*Гидродинамика

Расчёт скорости в точке потока

Потери напора в гидравлических сопротивлениях

Понятие о гидравлически гладких и шероховатых трубах

Экспериментальное определение статического и полного напоров. Расчёт скорости в точке потока

Рассмотрим наклонную трубу диаметром $\boldsymbol{d}$, выделим живое сечение $\boldsymbol{\omega}$, в котором следует определить статический и полный напор по оси трубы. Проведём произвольно плоскость сравнения ***0-0*** и отложим геометрический напор сечения (z) до оси живого сечения $\boldsymbol{\omega}$. Покажем пьезометр в живом сечении и отметим пьезометрический напор ($\frac{P}{\rho g}$) по уровню жидкости в пьезометре.

Таким образом, ***по показанию пьезометра определяем статический напор:***

$$Z + \frac{P}{\rho g} = H_{cm}$$

Для определения полного напора по оси потока пользуются трубкой Пито. Это трубка очень малого диаметра с загнутым под углом 90^0 и гладко обработанным концом. Трубка Пито устанавливается по оси трубы или в любой другой точке потока так, чтобы скорость ***u*** была направлена на входное отверстие трубки.

Если бы не было движения жидкости ***(u = 0),*** уровни жидкости в пьезометре и трубке Пито были бы на одном горизонте. При действии скорости ***u*** на входе в трубку Пито уровень жидкости в трубке поднимется выше уровня в пьезометре на величину, соответствующую скоростному напору $\frac{u^2}{2g}$

Таким образом, ***трубкой Пито определяется полный напор*** в заданной точке потока, в частности по оси потока.

Трубка Пито в сочетании с пьезометром является прибором для измерения скорости.

Действительно, разность показаний трубки Пито и пьезометра соответствует скоростному напору:

$$\frac{u^2}{2g} = H_{полн} - H_{ст}$$

отсюда скорость в точке потока: $u = \sqrt{2g(H_{\text{полн}} - H_{\text{ст}})}$.

Для практических расчётов скорости пользуются формулой

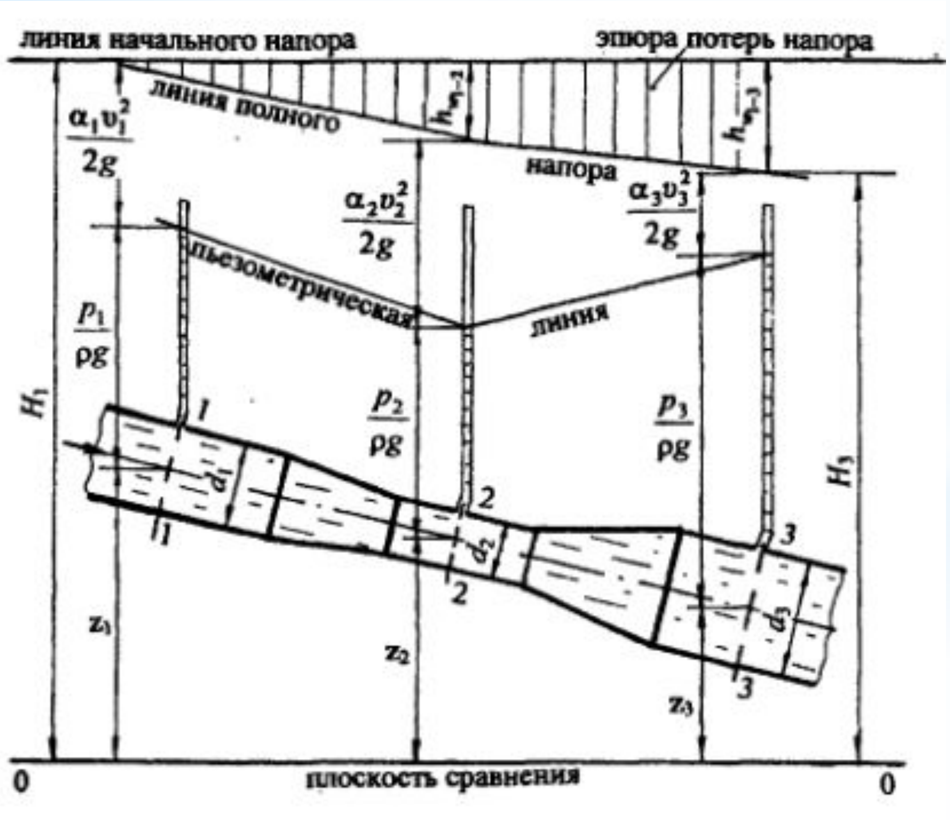
$$u = \varphi\sqrt{2g(H_{\text{полн}} - H_{\text{ст}})},$$

где φ - поправочный коэффициент, который определяется путём тарирования трубки Пито.

