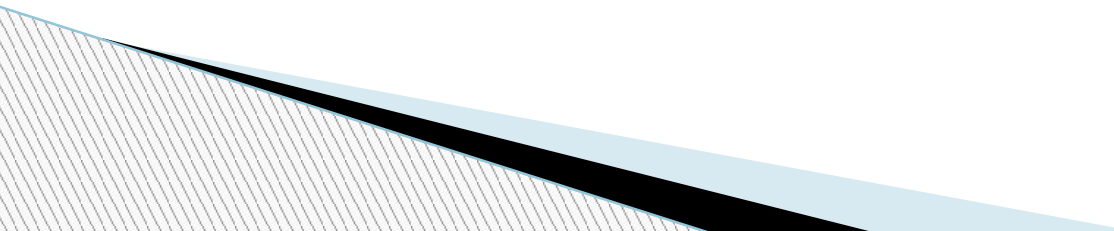


# **Тема 2. Поведение производителя. Теория фирмы**



# Вопросы темы:

- 1. Технология производства.  
Производственная функция.
  - 2. Прибыль - цель фирмы.
  - 3. Влияние эластичности на прибыль.
- 

# 1. Технология производства. Производственная функция.

## ▣ Производственная функция

- Это соотношение между вкладываемыми в производственный процесс ресурсами и конечным объемом выпуска.
- Показывает наибольший объем выпуска, который может произвести фирма, для каждой комбинации факторов при данном состоянии технологии.
- Показывает, что технически осуществимо, когда фирма действует эффективно.

# Производственная функция

- ▶ Производственная функция:

$$Q = F(K, L, I, T)$$

$Q$  = выпуск,  $K$  = капитал,  $L$  = труд,  $I$  – информация, для данной технологии –  $T$ .

- ▶ Производственная функция позволяет объединять ресурсы в различных пропорциях, поэтому определенного объема выпуска продукции можно добиться различными способами.

# Допущения

Обычно полагают, что:

- ▶ функция  $F(K, L, I, T)$  непрерывна;
- ▶ функция  $F(K, L, I, T)$  дважды дифференцируема по аргументам  $K$  и  $L$ ;
- ▶ производство невозможно при отсутствии хотя бы одного ресурса, т.е.  $F(0, L, I, T) = F(K, 0, I, T) = 0$ ;
- ▶ увеличение затрат любого из факторов при неизменных количествах другого приводит к увеличению выпуска, т.е.  $\frac{dF}{dk} > 0, \frac{dF}{dL} > 0$
- ▶ можно сохранить выпуск постоянным, замещая некоторое количество одного фактора дополнительным использованием другого, при этом необходимо не уменьшающееся количество первого фактора для замещения равных количеств второго.

# Виды производственных функций

- ▣ **Виды производственных функций** могут различаться в зависимости от характера технологии, которая описывается той или иной функцией.

# Функция с совершенной взаимозаменяемостью факторов

- ▣ Предположим, что труд и капитал совершенно взаимозаменяемы: всех работников можно заменить капиталом или использовать только ручной труд.
- ▣ Производственная функция будет иметь вид:

$$Q = aK + bL$$

Представим данное выражение в виде:

$$K = \frac{Q}{a} - \frac{b}{a}L$$

Данная производственная функция описывается линейной зависимостью.

# Леонтьевская производственная функция

- Иногда факторы производства абсолютно не заменяемы: пропорции их использования строго фиксированы.
- Применение определенного количество капитала требует соответствующего количество труда:
- На токарном станке может работать лишь 1 рабочий (или 2, если в 2 смены). Использование 2 станков 1 человеком не приведет к увеличению выпуска продукции



- Такой производственный процесс характеризуется **производственной функцией фиксированных пропорций** – или **леонтьевской производственной функцией** :

$$Q = \min \{aK, bL\}$$

$$a, b > 0$$

# Производственная функция Кобба-Дугласа

- ▶ Производственная функция Кобба – Дугласа устанавливает зависимость величины созданного общественного продукта от совокупных затрат живого труда  $L$  и суммарного объема применяемого капитала  $K$  производственных фондов. Она имеет следующий вид:

$$y(x_1, x_2) = A \cdot x_1^\alpha \cdot x_2^\beta,$$

- ▶ где  $A$  – коэффициент, учитывающий влияние факторов, не вошедших в это уравнение;
- ▶ Коэффициенты  $a_1, a_2$  показывают доли труда и капитала в общем объеме затрат.

