

# Логические основы работы компьютера.

## ВВЕДЕНИЕ:

Мы познакомились с устройством компьютера и узнали, что *в процессе обработки двоичной информации процессор выполняет арифметические и логические операции.*

Поэтому для получения представлений об устройстве компьютера необходимо познакомиться и с **основными логическими элементами**, лежащими в основе построения компьютера и работающими аналогично переключательным схемам. (ф-1)

Для понимания принципа работы таких элементов начнем это знакомство с **основных начальных понятий формальной логики.**

Термин **«логика»** происходит от древнегреческого **logos**, означающего «слово, мысль, понятие, рассуждение, закон».

# Логика - наука, изучающая законы и формы мышления.

Этапы развития логики:

**I этап - формальная логика.** Основатель — Аристотель (384-322 гг. до н.э.), ввел основные формы абстрактного мышления.

**II этап - математическая логика.** Основатель - немецкий ученый и философ Лейбниц (1642-1716), предпринял попытку логических вычислений.

**III этап - математическая логика (булева алгебра).** Основатель - английский математик Джордж Буль (1815-1864), ввел алфавит, орфографию и грамматику для математической логики.

**Алгебра логики** - это математический аппарат с помощью которого записывают (кодируют), упрощают, вычисляют и преобразовывают логические высказывания.

**Высказывание (суждение)** - повествовательное предложение, о котором можно сказать, истинно оно или ложно.

Высказывание может принимать только одно из двух логических значений - *истинно* (1) или *ложь* (0).

*Примеры высказываний:*

- Земля - планета Солнечной системы (*истинное высказывание*).
- $3 + 6 > 10$  (*ложное высказывание*).

**Утверждение** — суждение, которое требуется доказать или опровергнуть, например, сумма внутренних углов треугольника равна  $180^\circ$ .

**Рассуждение** — цепочка высказываний или утверждений, определённым образом связанных друг с другом, например, если хотите начать работать на компьютере, то необходимо сначала включить электропитание.

**Умозаключение** — логическая операция, в результате которой из одного или нескольких данных суждений получается (выводится) новое суждение.

Область знаний, которая изучает истинность или ложность высказываний (суждений), называется **математической логикой**.

Утверждения в математической логике называются **логическими выражениями**.

Объясните, почему следующие предложения не являются высказываниями:

- Уходя, гасите свет.
- Какого цвета этот дом?
- Посмотрите в окно.

# Высказывания бывают *простые* и *сложные*.

## □ *Простое высказывание (логическая переменная)*

содержит только одну простую мысль. Логические переменные обычно обозначаются буквами латинского алфавита : **A, B, C, D...**

Например, **A = {Квадрат - это ромб}**.

## □ *Сложное высказывание (логическая функция)*

содержит несколько простых мыслей, соединенных между собой с помощью логических операций.

Например,

**F(A,B) = {Лил дождь, (и) дул холодный ветер}**.

**A**

**B**

Значение логической функции можно определить с помощью специальной таблицы (*таблицы истинности*).

**Таблица истинности** - таблица, в которой перечислены все возможные значения входящих логических переменных и соответствующие им значения функции.

*Например:*

A	B	F (A,B)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- A и B — логические переменные,  $n = 2$
- F — логическая функция
- **Количество строк (q) в таблице истинности определяется по формуле:**

$$q = 2^n$$

n - кол-во переменных



**Логический элемент (вентиль)** – часть электронной логической схемы, которая выполняет элементарную логическую операцию.

Каждый логический элемент имеет свое условное обозначение, имеет один или несколько входов, на которые подаются сигналы «высокого» напряжения («1») и «низкого» напряжения («0»), и только один выход.



# Основные логические операции

## 1. Отрицание (инверсия),

от лат. *inversio* -  
переворачиваю:

➤ соответствует частице **НЕ**, словосочетанию  
**НЕВЕРНО, ЧТО;**

➤ обозначение: **не A,  $\neg A$ ,  $\bar{A}$**

➤ **таблица истинности** →

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

$$F = \bar{A}$$

Инверсия логической переменной истинна, если сама переменная ложна, и, наоборот, инверсия ложна, если переменная истинна, пример:

$A = \{\text{На улице идет снег}\}$ .  $\bar{A} = \{\text{Неверно, что на улице идет снег}\}$

$\bar{A} = \{\text{На улице не идет снег}\}$ ;

## 2. Логическое сложение (дизъюнкция),

от лат. *disjunctio* - различаю:

- соответствует союзу **ИЛИ**;
- обозначение: **+**, **или**, **or**, **V**;
- **таблица истинности:**

$$F = A + B$$

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

*Дизъюнкция ложна тогда и только тогда, когда **оба высказывания ЛОЖНЫ.***

пример:  $F = \{\text{На улице светит солнце **или** дует сильный ветер}\};$

### 3. Логическое умножение (конъюнкция),

от лат. *coniunctio* - связываю:

- соответствует союзу **И**  
(в естественном языке: *и A, и B*

как *A*, так и *B*

*A* вместе с *B*

*A*, несмотря на *B*

*A*, в то время как *B*);

$$F = A \cdot B$$

- обозначение: **x, \*, &, и, ^, and;**

- **таблица истинности:**

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

*Конъюнкция истинна тогда и только тогда, когда **оба высказывания истинны.***

пример:

