Логические основы работы компьютера.

ВВЕДЕНИЕ:

Мы познакомились с устройством компьютера и узнали, что ***в процессе обработки двоичной информации процессор выполняет арифметические и логические операции.***

Поэтому для получения представлений об устройстве компьютера необходимо познакомиться и с **основными логическими элементами**, лежащими в основе построения компьютера и работающими аналогично *переключательным схемам. (ф-1)*

Для понимания принципа работы таких элементов начнем это знакомство с ***основных начальных понятий формальной логики.***

Термин ***«логика»*** происходит от древнегреческого **logos,** означающего «слово, мысль, понятие, рассуждение, закон».

Логика - *наука, изучающая законы и формы мышления.*

Этапы развития логики:

I этап - формальная логика. *Основатель — Аристотель (384-322 гг. до н.э.), ввел основные формы абстрактного мышления.*

II этап - математическая логика. *Основатель - немецкий ученый и философ Лейбниц (1642-1716), предпринял попытку логических вычислений.*

III этап - математическая логика (булева алгебра). *Основатель - английский математик Джордж Буль (1815-1864), ввел алфавит, орфографию и грамматику для математической логики.*

Алгебра логики - это математический аппарат с помощью которого записывают (кодируют), упрощают, вычисляют и преобразовывают логические высказывания.

Высказывание (суждение) - повествовательное предложение, о котором можно сказать, истинно оно или ложно.

Высказывание может принимать только одно из двух логических значений - *истинно* (1) или *ложь* (0).

Примеры высказывании:

- Земля - планета Солнечной системы *(истинное высказывание).*
- 3 + 6 > 10 *(ложное высказывание).*

Утверждение — суждение, которое требуется доказать или опровергнуть, например, сумма внутренних углов треугольника равна180°.

Рассуждение — цепочка высказываний или утверждений, определённым образом связанных друг с другом, например, если хотите начать работать на компьютере, то необходимо сначала включить электропитание.

Умозаключение — логическая операция, в результате которой из одного или нескольких данных суждений получается (выводится) новое суждение.

Область знаний, которая изучает истинность или ложность высказываний (суждений), называется ***математической логикой.***

Утверждения в математической логике называются **логическими выражениями.**

Объясните, почему следующие предложения не являются высказываниями:

- Уходя, гасите свет.
- Какого цвета этот дом?
- Посмотрите в окно.

Высказывания бывают ***простые*** и ***сложные.***

- ***Простое высказывание (логическая переменная)*** содержит только одну простую мысль. Логические переменные обычно обозначаются буквами латинского алфавита : **A, *B, C, D…***

  Например, ***A*** = {Квадрат - это ромб}.

- ***Сложное высказывание (логическая функция)*** содержит несколько простых мыслей, соединенных между собой с помощью логических операций.

  Например,

  F(A,B) = {Лил дождь, (**и**) дул холодный ветер}.

  A **B**

Значение логической функции можно определить с помощью специальной таблицы *(таблицы истинности).*

Таблица истинности - таблица, в которой перечислены все возможные значения входящих логических переменных и соответствующие им значения функции.

Например:

A	B	F (A,B)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- **A** и **B** — логические переменные, **n** = 2
- **F** — логическая функция
- Количество строк **(q)** в таблице истинности определяется по формуле:

$$q = 2^n$$

n - кол-во переменных

Логический элемент (вентиль) –
часть электронной логической схемы, которая выполняет элементарную логическую операцию.

Каждый логический элемент имеет свое условное обозначение, имеет один или несколько входов, на которые подаются сигналы «высокого» напряжения («1») и «низкого» напряжения («0»), и только один выход.

Основные логические операции

1. Отрицание (инверсия), от лат. *inversio* - *переворачиваю*:

- соответствует частице **НЕ**, словосочетанию **НЕВЕРНО, ЧТО**;
- обозначение: **не *А*, ¬*А*, $\overline{A}$**
- **таблица истинности** →

A	$\overline{A}$
0	1
1	0

$$F = \overline{A}$$

Инверсия логической переменной истинна, если сама переменная ложна, и, наоборот, инверсия ложна, если переменная истинна, пример:

А={На улице идет снег}. $\overline{A}$={*Неверно, что* на улице идет снег}

$\overline{A}$={На улице *не* идет снег};

2. Логическое сложение (дизъюнкция),

от лат. *disjunctio* - *различаю*:

- соответствует союзу **ИЛИ**;
- обозначение: **+**, **или**, **or**, **V**;
- **таблица истинности:**

$$F = A + B$$

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Дизъюнкция ложна тогда и только тогда, когда ***оба высказывания ложны.***

пример: **F**={На улице светит солнце ***или*** дует сильный ветер};

3. Логическое умножение (конъюнкция),

от лат. *conjunctio* - *связываю;*

- соответствует союзу **И**

(в естественном языке: ***и А, и В***

как *А*, так и *В*
А* вместе с *В
А*, несмотря на *В
***А*, в то время как *В*);**

$$F = A \cdot B$$

- обозначение: **x, *, & , и, ^, and;**
- **таблица истинности:**

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Конъюнкция истинна тогда и только тогда, когда ***оба высказывания истинны.***

пример:

F={На улице светит солнце *и* дует сильный ветер};

Любое сложное высказывание
можно записать с помощью основных логических операций
<u>И, ИЛИ, НЕ.</u>

С помощью логических схем
<u>И, ИЛИ, НЕ</u>
можно реализовать любую логическую функцию,
описывающую работу различных устройств компьютера.

