

обработка информации  
средствами  
математической логики

Обработка информации математическими средствами  
подразумевает 3 этапа:

1. перевод информации с естественного языка на математический;
2. преобразование математической модели;
3. перевод математического результата на естественный язык.

Начнём с *подготовки первого этапа.*

Как составить логическую формулу по фразе естественного языка?

# Элементарные(простые) и сложные высказывания

## Элементарное высказывание

- 1) ПОВЕСТВОВАТЕЛЬНОЕ ПРЕДЛОЖЕНИЕ
- 2) ТОЧНО ИЗВЕСТНО: ИСТИННО ИЛИ ЛОЖНО

## Сложное высказывание –

-элементарные высказывания, соединенные логическими союзами

### **Какие из выражений являются высказываниями?**

- «Да здравствует солнце, да скроется тьма»
- «В романе Толстого «Война и мир» 14563970 слов»
- « $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ »
- «натуральное число  $x$  больше 8»
- «Число 3 удовлетворяет неравенству  $3x + 5 \leq 0$ »
- «Солнце и Луна вращаются вокруг Земли»

Если в предложении присутствует логический союз (не, и, или, если..., тот...) – это может быть и высказывание, но не элементарное

**Запишите логические формулы следующих высказываний:**  
**А. Если мистер Джонс счастлив, то миссис Джонс несчастлива, и если мистер Джонс несчастлив, то миссис Джонс счастлива**

**Шаг 1:** выделяем логические союзы. **Если** м-р Дж. сч., **то** м-с Дж.с **не** сч., **и если** м-р Дж. **не** сч., **то** м-с Дж. сч.

**Шаг 2:** всё, что между логическими союзами - это простые высказывания: повествовательные предложения с одним подлежащим и одним сказуемым. Заменяем разные высказывания разными заглавными буквами латинского алфавита

и записываем замену: А- "м-р Дж. счастлив", В - "М-с Дж. счастлива"  
**Если** А **то** **не** В, **и если** **не** А **то** В

**Шаг 3:** заменяем логические союзы символами: "Если..., то..." на  $\rightarrow$  (под "то")  
 "не" на  $\bar{\phantom{x}}$   
 "и" на  $\wedge$

$$A \rightarrow \bar{B} \wedge \bar{A} \rightarrow B.$$

**Шаг 4:** учитываем порядок действий и расстановку скобок

$$\left[ A \rightarrow \bar{B} \right] \wedge \left[ \bar{A} \rightarrow B. \right]$$

**2. Запишите логические формулы следующих высказываний:**

**В. Если ни в Варшаву мы не поедим, ни в горы не отправимся, то будем ходить на пляж, или, если будет дождь, то будем читать дома книги**

Первая импликация заканчивается до "или" , так как перед "или" стоит запятая;

значит сложные высказывания до и после "или" следует заключить в скобки.

Запятую в первой посылке можно заменить на союз "и".

$$(\bar{A} \wedge \bar{B} \Rightarrow C) \vee (D \Rightarrow E)$$

**2. Запишите логические формулы следующих высказываний:**

**С.) Если «Спартак» и «Динамо» проиграют, а «Торпедо» выиграет, то «Локомотив» потеряет 1 место, а на 3 место выйдет «Зенит»**

союз "а" может быть заменён на  
"и".

Спартак и Динамо нельзя объединять в одно высказывание  
и обозначать одной буквой, т.к. в высказывание содержится логический  
союз  
и оно будет не простое

Простые высказывания в данном случае лучше не переформулировать, учитывая, что  
"не выиграть" - не значит проиграть. Можно ещё сыграть в ничью. Поэтому обозначим:  
А - "Спартак проиграл", В - "Динамо проиграл", С - "Торпедо выиграет", D - "Локомотив потеряет 1 место",  
Е - "На 3 место выйдет Зенит"

$$A \wedge B \wedge C \Rightarrow D \wedge E$$

Подготовка 3-его этапа моделирования - расшифровка логических формул

**Задача.** Пусть  $P$  означает «сегодня идёт дождь»,  $Q$  – «сегодня ясно»,  $S$  – «вчера было пасмурно».  
Расшифруйте:  $c) Q \vee (S \Rightarrow P)$

знак отрицания переводится на русский язык, как "не" или "неверно, что"

Ответ 1: "Сегодня ясно или неверно, что, если вчера было пасмурно, то сегодня идёт дождь"

лучше сначала преобразовать формулу, а потом перевести на русский язык но эта фраза лучше сначала преобразовать формулу, а потом перевести на русский язык

