

Логические основы работы компьютера.

ВВЕДЕНИЕ:

Мы познакомились с устройством компьютера и узнали, что *в процессе обработки двоичной информации процессор выполняет арифметические и логические операции.*

Поэтому для получения представлений об устройстве компьютера необходимо познакомиться и с **основными логическими элементами**, лежащими в основе построения компьютера и работающими аналогично переключательным схемам. (ф-1)

Для понимания принципа работы таких элементов начнем это знакомство с **основных начальных понятий формальной логики.**

Термин **«логика»** происходит от древнегреческого **logos**, означающего «слово, мысль, понятие, рассуждение, закон».

Логика - наука, изучающая законы и формы мышления.

Этапы развития логики:

I этап - формальная логика. Основатель — Аристотель (384-322 гг. до н.э.), ввел основные формы абстрактного мышления.

II этап - математическая логика. Основатель - немецкий ученый и философ Лейбниц (1642-1716), предпринял попытку логических вычислений.

III этап - математическая логика (булева алгебра). Основатель - английский математик Джордж Буль (1815-1864), ввел алфавит, орфографию и грамматику для математической логики.

Алгебра логики - это математический аппарат с помощью которого записывают (кодируют), упрощают, вычисляют и преобразовывают логические высказывания.

Высказывание (суждение) - повествовательное предложение, о котором можно сказать, истинно оно или ложно.

Высказывание может принимать только одно из двух логических значений - *истинно* (1) или *ложь* (0).

Примеры высказываний:

- Земля - планета Солнечной системы (*истинное высказывание*).
- $3 + 6 > 10$ (*ложное высказывание*).

Утверждение — суждение, которое требуется доказать или опровергнуть, например, сумма внутренних углов треугольника равна 180° .

Рассуждение — цепочка высказываний или утверждений, определённым образом связанных друг с другом, например, если хотите начать работать на компьютере, то необходимо сначала включить электропитание.

Умозаключение — логическая операция, в результате которой из одного или нескольких данных суждений получается (выводится) новое суждение.

Область знаний, которая изучает истинность или ложность высказываний (суждений), называется **математической логикой**.

Утверждения в математической логике называются **логическими выражениями**.

Объясните, почему следующие предложения не являются высказываниями:

- Уходя, гасите свет.
- Какого цвета этот дом?
- Посмотрите в окно.

Высказывания бывают *простые и сложные.*

□ *Простое высказывание (логическая переменная)*

содержит только одну простую мысль. Логические переменные обычно обозначаются буквами латинского алфавита : **A, B, C, D...**

Например, **A = {Квадрат - это ромб}**.

□ *Сложное высказывание (логическая функция)*

содержит несколько простых мыслей, соединенных между собой с помощью логических операций.

Например,

F(A,B) = {Лил дождь, (и) дул холодный ветер}.

A

B

Значение логической функции можно определить с помощью специальной таблицы (*таблицы истинности*).

Таблица истинности - таблица, в которой перечислены все возможные значения входящих логических переменных и соответствующие им значения функции.

Например:

A	B	F (A,B)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- A и B — логические переменные, $n = 2$
- F — логическая функция
- **Количество строк (q) в таблице истинности определяется по формуле:**

$$q = 2^n$$

n - кол-во переменных

Логический элемент (вентиль) – часть электронной логической схемы, которая выполняет элементарную логическую операцию.

Каждый логический элемент имеет свое условное обозначение, имеет один или несколько входов, на которые подаются сигналы «высокого» напряжения («1») и «низкого» напряжения («0»), и только один выход.



Основные логические операции

1. Отрицание (инверсия), от лат. *inversio* -
переворачиваю:

➤ соответствует частице **НЕ**, словосочетанию
НЕВЕРНО, ЧТО;

➤ обозначение: **не A, $\neg A$, \bar{A}**

➤ **таблица истинности** →

A	\bar{A}
0	1
1	0

$$F = \bar{A}$$

Инверсия логической переменной истинна, если сама переменная ложна, и, наоборот, инверсия ложна, если переменная истинна, пример:

$A = \{\text{На улице идет снег}\}$. $\bar{A} = \{\text{Неверно, что на улице идет снег}\}$

$\bar{A} = \{\text{На улице не идет снег}\}$;

2. Логическое сложение (дизъюнкция),

от лат. *disiunctio* - различаю:

- соответствует союзу **ИЛИ**;
- обозначение: **+**, **или**, **or**, **V**;
- **таблица истинности:**

$$F = A + B$$

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

*Дизъюнкция ложна тогда и только тогда, когда **оба высказывания ЛОЖНЫ.***

пример: $F = \{\text{На улице светит солнце **или** дует сильный ветер}\}$;

3. Логическое умножение (конъюнкция),

от лат. *coniunctio* - связываю:

- соответствует союзу **И**
(в естественном языке: ***и A, и B***)

как **A**, так и **B**

A вместе с **B**

A, несмотря на **B**

A, в то время как **B**);

$$F = A \cdot B$$

- обозначение: **x, *, &, и, ^, and;**

- **таблица истинности:**

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

*Конъюнкция истинна тогда и только тогда, когда **оба высказывания истинны.***

пример:

F={На улице светит солнце *и* дует сильный ветер};