Для определения скорости воздушных и газовых потоков пользуются пневмометрической трубкой Пито-Прандтля. В такой трубке совмещены пьезометр и трубка Пито. В корпусе трубки через прорезь в горизонтальной части снимается статический напор, а через открытый носик трубки определяется полный напор. Трубка подключается к U-образному манометру, микроманометру, дифференциальному манометру или подобным приборам для измерения разности давлений (напоров). По показанию прибора рассчитывается скоростной напор.

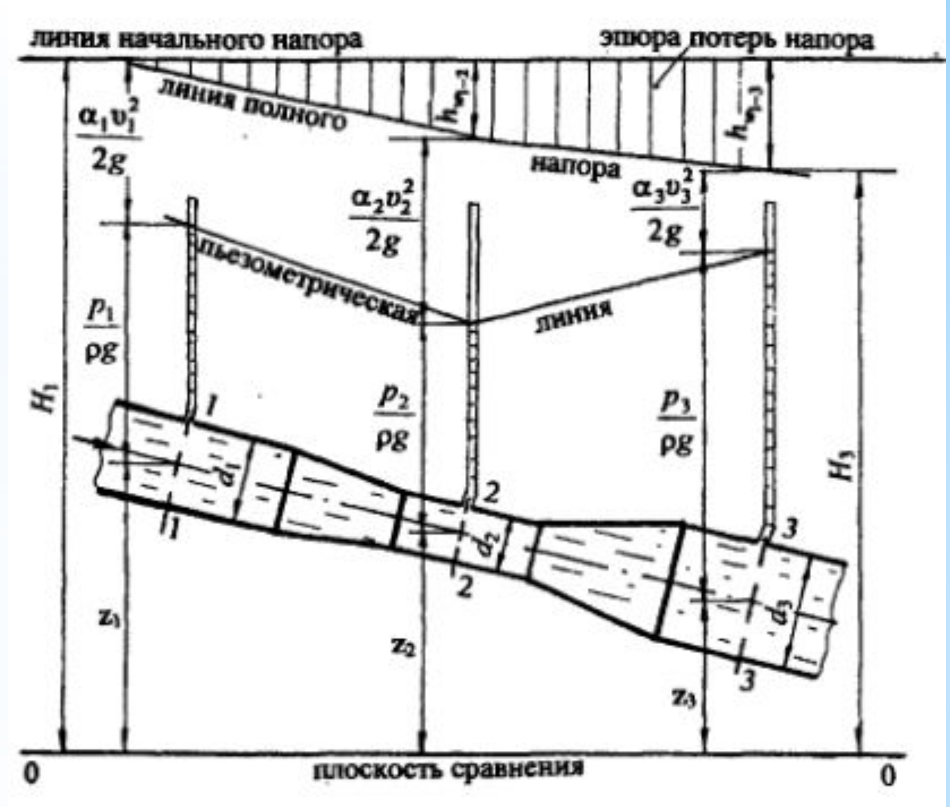
Диаграмма уравнения Бернулли для потока жидкости в трубе переменного сечения

Рассмотрим экспериментальное построение диаграммы уравнения Бернулли для потока жидкости в трубе переменного сечения диаметрами d_1, d_2, d_3. Пусть $d_2 < d_1 < d_3$. По направлению движения жидкости выделим три живых сечения ***1-1***; ***2-2; 3-3;*** выберем плоскость сравнения ***0-0*** и отложим геометрические высоты (напоры) выбранных сечений: z_1, z_2, z_3.



В сечениях покажем пьезометрические трубки. Как было отмечено выше, при сужении трубы пьезометрический напор падает, а скоростной напор возрастает, и, наоборот, при расширении трубы пьезометрический напор повышается, а скоростной напор уменьшается.