Другие логические операции

4. Импликация (логическое следование),

от лат. *implicatio — тесно связываю:*

- соответствует речевому обороту **ЕСЛИ...ТО**

(в естественном языке: **если *А*, то *В***
_В_, если *А*
В* необходимо для *А
А* достаточно для *В
А* только тогда, когда *В
В* тогда, когда *А
Все *А* есть *В*;

- **обозначение: $\rightarrow$, =>;**

• таблица истинности:

A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$$F = A \to B$$

Импликация истинна всегда, за исключением случая, когда ***A*** истинно, а ***B*** ложно, пример:

Если идет дождь, ***то*** земля мокрая.

$F = A \longrightarrow B$

5. ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ (равнозначность), от лат. *Aequivalens – равноценное.*

- соответствует речевым оборотам **ЭКВИВАЛЕНТНО:** необходимо и достаточно для тогда и только тогда, когда;
- обозначение: =, ►►, <=>;

- **таблица истинности:**

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$F = A \Leftrightarrow B$$

Эквивалентность истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно либо истинны, либо ложны.

пример: Я пойду гулять тогда и только тогда, когда выучу все уроки.

Порядок выполнения логических операций:

- 1) операция в скобках;
- 2) отрицание;
- 3) логическое умножение;
- 4) логическое сложение;
- 5) импликация;
- 6) эквивалентность.

Задание 1: Даны два высказывания:
A={Число 5 - простое} B={Число 4 - нечетное}
Очевидно, A=1, B=0. В чем заключаются высказывания:

а) $\overline{A}$ ______________________________

б) $\overline{B}$ ______________________________

в) A и B ______________________________

г) A + B ______________________________

Какие из этих высказываний истинны?

Задание 2: По мишеням произведено три выстрела. Рассмотрим высказывание: P_K = {мишень поражена k-м выстрелом}, где $k = 1, 2, 3$. Что означают следующие высказывания:

а) $P_1 + P_2 + P_3$

б) $P_1 \cdot P_2 \cdot P_3$

в) $\overline{P_1 + P_2 + P_3}$

Задание 3: Запишите на языке алгебры логики следующие высказывания:

$F1 =$

1) Я поеду в Киев **и** **если** встречу друзей, **то** мы интересно проведем время.

$F2 =$

2) **Если** я поеду в Киев **и** встречу там друзей, **то** мы интересно проведем время.

$F3 = \neg (A \square B = \overline{C})$

3) **Неверно**, что **если** погода пасмурная, **то** идет дождь **тогда и только тогда, когда** **нет** ветра.

ТЕСТИРОВАНИЕ *(ф-2)*

ПОСТРОЕНИЕ ТАБЛИЦ ИСТИННОСТИ ДЛЯ СЛОЖНЫХ ЛОГИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ.

При изучении работы различных устройств компьютера приходится рассматривать такие его логические элементы, в которых реализуются сложные логические выражения.

Поэтому необходимо научиться определять результат этих выражений, то есть строить для них ***таблицы истинности.***

Рассмотрим *пример построения таблицы истинности для сложного (составного) логического выражения :*

$$D = \neg A \wedge (B \vee C)$$

Порядок построения таблиц истинности по булеву выражению:

$$D = \neg A \wedge (B \vee C)$$

- 1) определить число переменных;
- 2) определить число строк в таблице истинности:

$q = 2^n$ *(+ 1 на заголовок)*

- 3) записать все возможные значения переменных;
- 4) **определить количество логических операций и их порядок;**

3 операции + 3 переменных = 6 столбцов

- 5) записать логические операции в таблицу истинности и определить для каждой **значение;**
- 6) подчеркнуть значения переменных, для которых ***F*** **= 1.**

Построим таблицу истинности для заданного сложного логического выражения: $D = \neg A \wedge (B \vee C)$

A	B	C	$B \vee C$	$\neg A$	$\neg A \wedge (B \vee C)$
0	0	0			

Построим таблицу истинности для заданного сложного логического выражения: $D = \neg A \wedge (B \vee C)$

A	B	C	$\neg A$	$B \vee C$	$\neg A \wedge (B \vee C)$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0

Подчеркнём значения переменных, для которых $F = 1$:

A	B	C	$\neg A \wedge (B \vee C)$
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1

Задания: построить таблицы истинности для логических выражений:

1) $D = \neg(A \vee B \wedge C)$

2) $F = (A + B) \cdot \overline{C}$

3) $F = \overline{A + B \cdot \overline{C}}$

4) $F = ((C + B) \to B) \cdot (A \cdot B) \to B$

5) $F = \overline{A \cdot B \cdot C} + (B \cdot C + \overline{A})$

№ 4, 5

(нач_в классе)

!!! Подготовиться к самостоятельной работе!

(лог_7)

Табл_истинн_1-5 ++ *Табл_истинн_1-5 ++* и *Сл.31_реш+*