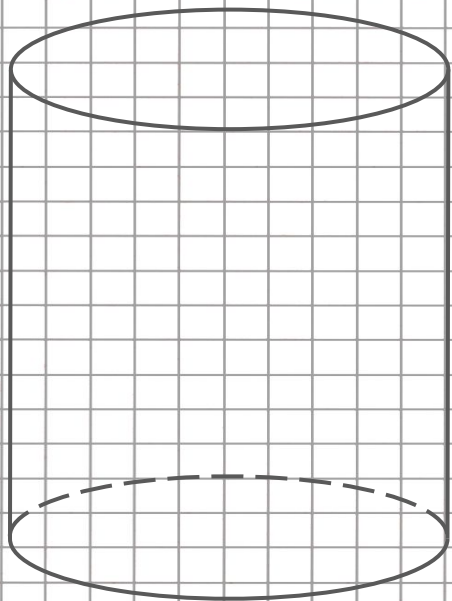


Площадь поверхности цилиндра

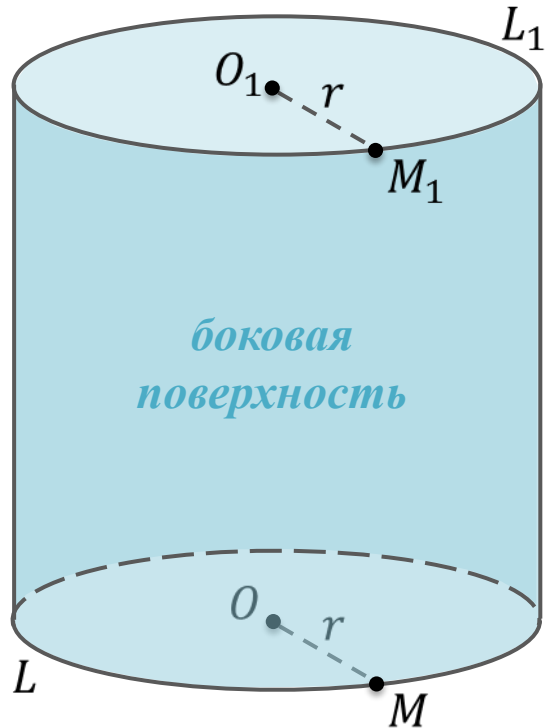


Сегодня на уроке:

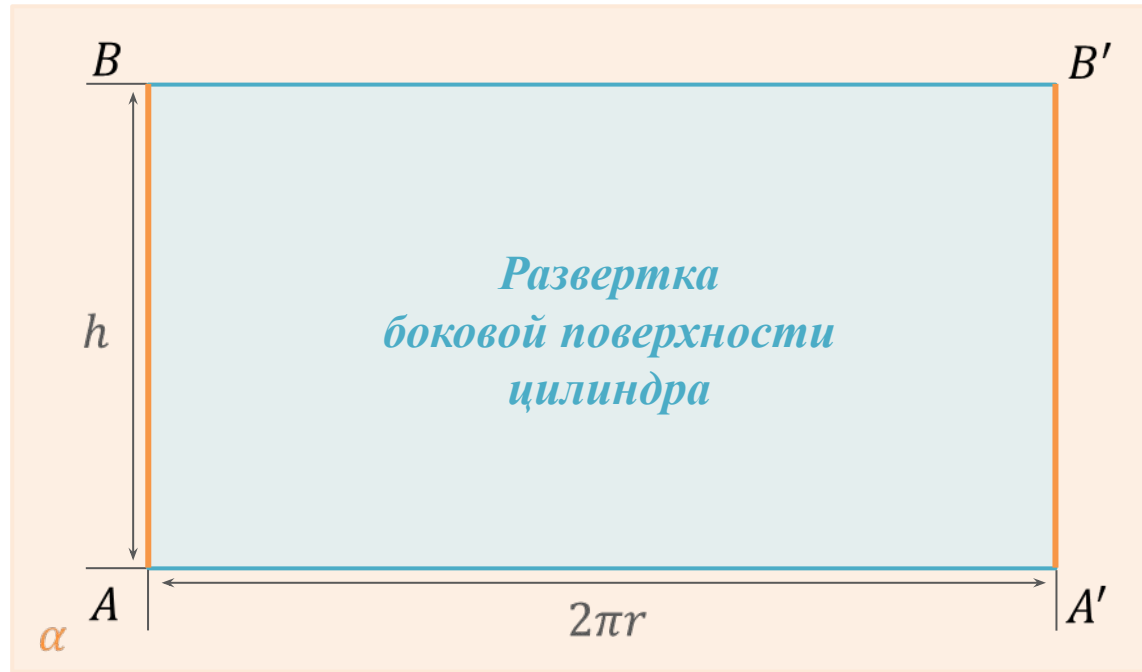
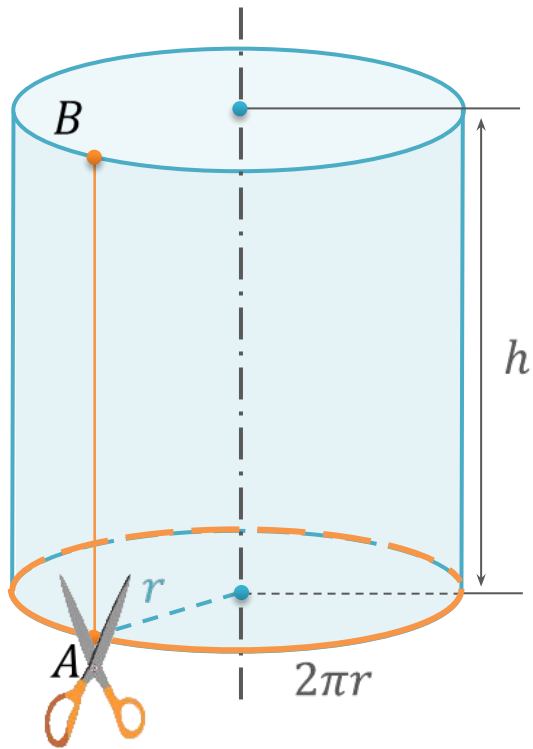


