

**Производная степенной
функции с действительным
показателем**

Цели урока

- 11.3.1.9 - знать и применять правила нахождения производной степенной функции с действительным показателем;

Производная степенной функции

- Производная степенной функции равна произведению показателя степени и основания в степени на единицу меньше.

$$\left(x^n\right)' = nx^{n-1}$$

- Заметим, что в качестве степени может быть как натуральное число, то есть 1, 2, 3, ...; так и любое отрицательное число: - 1, - 2 и т.д., а также и любое дробное, например, 2,34; - 4,1 или $\frac{3}{5}$.

Пример

Найти производную функции: $f(x) = x^8$

Решение

Искомая производная: $f'(x) = (x^8)'$

Находим производную степенной функции по формуле:

$$f'(x) = 8x^{8-1} = 8x^7$$

Ответ: $f'(x) = 8x^7$

1. Производная $f(x)$ в натуральной степени. $(x^n)' = nx^{n-1}$.

Производные простых функций:

$$f(x) = 1, f'(x) = 0;$$

$$f(x) = x, f'(x) = 1;$$

$$f(x) = x^2, f'(x) = 2x,$$

$$f(x) = x^3, f'(x) = 3x^2.$$

2. Производная произвольной рациональной степени.

$$y = x^{\frac{3}{4}}, y' = \frac{3}{4}x^{\frac{3}{4}-1} = \frac{3}{4x^{\frac{1}{4}}} = \frac{3}{4\sqrt[4]{x}};$$

$$y = x^{-\frac{3}{4}}, y' = -\frac{3}{4}x^{\frac{3}{4}-1} = -\frac{3}{4x^{\frac{1}{4}}} = -\frac{3}{4\sqrt[4]{x}};$$

3. Производная функции $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{1}{x^2}$, $y = \frac{1}{x^n}$.

$$y = \frac{1}{x} = x^{-1}, y' = -1x^{-1-1} = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2};$$

$$y = \frac{1}{x^2} \quad y = \frac{1}{x^2} = x^{-2}, y' = -2x^{-2-1} = -2x^{-3} = -\frac{2}{x^3}; \quad -\frac{2}{x^3};$$

$$y = \frac{1}{x^k} = x^{-k}, y' = -kx^{-k-1} = -\frac{k}{x^{k+1}}.$$

4. Производная функции $y = \sqrt{x}$.

$$y = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}, y' = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

Домашнее задание

- Повторить правила нахождения производной и интеграл степенной функции
- Найдите производную следующих функции

$$1) y = 2x^{-5}; 2) y = \sqrt[4]{x^3}$$

- Пример 1,2
- №13.1;
- 13.2;
- 13.4;
- 13.5