B, C) \in m;$   
 $D \notin m;$  ] \_\_\_\_\_

$\exists \alpha: (A, C, D) \in \alpha$  (аксиома A1)

$\left. \begin{array}{l} A \in \alpha \\ C \in \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow B \in \alpha$  (аксиома A2)

$(A, B, C, D) \in \alpha;$

**Ответ:** Нет.



**Задача 2****Дано:** $(A, B, C) \in m$ **Доказать:** $\exists \alpha: (A, B, C) \in \alpha$ **Найти:** Количество плоскостей**Решение.**Пусть:  $D \notin m$ ; $\exists \alpha: (A, C, D) \in \alpha$  (аксиома 1) $(A, C) \in \alpha \Rightarrow B \in \alpha$  (аксиома 2)  $\Rightarrow$  $\Rightarrow (A, B, C, D) \in \alpha$ ;**Плоскость  $\alpha$**  – искомая плоскость.Т.к. **D** – произвольная точка, то таких плоскостей бесконечное множество.**Ответ:** бесконечное множество.