

17.11.2021 г.

Представление

чисел в

компьютере .

Двоичная

система

счисления .

Двоичная

арифметика .



Вспомним известное из курса 8 класса...

Система счисления – это правила записи чисел с помощью специальных знаков – **цифр**, а также соответствующие правила выполнения операций с этими числами.

Позиционная система: значение цифры определяется ее позицией в записи числа.

Алфавит системы счисления – это используемый в ней набор цифр.

Основание системы счисления – это количество цифр в алфавите (мощность алфавита).

Разряд — это позиция цифры в записи числа. Разряды в записи целых чисел нумеруются с нуля справа налево.

Непозиционные системы счисления

Непозиционная система счисления — это такая система, в которой значение цифры не зависит от её места (позиции) в записи числа.



Примеры:

- унарная
- римская
- славянская
- и другие...

Унарная (лат. *unus* – один) – одна цифра обозначает единицу (1 день, 1 камень, 1 баран, ...)



- только натуральные числа
- запись больших чисел – длинная (1 000 000?)

Римская система счисления

Правила:

- (обычно) не ставят больше **трех** одинаковых цифр подряд
- если **младшая** цифра (только **одна!**) стоит **слева** от старшей, она вычитается из суммы (*частично* непозиционная!)

Примеры:

I – 1 **MCXLIV** = 1000 + 100 – 10 + 50 – 1 + 5 = 1144

V – 5 **MCXLIV** =

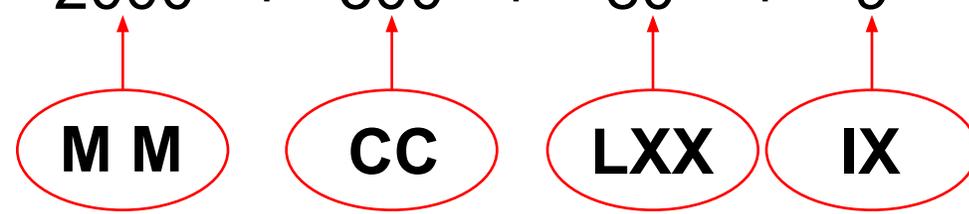
X – 10 2279 = 2000 + 300 + 80 + 9

L – 50

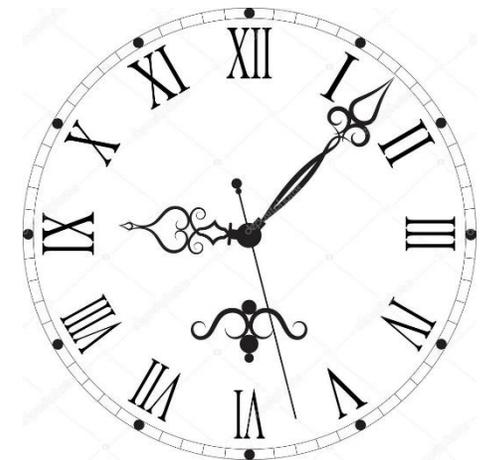
C – 100

D – 500

M – 1000



2389 = M M C C L X X I X



Римская система счисления

MCDLXVII =

3768 =

MMDCXLIV =

2983 =

MMMCCCLXXII =

1452 =

CMXXVIII =

1999 =

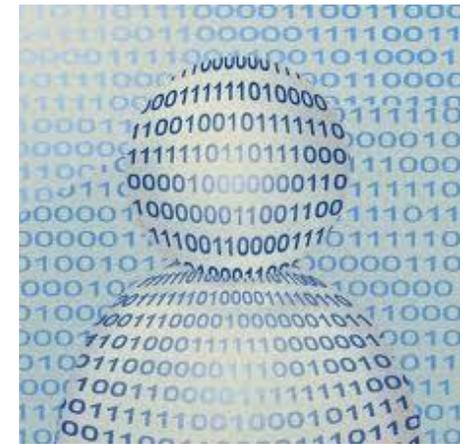
Двоичная система счисления

Основание (количество цифр): 2
Алфавит: 0, 1

Вся информация в компьютере представлена в виде *двоичного кода*.

Компьютер переводит информацию (числовую, текстовую, графическую, звуковую, видео) в последовательность нулей и единиц.

То есть в компьютерах используется двоичная система счисления (СС).



Перевод из десятичной в двоичную

1-ый способ (путём деления десятичного числа на 2)

- Последовательно выполнять деление исходного целого десятичного числа и получаемых целых частных на основание системы (на 2) до тех пор, пока не получится частное, меньшее делителя, то есть меньшее 2.
- Записать полученные остатки в обратной последовательности.

$$\begin{array}{r} \begin{array}{r} -73 \\ -72 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} |2 \\ \hline -36 \\ -36 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} |2 \\ \hline -18 \\ -18 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} |2 \\ \hline -9 \\ -8 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} |2 \\ \hline -4 \\ -4 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} |2 \\ \hline -2 \\ -2 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} |2 \\ \hline 1 \\ 0 \end{array} \end{array}$$

Перевод из десятичной в двоичную

2-ой способ (с использованием степенного ряда числа 2)

1. Число разбивается на составные числа, взятые из степенного ряда двойки.