Так как среди основных законов логики **нет** формулы отрицания импликации, то сначала используем формулу замены импликации на другие логические союзы

$$A \Rightarrow B \equiv \bar{A} \vee B$$

$$Q \vee (S \Rightarrow P) \equiv Q \vee (\bar{S} \vee P)$$

Теперь выполним отрицание по следующим формулам:

$$\bar{\bar{A}} \equiv A, \quad \overline{A \wedge B} \equiv \bar{A} \vee \bar{B},$$

$$Q \vee (\bar{S} \vee P) \equiv Q \vee S \wedge \bar{P}$$

Ответ 2: "Сегодня ясно или вчера было пасмурно и сегодня не идёт дождь"

базовая  
задача

Сформулируйте отрицания следующего высказывания в утвердительной форме:  
А) Если летом будет дождливая погода, то ни купаться, ни загореть нам не удастся.

Решение включает все 3 этапа моделирования:

• построение логической формулы;  $A \Rightarrow \bar{B} \wedge \bar{C}$

Запятую надо заменить на союз  
"и".

• отрицание логической формулы;  $\overline{A \Rightarrow (\bar{B} \wedge \bar{C})} \equiv$

Так как среди основных законов логики **нет** формулы отрицания импликации, то сначала используем формулу замены импликации на другие логические союзы.  $A \Rightarrow B \equiv \bar{A} \vee B$

$$\overline{A \Rightarrow (\bar{B} \wedge \bar{C})} \equiv \bar{A} \vee (\bar{\bar{B} \wedge \bar{C}})$$

Теперь выполним отрицание по следующим формулам:

$$\bar{\bar{A}} \equiv A, \quad \overline{A \wedge B} \equiv \bar{A} \vee \bar{B},$$

$$\overline{A \Rightarrow (\bar{B} \wedge \bar{C})} \equiv \bar{A} \vee (\bar{\bar{B} \wedge \bar{C}}) \equiv A \wedge B \vee C$$

• перевод преобразованной формулы на русский язык.

Летом будет дождливая погода и нам удастся купаться или загореть

Попробуйте выполнить задание интуитивно, без использования мат. логики и потом сравнить результаты



Сформулируйте отрицания следующих высказываний в утвердительной форме: В) Если урок будет интересным, то никто из учеников (Миша, Вика, Света) не будет смотреть в окно.

3 этапа :

• построение логической формулы;

$$A \Rightarrow \bar{B} \wedge \bar{C} \wedge \bar{D}$$

!!! В каждом простом высказывании -

1 подлежащее и 1 сказуемое

• отрицание логической формулы;

$$\overline{A \Rightarrow \bar{B} \wedge \bar{C} \wedge \bar{D}}$$

Так как среди основных законов логики **нет** формулы отрицания импликации,

то сначала используем формулу замены импликации на другие логические союзы:

$$A \Rightarrow B \equiv \bar{A} \vee B$$

$$\overline{A \Rightarrow (\bar{B} \wedge \bar{C} \wedge \bar{D})} \equiv \overline{\bar{A} \vee (\bar{B} \wedge \bar{C} \wedge \bar{D})}$$

Теперь выполним отрицание по следующим формулам:

$$\overline{\bar{A}} \equiv A, \quad \overline{A \wedge B} \equiv \bar{A} \vee \bar{B},$$

$$\overline{A \Rightarrow (\bar{B} \wedge \bar{C} \wedge \bar{D})} \equiv \overline{\bar{A} \vee (\bar{B} \wedge \bar{C} \wedge \bar{D})} \equiv A \wedge (B \vee C \vee D)$$

• перевод преобразованной формулы на русский язык.

важны скобки!!!

(только в последнем

переходе)

Урок будет интересным и кто-нибудь: Миша или Вика или Света будет смотреть в

ОКНО

Одного человека судили за участие в ограблении.

Обвинитель и защитник в ходе судебного заседания заявили следующее:

*Обвинитель:* Если подсудимый виновен, то у него был сообщник.

*Защитник:* Неверно.

Ничего хуже защитник сказать не мог. Почему?

$$\overline{B \Rightarrow C} \equiv \overline{\overline{B} \vee C} \equiv B \wedge \overline{C}$$

Виновен и сообщника не было

Родители сказали детям: «Если мы поедем летом в дом отдыха, то вы поедете в лагерь». Петя решил: «Если мы поедем в лагерь, то родители поедут в дом отдыха». Галя сказала: «Если папа с мамой не поедут в дом отдыха, то мы не поедем в лагерь». Коля поправил: «Если мы не поедем в лагерь, то родители не поедут в дом отдыха». Чей ответ равносильен тому, что сказали родители?