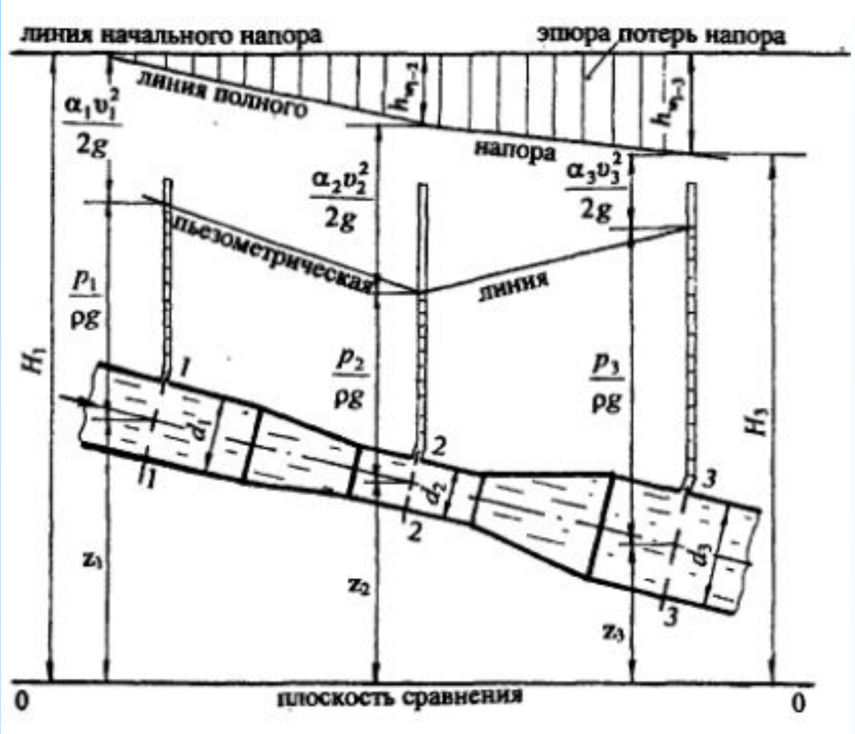
Отметим уровни жидкости в пьезометрах ($\frac{P_1}{\rho g}$, $\frac{P_2}{\rho g}$, $\frac{P_3}{\rho g}$). К геометрическим напорам прибавим пьезометрические напоры. Проведём ***пьезометрическую линию*** по уровням жидкости в пьезометрах.



Анализ построения пьезометрической линии показывает, что ***пьезометрическая линия*** очерчивается ломаной линией, которая ***может повышаться*** или ***понижаться*** в зависимости от геометрических размеров трубы.

К сумме геометрического и пьезометрического напоров прибавим скоростные напоры в сечениях:

$$\frac{\alpha_2 u_2^2}{2g} > \frac{\alpha_1 u_1^2}{2g} > \frac{\alpha_3 u_3^2}{2g}$$



В каждом сечении получаем полные напоры, причём следует учесть, что $H_1 > H_2 > H_3$, соединяем ломаной линией их значения. Это ***линия полного напора.***

Линия полного напора по ходу движения жидкости ***понижается.*** Понижение линии полного напора соответствует величине потерь напора между сечениями по ходу движения жидкости.

Вертикальными линиями заштриховываем эпюру потерь напора.

Методика построения пьезометрической линии, линии полного напора и эпюры потерь напора будет применена при расчёте трубопроводных систем.

Следует запомнить, что на участках трубы с ***постоянным диаметром*** линия полного напора проходит ***параллельно*** пьезометрической линии на расстоянии, равном скоростному напору.

Методика составления уравнения Бернулли для решения теоретических и инженерных задач

С помощью уравнения Бернулли решаются многие теоретические и практические задачи. Применение уравнения Бернулли предусмотрено для реальной, вязкой жидкости при установившемся движении для тех сечений, где движение не должно быть резко изменяющимся.

На использовании уравнения Бернулли основано создание приборов для измерения скорости и расхода потока жидкости.