- ✓ Площадь боковой поверхности цилиндра
- ✓ Площадь полной поверхности цилиндра

Определение. Тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя равными кругами с границами L и L_1 , называется *цилиндром*.



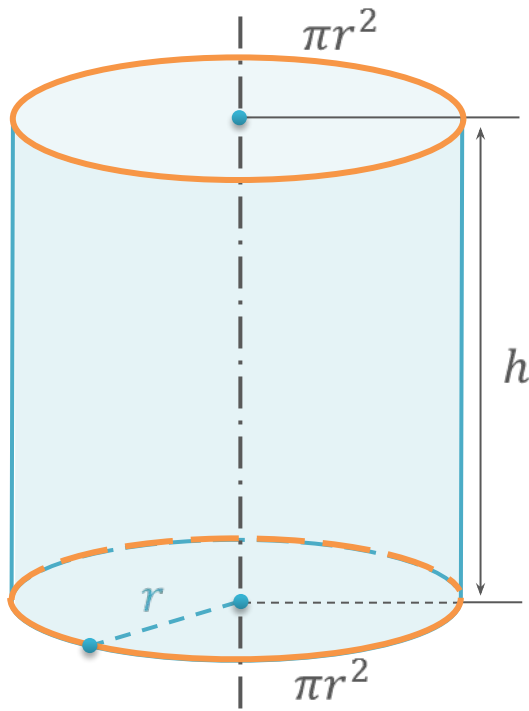
Боковой поверхностью цилиндра называется часть цилиндрической поверхности, расположенная между основаниями цилиндра.



$$S_{\text{бок.пов.}} = S_{\text{развертки}} = AA' \cdot AB = 2\pi r \cdot h$$

$$S_{\text{бок.пов.}} = 2\pi r \cdot h$$

Площадь боковой поверхности цилиндра равна произведению длины окружности основания на высоту цилиндра.



$$S_{\text{круга}} = \pi r^2$$

$$S_{\text{бок.пов.}} = 2\pi r \cdot h$$

$$S_{\text{полн.пов.}} = S_{\text{бок.пов.}} + 2S_{\text{осн}} = 2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2 = 2\pi r \cdot (h + r)$$

$$S_{\text{полн.пов.}} = 2\pi r \cdot (h + r)$$

Задача. Цилиндр получен в результате вращения прямоугольника $ABCD$ около прямой AD . Вычислите площадь боковой поверхности цилиндра, если длины сторон AD и AB прямоугольника равны соответственно 4 см и 2 см.