# Производственная функция Кобба-Дугласа

$$y(x_1, x_2) = A \cdot x_1^\alpha \cdot x_2^\beta, \text{ где } A, \alpha, \beta > 0$$

Изокванты для этой функции имеют нормальную выпуклую форму.

## Отдача от масштаба

Если  $\alpha + \beta < 1$ , то убывающая отдача от масштаба;

Если  $\alpha + \beta = 1$ , то постоянная отдача от масштаба;

Если  $\alpha + \beta > 1$ , то возрастающая отдача от масштаба.

# Моделирование производственной функции

Модель 4:

МНК, использованы наблюдения 2007-2014 (T = 8)

Зависимая переменная:  $l_Q$

	Коэффициент	Ст. ошибка	t-статистика	P-значение	
$l_{K1}$	0,218844	0,0716586	3,054	0,0224	**
$l_{L1}$	1,59597	0,141119	11,31	2,86e-05	***

Среднее зав. перемен	13,75891	Ст. откл. зав. перемен	0,166309
Сумма кв. остатков	0,023709	Ст. ошибка модели	0,062861
R-квадрат	0,999984	Испр. R-квадрат	0,999982
F(2, 6)	191651,6	P-значение (F)	3,84e-15
Лог. правдоподобие	11,93384	Крит. Акаике	-19,86768
Крит. Шварца	-19,70879	Крит. Хеннана-Куинна	-20,93928
Параметр rho	0,377683	Стат. Дарбина-Вотсона	1,241100

# Результаты оценивания модели производственной функции

В результате анализа результатов полученной модели мы получаем следующую производственную функцию:

$$Q = K^{0,219} \cdot L^{1,596}$$

Все основные характеристики показывают наличие хорошей аппроксимации исходных данных. Так, коэффициент детерминации  $R^2$  равен 0,999, следовательно, более 99 % вариаций зависимой переменной учтено в модели и обусловлено влиянием включенных факторов. Расчетные значения  $F$ -критерия (191651,6), критерия Дарбина-Уотсона (1,241100) подтверждают хорошее качество модели. Согласно оценки параметров полученной модели  $a_1 = 0,219$  и  $a_2 = 1,596$  при увеличении капитала на 1 % выпуск увеличится на 0,219 %, а при увеличении численности работников на 1 % выпуск увеличится на 1,596 %.

# Результаты оценивания модели производственной функции

- Анализ производственной функции также показал, что наблюдается фондосберегающий (экстенсивный) рост ( $a_1 < a_2$ ) и имеет место растущая экономка ( $a_1 + a_2 > 1$ ).

# Коэффициенты эластичности

- - коэффициенты, характеризующие процент прироста объема выпуска продукции при увеличении затрат ресурса на 1%.
- **Эластичность продукта по фондам** определяется по формуле:

$$E_K = \frac{\partial Q}{\partial K} \frac{K}{Q}$$

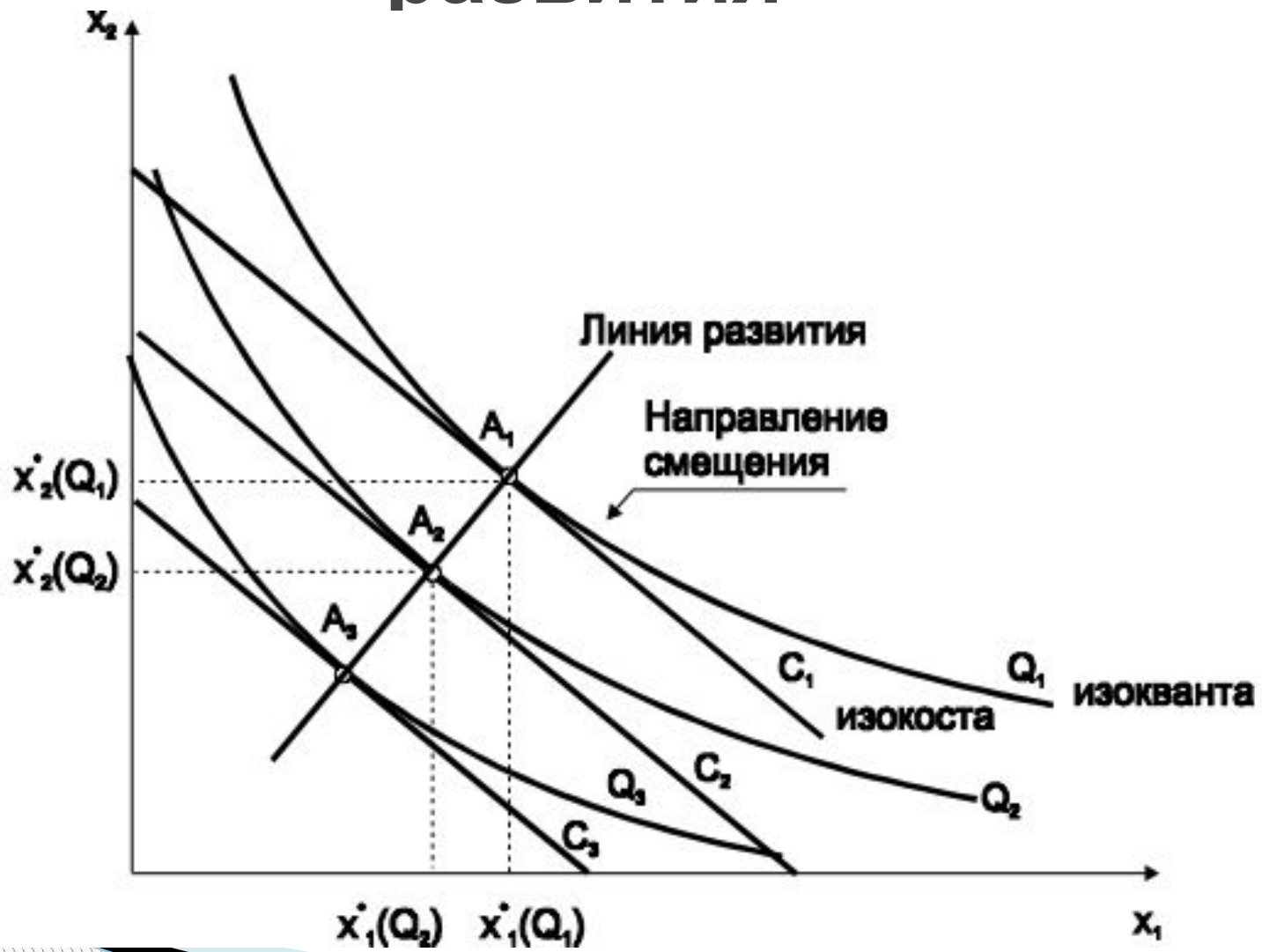
# Коэффициенты эластичности

- ▣ Эластичность продукта по труду:

$$E_L = \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{L}{Q}$$



# Траектория долговременного развития

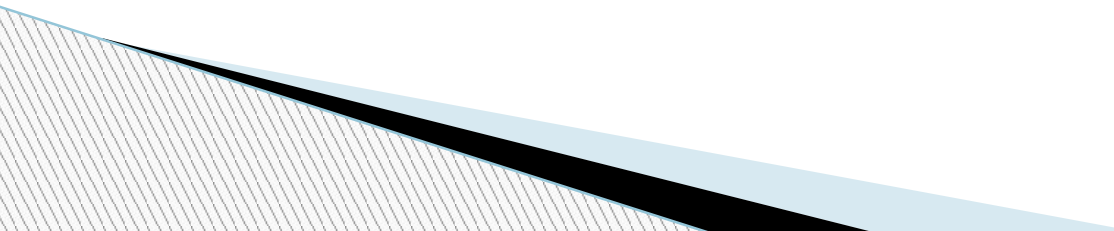


# Траектория долговременного развития

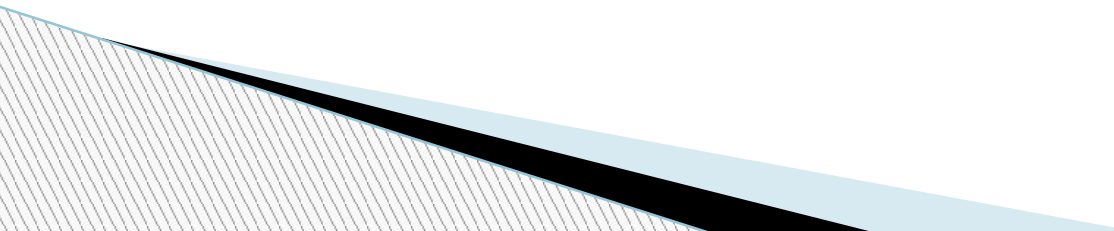
- ▣ Изокванты характеризуют технологические ограничения.
- ▶ Изокосты характеризуют экономические ограничения.
- ▶ Задача минимизации издержек сводится к нахождению точки, в которой изокванта касается самой низкой изокосты.

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{P_L}{P_K}$$

## 2. Прибыль - цель фирмы.

- Максимизация прибыли
  - Максимизация доходов
  - Завоевание рынков сбыта
  - Максимизация дивидендов
- 

# Основная задача фирмы состоит в выборе:

- а) ассортимента и объема выпуска, то есть что производить и в каких количествах;
  - б) производственной функции и суммы издержек, то есть каким технологическим способом и с какими затратами вести производство чтобы максимизировать прибыль.
- 

# Задача фирмы: выбор ресурсов, максимизирующих прибыль

$$\Pi = R - C.$$

$$R = p_0 Q = p_0 Q(x).$$

$$C = p_1 x_1 + p_2 x_2.$$

$$\max [p_0 Q(x) - p_1 x_1 - p_2 x_2].$$

# Изопрофита

- Если зависимость суммы прибыли от объемов затрат факторов производства представлена в виде:

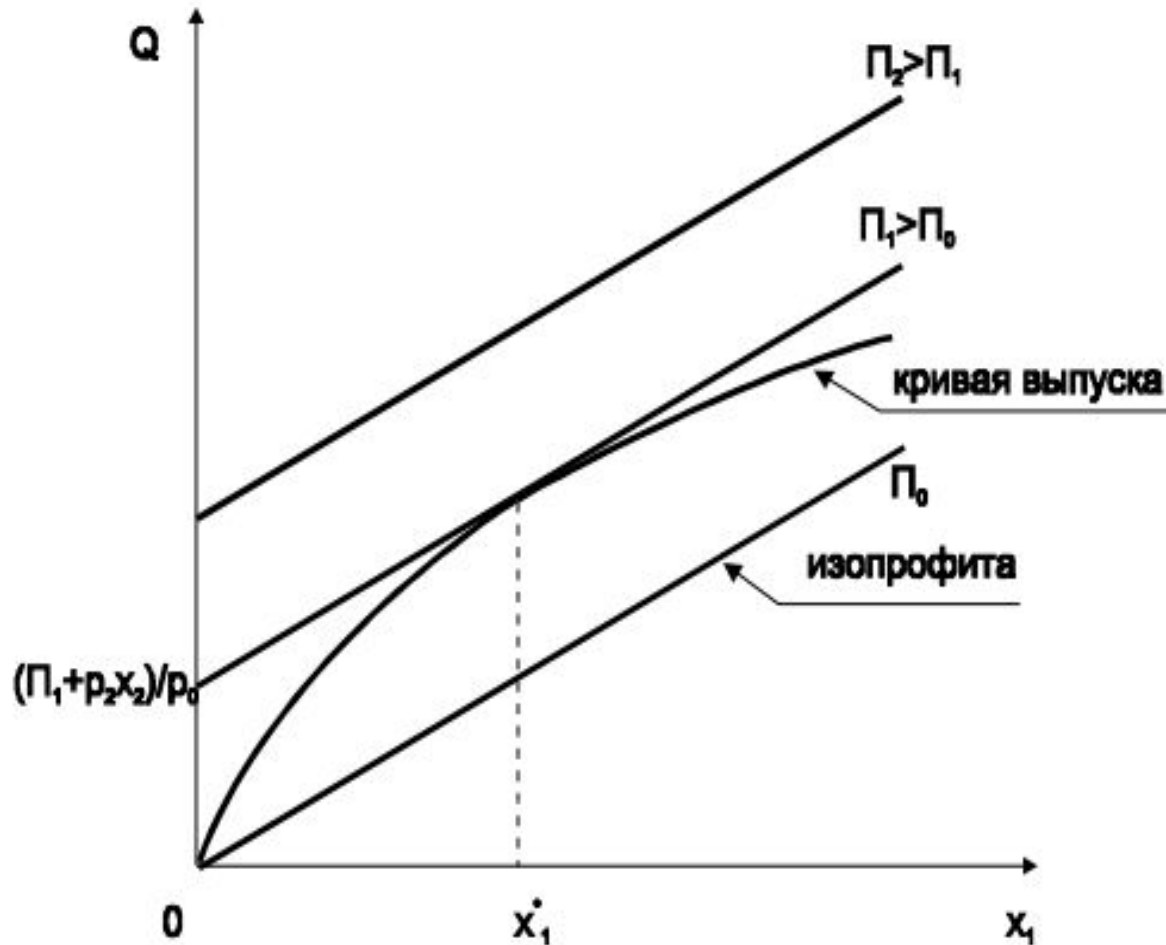
- то выразив  $\Pi(x_1, x_2) = p_0 Q(x_1, x_2) - p_1 x_1 - p_2 x_2$  как  
продукции:

$$Q(x_1, x_2) = \frac{\Pi}{p_0} + \frac{p_1}{p_0} x_1 + \frac{p_2}{p_0} x_2$$

- получим зависимость объема выпуска  $Q$  от величин затраченных ресурсов при некотором значении прибыли  $\Pi$ , которая называется **изопрофитой** (изопрофитной поверхностью).

# Изопрофиты

Если один из факторов (например,  $x_2$ ) фиксирован, то изопрофита представляет собой прямую линию с угловым коэффициентом, равным соотношению цен переменного фактора и продукта.



# Графический анализ изопрофиты

Поскольку предельный продукт равен угловому коэффициенту касательной к кривой выпуска

$$MQ_1 = \frac{\partial Q(x_1, x_2)}{\partial x_1} = \frac{P_1}{P_0}$$

то в некоторой точке изопрофита касается кривой выпуска.

Абсцисса точки касания  $x_1^*$  представляет собой оптимальный расход ресурса  $x_1$ , обеспечивающий максимальную сумму прибыли при данном виде производственной функции.



# 3. Влияние эластичности на прибыль

- ▣ В случае неэластичного спроса фирма может назначать высокую цену и получать прирост в доходе.
- ▶ Если фирма реализует продукцию, спрос по ценам на которую эластичен ( $E_D > 1$ ), то увеличение выручки фирмы возможно только за счет снижения цен или только за счет модернизации продукции, которая приведет к уменьшению эластичности спроса.