При составлении уравнения Бернулли следует пользоваться следующей ***методикой.***

1. Выбираются два сечения, в которых известно наибольшее количество параметров, входящих в уравнение, или их нужно определить. Такими сечениями служат свободная поверхность жидкости или места установки измерительных приборов (манометров, вакуумметров, пьезометров и им подобных). Сечения проводятся горизонтально по свободной поверхности (для практических расчётов скорость на свободной поверхности принимается равной нулю, $u = 0$) или нормально к направлению движения жидкости, т. е. по живому сечению.

2 Сечения нумеруются по направлению движения жидкости. Это обусловлено тем, что потери напора в гидравлических сопротивлениях увеличиваются по направлению движения жидкости, и дополнительный член уравнения h_w, учитывающий эти потери, должен быть со знаком плюс.

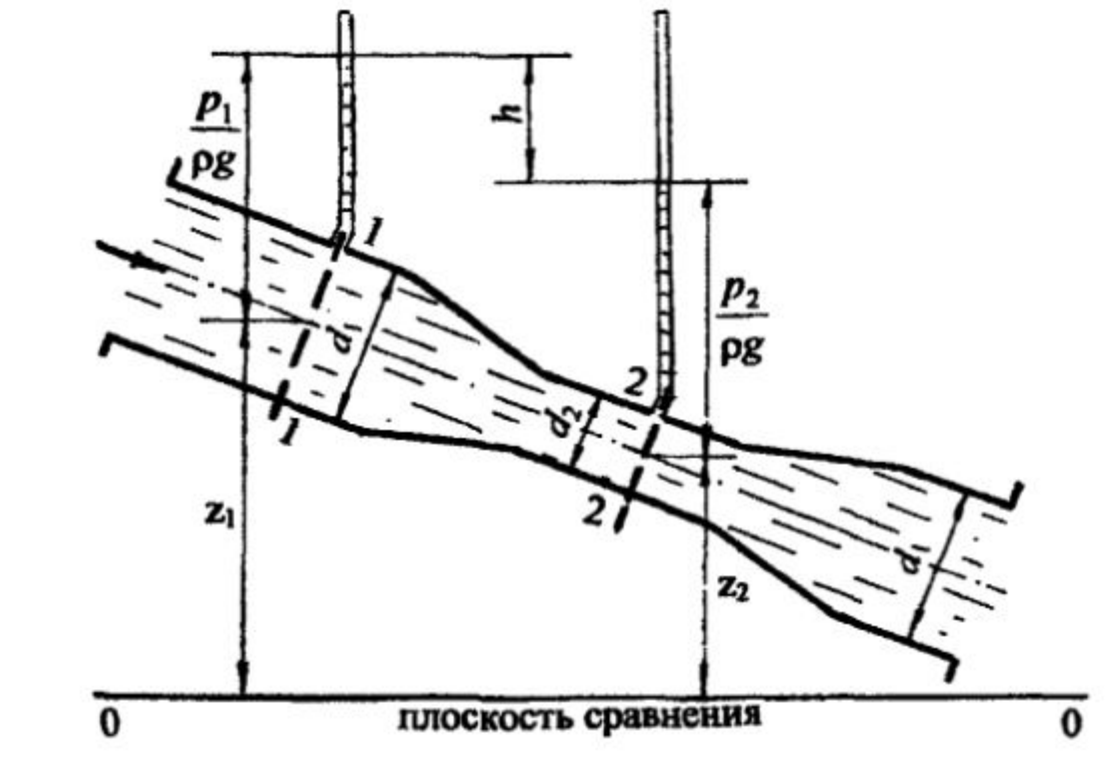
3 В уравнении Бернулли рекомендуется учитывать ***абсолютное давление в выбранных сечениях***. Это позволит избежать ошибок при определении давления в сечениях.

4 Выбирается плоскость сравнения 0-0. Как правило, она совмещается с одним из сечений или проводится через его ось, тогда геометрическая высота этого сечения равна нулю ($z = 0$). Следует помнить, что плоскость сравнения всегда горизонтальная. Отсчёты геометрической высоты сечения z от плоскости сравнения вверх считаются положительными, вниз - отрицательными.

5 Уравнение Бернулли записывается в общем виде. Под уравнением представляются значения параметров. Производится подстановка всех величин в уравнение в буквенном выражении. Уравнение решается относительно неизвестного параметра.