Решение.

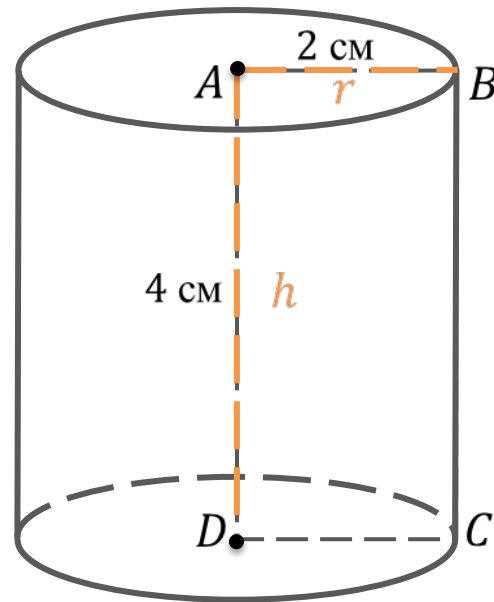
$$S_{\text{бок.пов.}} = 2\pi r \cdot h$$

$$AB = r = 2 \text{ см}$$

$$AD = h = 4 \text{ см}$$

$$S_{\text{бок.пов.}} = 2\pi r \cdot h = 2\pi \cdot 2 \cdot 4 = 16\pi \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: $16\pi \text{ см}^2$.



Задача. Осевое сечение цилиндра – квадрат, длина диагонали которого равна 10 см. Вычислите площадь боковой поверхности цилиндра.

Решение.

$$S_{\text{бок.пов.}} = 2\pi r \cdot h$$

$ABCD$ – квадрат

$$AB = BC = CD = AD$$

$$d = h$$

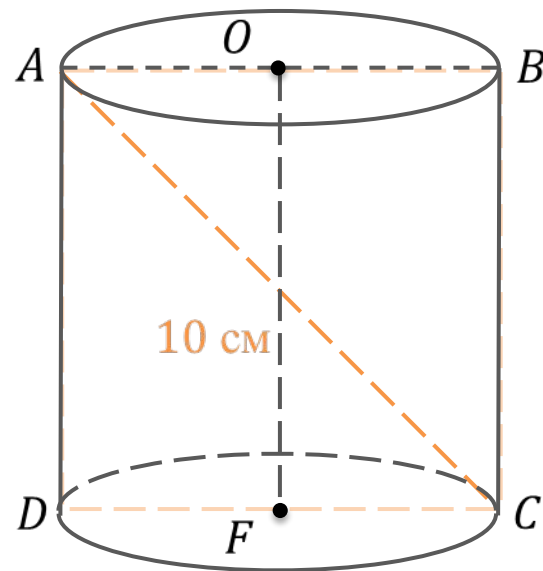
$$AC = 10 = \sqrt{2} \cdot a$$

$$a = AB = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} \text{ (см)}$$

$$r = \frac{1}{2} d = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ (см)}$$

$$S_{\text{бок.пов.}} = 2\pi \cdot \frac{5\sqrt{2}}{2} \cdot 5\sqrt{2} = 50\pi \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: $50\pi \text{ см}^2$.



Задача. Высота цилиндра равна 10 см. Площадь сечения цилиндра плоскостью, параллельной оси цилиндра и находящейся на расстоянии 6 см от нее, равна 160 см^2 . Вычислите площадь полной поверхности цилиндра.

Решение.

$$S_{\text{полн.пов.}} = 2\pi r \cdot (h + r)$$

$$AD = BC = h = 10 \text{ (см)}$$

$$AB = DC = \frac{S_{\text{сеч}}}{AD} = \frac{160}{10} = 16 \text{ (см)}$$

$$OA = OB = r$$

OT – перпендикуляр, $\Rightarrow TO$ – высота и медиана $\triangle AOB$.