1 этап: Составьте логические формулы высказываний:

Родителей:    Пети:    Гали:  
 $A \Rightarrow B$      $B \Rightarrow A$      $\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$      $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$

1 Коля:  
 способ

2 этап. Составьте таблицу истинности высказываний

A	B	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$A \Rightarrow B$	$B \Rightarrow A$	$\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$	$\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$
1	1						
0	0						
0	1						
1	0						

Для исходных простых высказываний заполняем столбцы разными сочетаниями

1 и 0 в любом порядке

следующие столбцы заполняются строго по определению добавленного логического союза

в каждом следующем столбце добавляется

только 1 логический союз,

постепенно конструируя нужную

определения лог.операций		не	и	или	если,то	равно
A	B	$\bar{A}$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
1	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0

операция отрицания  
определяется обратными  
значениями по отношению к  
тому высказыванию, что стоит

по  
в определении операции " $\rightarrow$ " только  
один 0  
тогда, когда  
у высказываний рядом с этим союзом  
стоят значения  $1 \rightarrow 0$

A	B	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$A \Rightarrow B$	$B \Rightarrow A$	$\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$	$\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$
1	1	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1	1	0

3 этап. У кого такие же значения  
истинности,  
как и у родителей?

Родители: Петя: Галя:         
Коля:

следующие столбцы заполняются строго по определению добавленной логической  
операции

Родители сказали детям: «Если мы поедem летом в дом отдыха, то вы поедете в лагерь». Петя решил: «Если мы поедem в лагерь, то родители поедут в дом отдыха». Галя сказала: «Если папа с мамой не поедут в дом отдыха, то мы не поедem в лагерь». Коля поправил: «Если мы не поедem в лагерь, то родители не поедут в дом отдыха». Чей ответ равносильен тому, что сказали родители?

1 этап: составьте логические формулы высказываний.

2 этап: преобразуйте высказывания по законам логики

2 способ:

логики  $A \Rightarrow B \equiv \bar{A} \vee B$

Родителей:

$$B \Rightarrow A \equiv \bar{B} \vee A \equiv A \vee \bar{B}$$

Пети:

$$\bar{A} \Rightarrow \bar{B} \equiv \overline{\bar{A}} \vee \bar{B} \equiv A \vee \bar{B}$$

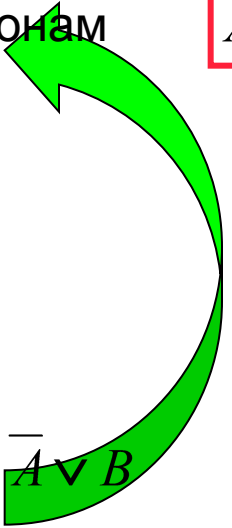
Гали:



$$\bar{B} \Rightarrow \bar{A} \equiv \overline{\bar{B}} \vee \bar{A} \equiv B \vee \bar{A} \equiv \bar{A} \vee B$$

Коли:

$$A \Rightarrow B \equiv \bar{A} \vee B, \quad \overline{\bar{A}} \equiv A, \quad A \vee B \equiv B \vee A$$



**ЗАДАЧА. Найдите значение истинности  
следующего высказывания:  
 $\neg (3^3 = 27) \vee ((2 > 7) \wedge (3 \cdot 2 = 5)) =$**

заменяем скобки на значение их  
истинности

$$= \neg ( 1 ) \vee ( ( 0 ) \wedge ( 0 ) )$$

=  
убираем лишние

$$= \overset{\text{скобки}}{\neg} 1 \vee ( 0 \wedge 0 )$$

=  
заменяем по определению логических  
операций

$$= 0 \vee ( 0 ) =$$

убираем лишние

заменяем по определению логических  
операций

$$= 0$$

<i>определения лог. операций</i>		не	и	или	если, то	равно- сильно
A	B	$\bar{A}$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
1	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0