Любое сложное высказывание

**можно записать с помощью
основных логических операций
И, ИЛИ, НЕ.**

**С помощью логических схем
И, ИЛИ, НЕ**

***можно реализовать любую
логическую функцию,
описывающую работу различных
устройств компьютера.***

Другие логические операции

4. Импликация (логическое следование), от лат. *implicatio* — тесно связываю:

- соответствует речевому обороту **ЕСЛИ...ТО**

(в естественном языке: если A , то B
 B , если A
 B необходимо для A
 A достаточно для B
 A только тогда, когда B
 B тогда, когда A
 Все A есть B ;

- обозначение: **\rightarrow , \Rightarrow ;**

- таблица истинности:

A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$$F = A \rightarrow B$$

Импликация истинна всегда, за исключением случая, когда **A** истинно, а **B** ложно, пример:

Если идет дождь, *то* земля мокрая.

$$F = A \rightarrow B$$

5. ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ

(равнозначность), от лат. *Aequivalens* –
равноценное.

- соответствует речевым оборотам
ЭКВИВАЛЕНТНО:
необходимо и достаточно для
тогда и только тогда, когда;

- обозначение: =, \Rightarrow , \Leftrightarrow ;

- **таблица истинности:**

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$F = A \Leftrightarrow B$$

Эквивалентность истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно либо истинны, либо ложны.

пример: Я пойду гулять тогда и только тогда, когда выучу все уроки.

Порядок выполнения логических операций:

- 1) операция в скобках;
- 2) отрицание;
- 3) логическое умножение;
- 4) логическое сложение;
- 5) импликация;
- 6) эквивалентность.

Задание 1: Даны два высказывания:

$A = \{\text{Число } 5 - \text{ простое}\}$ $B = \{\text{Число } 4 - \text{ нечетное}\}$

Очевидно, $A=1$, $B=0$. В чем заключаются высказывания:

а) \overline{A} _____

б) \overline{B} _____

в) A и B _____

г) $A + B$ _____

Какие из этих высказываний истинны?

Задание 2: По мишеням произведено три выстрела. Рассмотрим высказывание: $P_k = \{\text{мишень поражена } k\text{-м выстрелом}\}$, где $k = 1, 2, 3$. Что означают следующие высказывания:

а) $P_1 + P_2 + P_3$

б) $P_1 \cdot P_2 \cdot P_3$

в) $\overline{P_1 + P_2 + P_3}$

Задание 3: Запишите на языке алгебры логики следующие высказывания:

F1 =

- 1) Я поеду в Киев **и если** встречу друзей, **то** мы интересно проведем время.

F2 =

- 2) **Если** я поеду в Киев **и** встречу там друзей, **то** мы интересно проведем время.

F3 = $\neg (A \supset B = \bar{C})$

- 3) **Неверно**, что **если** погода пасмурная, **то** идет дождь **тогда и только тогда, когда** нет ветра.

ТЕСТИРОВАНИЕ *(ф-2)*

ПОСТРОЕНИЕ
ТАБЛИЦ ИСТИННОСТИ
ДЛЯ СЛОЖНЫХ
ЛОГИЧЕСКИХ
ВЫРАЖЕНИЙ.

При изучении работы различных устройств компьютера приходится рассматривать такие его логические элементы, в которых реализуются сложные логические выражения.

Поэтому необходимо научиться определять результат этих выражений, то есть строить для них *таблицы истинности*.

Рассмотрим *пример построения
таблицы истинности
для сложного (составного)
логического выражения :*

$$D = \neg A \wedge (B \vee C)$$

**Порядок построения
таблиц истинности
по булеву выражению:**

$$D = \neg A \wedge (B \vee C)$$

- 1) определить число переменных;
- 2) определить число строк в таблице истинности:

$$q = 2^n \quad (+ 1 \text{ на заголовок})$$

- 3) записать все возможные значения переменных;
- 4) определить количество логических операций и их порядок;

3 операции + 3 переменных = 6 столбцов

- 5) записать логические операции в таблицу истинности и определить для каждой значение;
- 6) подчеркнуть значения переменных, для которых $F = 1$.

Построим таблицу истинности для заданного сложного логического выражения:

$$D = \neg A \wedge (B \vee C)$$

A	B	C	B ∨ C	¬A	¬A ∧ (B ∨ C)
0	0	0			

Построим таблицу истинности для заданного сложного логического выражения:

$$D = \neg A \wedge (B \vee C)$$

A	B	C	$\neg A$	$B \vee C$	$\neg A \wedge (B \vee C)$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0

Подчеркнём значения переменных, для которых $F = 1$:

A	B	C	$\neg A \wedge (B \vee C)$
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1

Задания: построить таблицы истинности для логических выражений:

$$1) D = \neg (A \vee B \wedge C)$$

$$2) F = (A + B) \cdot \bar{C}$$

$$3) F = \overline{A + B \cdot \bar{C}}$$

$$4) F = ((C + B) \rightarrow B) \cdot (A \cdot B) \rightarrow B$$

$$5) F = \overline{A \cdot B \cdot C} + (B \cdot C + \bar{A})$$

№ 4, 5
(нач_в классе)

!!! Подготовиться к самостоятельной работе!
(лог_7)

Табл истинн 1-5 ++ Табл истинн 1-5
++ и Сл.31 реш+