$F = \{\text{На улице светит солнце и дует сильный ветер}\};$

***Любое сложное высказывание***

**можно записать с помощью  
основных логических операций  
И, ИЛИ, НЕ.**

**С помощью логических схем  
И, ИЛИ, НЕ**

***можно реализовать любую  
логическую функцию,  
описывающую работу различных  
устройств компьютера.***

# Другие логические операции

## 4. Импликация (логическое следование), от лат. *implicatio* — тесно связываю:

- соответствует речевому обороту **ЕСЛИ...ТО**

(в естественном языке:    если  $A$ , то  $B$   
                                   $B$ , если  $A$   
                                   $B$  необходимо для  $A$   
                                   $A$  достаточно для  $B$   
                                   $A$  только тогда, когда  $B$   
                                   $B$  тогда, когда  $A$   
                                  Все  $A$  есть  $B$ ;

- обозначение:  **$\rightarrow$ ,  $\Rightarrow$ ;**

- таблица истинности:

A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$$F = A \rightarrow B$$

Импликация истинна всегда, за исключением случая, когда **A** истинно, а **B** ложно, пример:

*Если* идет дождь, *то* земля мокрая.

$$F = A \rightarrow B$$

## 5. ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ

(равнозначность), от лат. *Aequivalens* –  
*равноценное.*

- соответствует речевым оборотам  
**ЭКВИВАЛЕНТНО:**  
необходимо и достаточно для  
тогда и только тогда, когда;

- обозначение: =,  $\Rightarrow$ ,  $\Leftrightarrow$ ;



- **таблица истинности:**

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$F = A \Leftrightarrow B$$

Эквивалентность истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно либо истинны, либо ложны.

*пример:* Я пойду гулять тогда и только тогда, когда выучу все уроки.

# Порядок выполнения логических операций:

- 1) операция в скобках;
- 2) отрицание;
- 3) логическое умножение;
- 4) логическое сложение;
- 5) импликация;
- 6) эквивалентность.

Задание 1: Даны два высказывания:

$A = \{\text{Число } 5 - \text{ простое}\}$   $B = \{\text{Число } 4 - \text{ нечетное}\}$

Очевидно,  $A=1$ ,  $B=0$ . В чем заключаются высказывания:

а)  $\overline{A}$  \_\_\_\_\_

б)  $\overline{B}$  \_\_\_\_\_

в)  $A$  и  $B$  \_\_\_\_\_

г)  $A + B$  \_\_\_\_\_

Какие из этих высказываний истинны?

Задание 2: По мишеням произведено три выстрела. Рассмотрим высказывание:  $P_k = \{\text{мишень поражена } k\text{-м выстрелом}\}$ , где  $k = 1, 2, 3$ . Что означают следующие высказывания:

а)  $P_1 + P_2 + P_3$

б)  $P_1 \cdot P_2 \cdot P_3$

в)  $\overline{P_1 + P_2 + P_3}$

Задание 3: Запишите на языке алгебры логики следующие высказывания:

F1 =

- 1) Я поеду в Киев **и если** встречу друзей, **то** мы интересно проведем время.

F2 =

- 2) **Если** я поеду в Киев **и** встречу там друзей, **то** мы интересно проведем время.

F3 =  $\neg (A \supset B = \bar{C})$

- 3) **Неверно**, что **если** погода пасмурная, **то** идет дождь **тогда и только тогда, когда** нет ветра.

# ТЕСТИРОВАНИЕ *(ф-2)*

ПОСТРОЕНИЕ  
ТАБЛИЦ ИСТИННОСТИ  
ДЛЯ СЛОЖНЫХ  
ЛОГИЧЕСКИХ  
ВЫРАЖЕНИЙ.

При изучении работы различных устройств компьютера приходится рассматривать такие его логические элементы, в которых реализуются сложные логические выражения.

Поэтому необходимо научиться определять результат этих выражений, то есть строить для них *таблицы истинности*.



Рассмотрим *пример построения  
таблицы истинности  
для сложного (составного)  
логического выражения :*

$$D = \neg A \wedge (B \vee C)$$

**Порядок построения  
таблиц истинности  
по булеву выражению:**

$$D = \neg A \wedge (B \vee C)$$

- 1) определить число переменных;
- 2) определить число строк в таблице истинности:

$$q = 2^n \quad (+ 1 \text{ на заголовок})$$

- 3) записать все возможные значения переменных;
- 4) определить количество логических операций и их порядок;

3 операции + 3 переменных = 6 столбцов

- 5) записать логические операции в таблицу истинности и определить для каждой значение;
- 6) подчеркнуть значения переменных, для которых  $F = 1$ .

Построим таблицу истинности для заданного сложного логического выражения:

$$D = \neg A \wedge (B \vee C)$$

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>B ∨ C</b>	<b>¬A</b>	<b>¬A ∧ (B ∨ C)</b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>			

Построим таблицу истинности для заданного сложного логического выражения:

$$D = \neg A \wedge (B \vee C)$$

A	B	C	$\neg A$	$B \vee C$	$\neg A \wedge (B \vee C)$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0

Подчеркнём значения переменных, для которых  $F = 1$ :

A	B	C	$\neg A \wedge (B \vee C)$
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1

Задания: построить таблицы истинности для логических выражений:

$$1) D = \neg (A \vee B \wedge C)$$

$$2) F = (A + B) \cdot \bar{C}$$

$$3) F = \overline{A + B \cdot \bar{C}}$$

$$4) F = ((C + B) \rightarrow B) \cdot (A \cdot B) \rightarrow B$$

$$5) F = \overline{A \cdot B \cdot C} + (B \cdot C + \bar{A})$$

№ 4, 5  
(нач\_в классе)

!!! Подготовиться к самостоятельной работе!  
(лог\_7)

Табл истинн 1-5 ++ Табл истинн 1-5  
++ и Сл.31 реш+