Приборы для измерения скорости и расхода, основанные на уравнении Бернулли

Расходомер Вентури **-** это труба с плавным переходом от большего диаметра к меньшему, небольшой цилиндрической вставки меньшего диаметра и плавного перехода от меньшего диаметра к большему. В широкой и узкой части расходомера подключены приборы для измерения давления, например пьезометры, по показаниям которых рассчитывается скорость и расход неразрывного потока. Как правило, соотношение диаметров принимается равным: $\boldsymbol{d_2 : d_1 = 1/2;\ 1/3}$ и тому подобным.



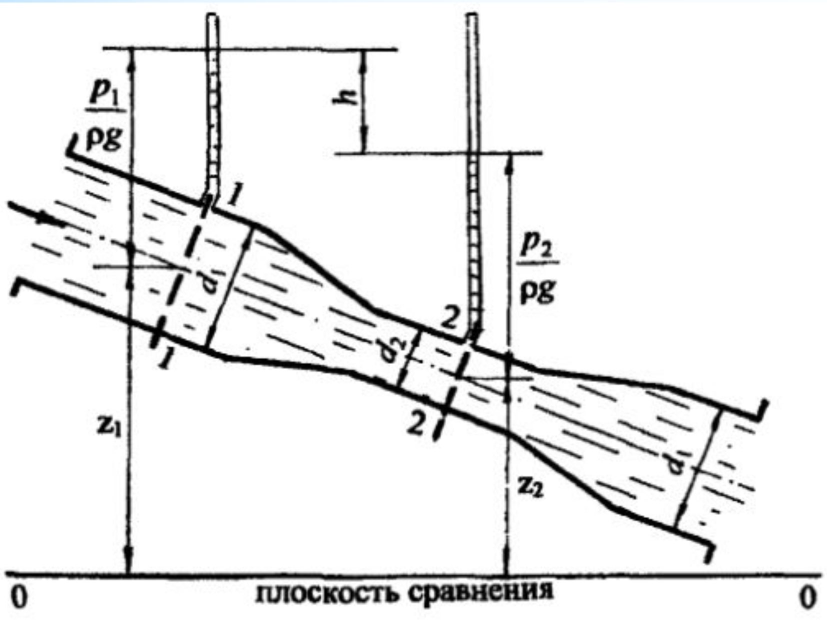
Для определения скорости и расхода жидкости воспользуемся уравнением Бернулли. Пусть представленный прибор является водомером.

1 Согласно принятой методике выберем два живых сечения в местах установки пьезометров. Сечения проведём нормально к направлению движения потока воды.

2 Сечения ***1-1*** и ***2-2*** пронумеруем по направлению движения воды.

3 В выбранных сечениях покажем пьезометрические напоры: $\frac{P_1}{\rho g}$ и $\frac{P_2}{\rho g}$, обозначим разность показаний пьезометров через ***h***.

4 Проведём произвольно горизонтальную плоскость сравнения ***0-0*** и покажем геометрические высоты выбранных сечений z_1 и z_2.



5 Запишем уравнение Бернулли в общем виде:

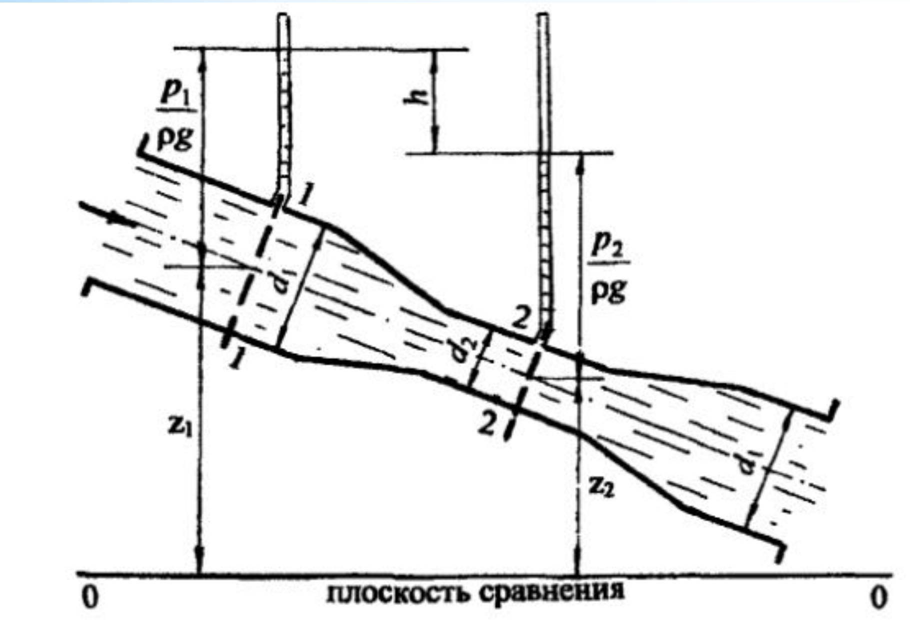
$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha u_2^2}{2g} + h'_{w1}$$