# Влияние эластичности на прибыль

Исходные данные:

$Q$  – выпуск фирмы;

$E_{DP}$  – показатель эластичности спроса по цене;

$C$  – средние издержки.

$\frac{\beta_{const}}{\beta_{var}}$  – соотношение между

постоянными и переменными издержками.

$\beta_{const}$ ,  $\beta_{var}$  – соответственно, доля постоянных и переменных издержек в себестоимости продукции.

$\Delta P$  – предполагаемое снижение цены.

# Влияние эластичности на прибыль

- ▶ Определим выручку:

$$TR = P \cdot Q$$

- ▶ Валовые издержки:

$$TC = FC + AVC \cdot Q$$

$$TC = Co(\beta_{const} + \beta_{var})$$

- ▶ Прибыль от реализации продукции равна:

$$Pr = TR - TC = Q(P - AVC) - FC = TR - Co(\beta_{const} + \beta_{var})$$

- ▶ Определим, как изменяется объем реализованной продукции от эластичности спроса по цене.

# Влияние эластичности на прибыль

- ▣ Эластичность спроса по цене:

$$E_P^D = \frac{Q_\gamma}{P_\mu}$$

- ▶ где  $Q_\gamma$  – относительный показатель изменения объема реализации продукции;
- ▶  $P$  – относительный показатель изменения цены реализованной продукции.

# Влияние эластичности на прибыль

$$Q_{\gamma} = 1 + \frac{2\Delta Q}{Q_H + Q_C}$$

$$P_{\mu} = 1 + \frac{2\Delta P}{P_H + P_C}$$

Показатели темпов изменения прироста принимаются по модулю.

# Влияние эластичности на

## прибыль

- ▶ При снижении цены  $P_H < P_C$  новый объем реализации продукции определится следующим образом:

$$Q_H = \frac{Q_C \cdot \left(1 + \frac{\Delta P}{P_H + P_C} \cdot E\right)}{1 - \frac{\Delta P}{P_H + P_C} \cdot E}$$

- ▶ При росте цены  $P_H > P_C$  знаки в вышеприведенной формуле меняются на противоположные:

$$Q_H = \frac{Q_C \cdot \left(1 - \frac{\Delta P}{P_H + P_C} \cdot E\right)}{1 + \frac{\Delta P}{P_H + P_C} \cdot E}$$

# Влияние эластичности на прибыль

- Исходя из вышеизложенного прибыль предприятия может быть определена так:

$$\Pi = (P_c - \Delta P - AVC) \cdot Q_H - FC$$

- С другой стороны, прибыль определится следующим образом:

$$\Pi = (P_c - \Delta P) \cdot Q_H - TC \cdot \left[ \frac{1 + \frac{\Delta P}{P_H + P_c} \cdot E}{1 - \frac{\Delta P}{P_H + P_c} \cdot E} \cdot \beta_{const} + \beta_{var} \right]$$

# Влияние эластичности на прибыль

- «Пороговое» значение объема реализации продукции, при котором  $\Pi = 0$ , определяется так:

$$Q_{\Pi} = \frac{FC}{[P_c - \Delta P - AVC] \cdot \frac{1 + \frac{\Delta P}{P_H + P_c} \cdot E}{1 - \frac{\Delta P}{P_H + P_c} \cdot E}}$$



# Влияние эластичности на прибыль

- ▶ «Пороговое» значение эластичности спроса по цене запишется так:

$$E_p = \frac{\Delta P}{\frac{\Delta P}{P_H + P_C} \cdot (P_C + P_H - 2AVC)}$$

- ▶ Целесообразно уменьшать цену (и тем самым уменьшать срок дебиторской задолженности), если рыночное значение эластичности больше  $E_p$  определенного по представленной формуле.