55

102 4	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

2. Присутствие числа записывается 1, отсутствие – 0

$$73_{10} = 64 + 8 + 1 = 1001001_2$$

Определения

Позиционная система: значение цифры определяется ее позицией в записи числа.

тысячи сотни десятки единицы

3 2 1 0

6 3 7 5

6000 300 70 5

разряды

$$= 6 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

развёрнутая форма записи числа

основание

Схема Горнера: $6\ 3\ 7\ 5 = ((6 \cdot 10 + 3) \cdot 10 + 7) \cdot 10 + 5$

Плюсы схемы:

- ✓ для вычислений не нужно использовать возведение в степень;
- ✓ удобна при вводе чисел с клавиатуры, начиная с первой.

Перевод в десятичную систему

Через развёрнутую запись:

разряды: 3 2 1 0

$$1234_5 = 1 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 = 194$$

=1

основание системы счисления

$$\text{разряды } a_3 a_2 a_1 a_0 = a_3 \cdot p^3 + a_2 \cdot p^2 + a_1 \cdot p^1 + a_0 \cdot p$$

Через схему Горнера:

$$1234_5 = ((1 \cdot 5 + 2) \cdot 5 + 3) \cdot 5 + 4 = 194$$
$$a_3 a_2 a_1 a_0 = ((a_3 \cdot p + a_2) \cdot p + a_1) \cdot p + a_0$$

Перевод в десятичную систему

В двоичной СС основание равно 2, а алфавит состоит из двух цифр (0 и 1). Следовательно, числа в двоичной системе в развернутой форме записываются в виде суммы степеней основания 2 с коэффициентами, в качестве которых выступают цифры 0 или 1.

$$1011_2 = 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0$$

=1

Вернемся к нашему примеру и запишем число **110111** через *развернутую форму*:

разряды **6 5 4 3 2 1 0**

$$1001001_2 = 1 * 2^6 + 0 * 2^5 + 0 * 2^4 + 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 = 2^6 + 2^3 + 2^0 = 64 + 8 + 1 = 73_{10}$$

Дробные числа

$$0,6375 = 6 \cdot 0,1 + 3 \cdot 0,01 + 7 \cdot 0,001 + 5 \cdot 0,0001$$

Развёрнутая форма записи:

разряды: ⁻¹ ⁻² ⁻³ ⁻⁴

$$0,6375 = 6 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} + 7 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-4}$$

$$0,1234_5 = 1 \cdot 5^{-1} + 2 \cdot 5^{-2} + 3 \cdot 5^{-3} + 4 \cdot 5^{-4}$$

перевод в десятичную систему

Схема Горнера:

$$0,6375 = 10^{-1} \cdot (6 + 10^{-1} \cdot (3 + 10^{-1} \cdot (7 + 10^{-1} \cdot 5)))$$

$$0,1234_5 = 5^{-1} \cdot (1 + 5^{-1} \cdot (2 + 5^{-1} \cdot (3 + 5^{-1} \cdot 4)))$$

перевод в десятичную систему

Арифметические операции

сложение

$$\begin{array}{l} 0+0=0 \quad 0+1=1 \\ 1+0=1 \quad 1+1=10_2 \\ 1+1+1=11_2 \end{array}$$

перенос

$$\begin{array}{r} 11111 \\ 10110_2 \\ + 111011_2 \\ \hline 1010001_2 \end{array}$$

вычитание

$$\begin{array}{l} 0-0=0 \quad 1-1=0 \\ 1-0=1 \quad 10_2-1=1 \end{array}$$

заём

$$\begin{array}{r} 01110_2 \\ - 100101_2 \\ \hline 0101010_2 \end{array}$$

Арифметические операции

$$\begin{array}{r} 101101_2 \\ + 11111_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10111_2 \\ + 101110_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101101_2 \\ - 11111_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110101_2 \\ - 11011_2 \\ \hline \end{array}$$

Арифметические операции

умножение

$$\begin{array}{r} 10101_2 \\ \times 101_2 \\ \hline 10101_2 \\ + 10101_2 \\ \hline 1101001_2 \end{array}$$

деление

$$\begin{array}{r} 10101_2 \quad | \quad 111_2 \\ - 111_2 \quad | \quad \underline{11}_2 \\ \hline 111_2 \\ - 111_2 \\ \hline 0 \end{array}$$

Домашнее задание:

Переведите число из двоичной СС в десятичную

$$101110_2 \rightarrow ?_{10}$$