Пренебрегаем потерями напора в водомере (h'_{w1-2} =0), считая, что переходы от одного диаметра к другому сделаны плавно и хорошо механически обработаны, как этого требуют приборы.

Принимаем $\alpha_1 = \alpha_2 = 1{,}0$ для движения воды в круглой трубе при турбулентном движении.

Группируя соответственно члены уравнения со статическим и скоростным напорами, получим:

$$\left(z_1+\frac{p_1}{\rho g}\right)-\left(z_2+\frac{p_2}{\rho g}\right)=\frac{u_1^2}{2g}-\frac{u_2^2}{2g}$$



Из рисунка следует

$$h=\left(z_1+\frac{p_1}{\rho g}\right)-\left(z_2+\frac{p_2}{\rho g}\right)$$

значит

$$h=\frac{u_1^2}{2g}-\frac{u_2^2}{2g}$$

В этом уравнении два неизвестных V_1, **и** V_2, но из условия неразрывности потока ($\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$) следует, что $\boldsymbol{v_1\omega_1 = v_2\omega_2}$.

Определяем отсюда $v_2 = v_1 \frac{\omega_1}{\omega_2}$ и далее $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2}$. Для лучшего понимания дальнейшего решения, принимаем $d_2 : d_1 = 1/2$, тогда $v_2 = 4v_1$.

Разность показаний пьезометров h

$$h = \frac{16v_1^2 - v_1^2}{2g} = \frac{15v_1^2}{2g}.$$ Отсюда $v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{15}}$

Расход воды $G = v_1\omega_1 = \omega_1\sqrt{\frac{2gh}{15}} = K_{\text{приб}}\omega_1\sqrt{h}$, где $K_{\text{приб}} = \sqrt{\frac{2g}{15}}$

Значение поправочного коэффициента прибора ($K_{\text{приб}}$) зависит от соотношения диаметров расходомера Вентури в широкой и узкой частях прибора. Как правило, в расчётную формулу расхода (Q) вводится также тарировочный коэффициент φ, который учитывает потери напора в расходомере и определяется опытным путём.

Формула расхода принимает вид: $Q = \varphi\, K_{\text{приб}}\omega_1\sqrt{h}$

$$Q = \varphi\, K_{\text{ПРИБ}} \omega_1 \sqrt{h}$$

Анализируя формулу, видим, что расход жидкости является функцией разности показаний пьезометров (***h***) или показания другого прибора для измерения разности напоров.

Расходомер Вентури используется не только для капельных жидкостей, но и для газообразных. В этом случае в широкой и узкой частях расходомера выводятся штуцера, к которым подсоединяется жидкостный прибор для измерения разности давлений, например ***U***-образный манометр или микроманометр с наклонной трубкой.