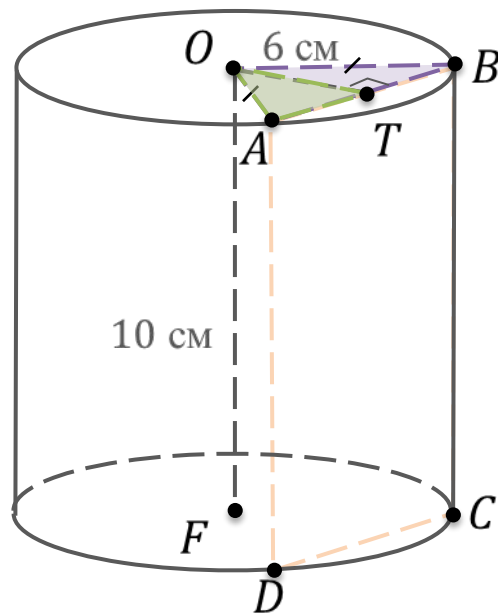
$\triangle AOT$ – прямоугольный.

$$AT = TB = \frac{1}{2}AB = 8 \text{ (см)}$$

$$r = OA = \sqrt{OT^2 + AT^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ (см)}$$

$$S_{\text{полн.пов.}} = 2\pi \cdot 10 \cdot (10 + 10) = 400\pi \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: $400\pi \text{ см}^2$.



Площадь поверхности цилиндра

$$S_{\text{бок.пов.}} = 2\pi r \cdot h$$

$$S_{\text{полн.пов.}} = S_{\text{бок.пов.}} + 2S_{\text{осн}} = 2\pi r \cdot (h + r)$$

Задача. Цилиндр получен в результате вращения прямоугольника $ABCD$ около прямой AD . Вычислите площадь боковой поверхности цилиндра, если длины сторон AD и AB прямоугольника равны соответственно 4 см и 2 см.

Решение.

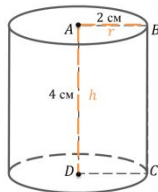
$$S_{\text{бок.пов.}} = 2\pi r \cdot h$$

$$AB = r = 2 \text{ см}$$

$$AD = h = 4 \text{ см}$$

$$S_{\text{бок.пов.}} = 2\pi r \cdot h = 2\pi \cdot 2 \cdot 4 = 16\pi \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: $S_{\text{бок.пов.}} = 16\pi \text{ (см}^2\text{)}$.



VIDEOUROKI.NET

Задача. Осевое сечение цилиндра – квадрат, длина диагонали которого равна 10 см. Вычислите площадь боковой поверхности цилиндра.

Решение.

$$S_{\text{бок.пов.}} = 2\pi r \cdot h$$

$ABCD$ – квадрат

$$AB = BC = CD = AD$$

$$d = h$$

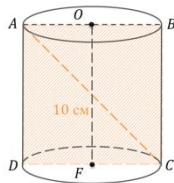
$$AC = 10 = \sqrt{2} \cdot a$$

$$a = AB = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} \text{ (см)}$$

$$r = \frac{1}{2}d = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ (см)}$$

$$S_{\text{бок.пов.}} = 2\pi \cdot \frac{5\sqrt{2}}{2} \cdot 5\sqrt{2} = 50\pi \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: $S_{\text{бок.пов.}} = 50\pi \text{ (см}^2\text{)}$.



VIDEOUROKI.NET

Задача. Высота цилиндра равна 10 см. Площадь сечения цилиндра плоскостью, параллельной оси цилиндра и находящейся на расстоянии 6 см от нее, равна 160 см^2 . Вычислите площадь полной поверхности цилиндра.

Решение.

$$S_{\text{полн.пов.}} = 2\pi r \cdot (h + r)$$

$$AD = BC = h = 10 \text{ (см)}$$

$$AB = DC = \frac{S_{\text{сеч}}}{AD} = \frac{160}{10} = 16 \text{ (см)}$$

$$OA = OB = r$$

OT – перпендикуляр, высота и медиана $\triangle AOB$.

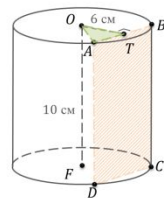
$\triangle AOT$ – прямоугольный.

$$AT = TB = \frac{1}{2}AB = 8 \text{ (см)}$$

$$r = OA = \sqrt{OT^2 + AT^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ (см)}$$

$$S_{\text{полн.пов.}} = 2\pi \cdot 10 \cdot (10 + 10) = 400\pi \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: $S_{\text{полн.пов.}} = 400\pi \text{ (см}^2\text{)}$.



VIDEOUROKI.NET