Задачи. Найдите значение истинности следующего высказывания:

$$\square (7 \cdot 7 = 49) \wedge ((3 \cdot 3 = 2) \vee (2^3 = 7)) \quad = 0$$

$$\square \neg ((2 \cdot 2 = 5) \wedge (3 \cdot 3 = 7)) \quad = 1$$

$$\square (\neg (2 + 2 = 8 \rightarrow 3 = 5)) \rightarrow (7 < 9) \quad = 1$$

$$\square \text{''Если число 15 делится на 4, то оно делится и на } \quad = 1$$

**Задача. Определить участника преступления, исходя из утверждений оперативников:**  
**"Если Иванов не участвовал или Петров участвовал, то Сидоров участвовал",**  
**"Если Иванов не участвовал, то Сидоров не участвовал".**

1 этап. Составьте логическую формулу

$$(\bar{I} \vee P \Rightarrow S) \wedge (\bar{I} \Rightarrow \bar{S})$$

высказываний:

2 этап. Составьте таблицу истинности

I	P	S	$\bar{I}$	$\bar{S}$	$(\bar{I} \vee P)$	$(\bar{I} \vee P \Rightarrow S)$	$(\bar{I} \Rightarrow \bar{S})$	$(\bar{I} \vee P \Rightarrow S) \wedge (\bar{I} \Rightarrow \bar{S})$
1	1	1	0	0	1	1	1	<u>1</u>
0	0	1	1	0	1	1	0	0
1	0	1	0	0	0	1	1	<u>1</u>
0	1	1	1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1	0
0	0	0	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1	<u>1</u>
0	1	0	1	1	1	0	1	0

3 этап. Интересны начальные условия тех строчек, у которых в последнем столбце - 1 - истина от оперов

**Иванов участвовал, остальных на  
доследование**



## Решите задачу 1.

Однажды комиссару французской полиции Мегрэ пришлось допрашивать трёх свидетелей: месье Клода, месье Жака, месье Дика. Их показания были противоречивы. Каждый обвинял кого-нибудь во лжи: месье Клод утверждал, что месье Жак лжёт; месье Жак обвинял во лжи месье Дика; месье Дик уговаривал комиссара не верить ни Клоду, ни Жаку. Но комиссар Мегрэ очень быстро выяснил, кто преступник, не задав ни единого вопроса. Кто же был правдив?

К-"Клод	$K \equiv \bar{J}$
правдив"	$J \equiv \bar{D}$
Ж-"Жак правдив"	$D \equiv \bar{J} \wedge \bar{K}$
Д-"Дик правдив"	

$$K \equiv \bar{J}$$

$$J \equiv \bar{D}$$

$$D \equiv \bar{J} \wedge \bar{K}$$

K	J	D	$\bar{J}$	$\bar{D}$	$\bar{K}$	$\bar{J} \wedge \bar{K}$	$K \equiv \bar{J}$	$J \equiv \bar{D}$	$D \equiv \bar{J} \wedge \bar{K}$
1	1	1							
0	0	1							
1	0	1							
0	1	1							
1	1	0							
0	0	0							
1	0	0							
0	1	0							

## *Решите задачу 2.*

По подозрению в совершении преступления полиция маленького английского городка задержала мистера Брауна, мистера Олдриджа и мистера Смита. Один из них оказался истинным сквайром, другой - мошенником, третий – прожжённым чиновником. В процессе следствия сквайр говорил правду, мошенник лгал, а чиновник то говорил правду, то лгал. Вот, что они утверждали. Браун: "Я совершил это. Мистер Олдридж не виновен." Олдридж: "Мистер Браун не виновен. Преступление совершил Смит." Смит: "Я не виновен. Преступник - мистер Браун." Определите фамилии сквайра, мошенника и чиновника, найдите виновного, если известно, что преступление совершено в одиночку.

## *Решите задачу 3.*

- Внимание Андрея, Дениса и Марата привлёк промчавшийся мимо автомобиль. “Это английская машина марки “Феррари” - сказал Андрей. - Нет, машина итальянская, марки “Понтиак”, - возразил Денис. - Это “Сааб”, и сделан он не в Англии - заметил Марат.” Оказавшийся рядом знаток автомобиле сказал, что каждый из них прав только в одном из двух высказанных предположений. Какой же марки этот автомобиль и в какой стране он изготовлен

## *Решите задачу 4.*

- В симфонический оркестр приняли на работу трех музыкантов – Брауна, Смита и Вессона, умеющих играть на скрипке, флейте, альте, кларнете, гобое и трубе. Известно, что: 1) Смит – самый высокий; 2) Играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте; 3) Играющие на скрипке и флейте и Браун любят пиццу; 4) Когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Смит мирит их; 5) Браун не умеет играть ни на трубе, ни на гобое. На каких инструментах играет каждый из музыкантов, если каждый владеет двумя инструментами?