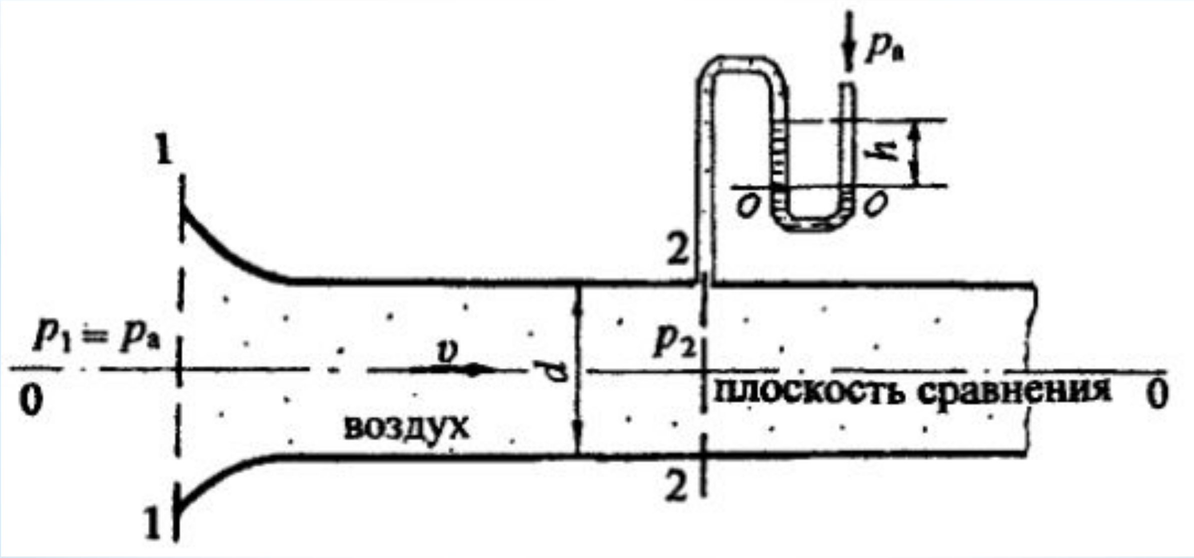
Входной коллектор. Входной коллектор используется для определения скорости и расхода во всасывающих воздушных, газовых, вентиляционных, пневмотранспортных и других системах.

Входной коллектор устанавливается на входе в систему и представляет трубу с плавным входом, выполненным по какому-либо криволинейному закону, например по параболе, так, чтобы исключить потери напора на входе в коллектор.

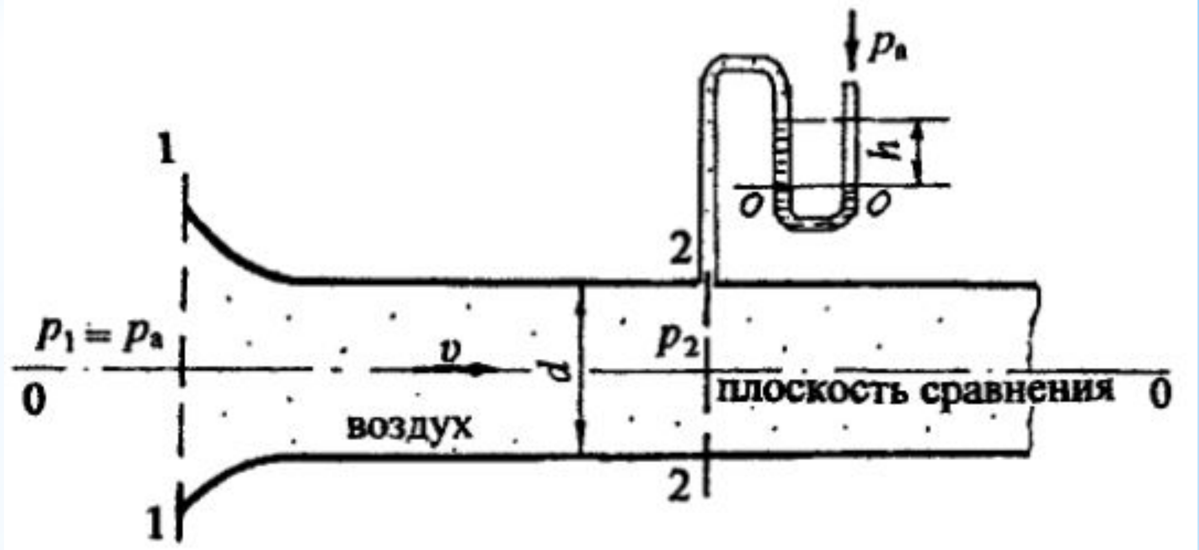
На расстоянии *3-5* диаметров трубы от входа выводится штуцер, к которому подключается жидкостный прибор для измерения давления (U образный манометр, микроманометр). Рабочей жидкостью в приборе может быть вода, спирт или другая капельная жидкость. По показанию прибора (***h***) рассчитывается средняя скорость потока газообразной жидкости в трубе и её расход.

Покажем расчёт скорости и расхода газообразной жидкости во всасывающей системе, пользуясь уравнением Бернулли.

1 Выберем два сечения по кромке входного сечения коллектора, где скорость ещё практически отсутствует, и в месте установки измерительного прибора. Сечения проведём нормально к направлению движения жидкости, например воздуха.



Покажем расчёт скорости и расхода газообразной жидкости во всасывающей системе, пользуясь уравнением Бернулли.



2 Пронумеруем сечения ***1-1*** и ***2-2*** по направлению движения воздуха.

3 Учтём ***абсолютное давление в выбранных сечениях.*** Абсолютное давление в первом сечении $p_1 = p_a$. Абсолютное давление во втором сечении будет меньше атмосферного, так как всасывание идёт за счёт создания вакуума. Пользуясь уравнениями гидростатики, составим условие равенства давления относительно плоскости уровня ***O-O*** в ***U***-образном манометре, получим абсолютное давление во втором сечении

$p_2 = p_a - \rho_{жидк} g h.$

4 Плоскость сравнения ***0-0*** совместим с осью коллектора, тогда геометрические высоты сечений $Z_1 = 0$; $Z_2 - 0$.

5 Запишем уравнение Бернулли в общем виде, под уравнением представим значения всех параметров и сделаем подстановку данных. При подстановке слагаемых уравнения принимаем $\alpha_2 = 1{,}0$ (круглая труба), потерями напора на входе в коллектор и на участке в трубе между сечениями ***1-1*** и ***2-2*** пренебрегаем:

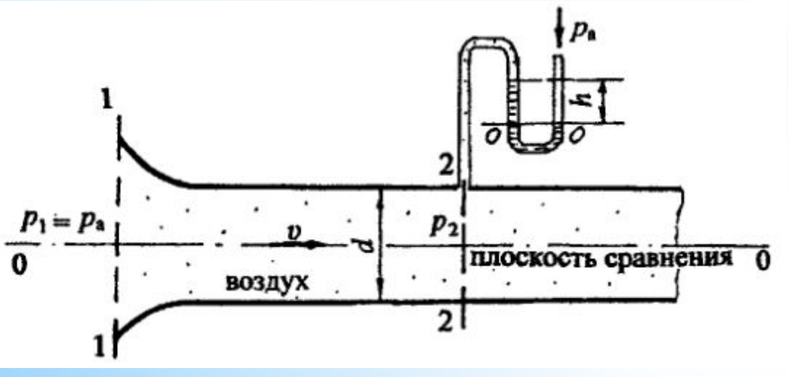
$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha u_2^2}{2g} + h'_{w1-2}$$

$Z_1 = 0$; $\qquad Z_2 = 0$

$p_1 = p_a$ $\qquad p_2 = p_a - \rho_{жидк} g h.$

$v_1 = 0$ $\qquad \alpha_2 = 1{,}0$; $v_2 = v$; $h'_{w1-2} = 0$

Принимаем движущуюся жидкость - воздух плотностью $\rho_{возд}$. После подстановки слагаемых в уравнение Бернулли: $\frac{p_a}{\rho_{возд} g} = \frac{p_a}{\rho_{возд} g} - \frac{\rho_{жидк}}{\rho_{возд} g} + \frac{v^2}{2g}$



После соответствующих сокращений и преобразований получим расчётную формулу для скорости движения воздуха в трубе:

$$\boldsymbol{v} = \sqrt{\frac{2g\rho_{\text{жидк}}h}{\rho_{\text{возд}}}} = \boldsymbol{K}_{\text{колл}}\sqrt{\boldsymbol{h}}$$

где $\boldsymbol{K}_{\text{колл}} = \sqrt{\frac{2g\rho_{\text{жидк}}}{\rho_{\text{возд}}}}$ - коэффициент прибора (коллектора), зависящий от вида транспортируемой жидкости (воздух, газ) и плотности жидкости в измерительном приборе давления.

Как правило, приборы для измерения скорости и расхода тарируются, т. е. проверяются расчёты по поверенным, стандартным приборам и вводится поправочный тарировочный коэффициент $\boldsymbol{\varphi}$, тогда

$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\varphi}\, \boldsymbol{K}_{\text{колл}}\sqrt{\boldsymbol{h}}$, соответственно $\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{\varphi}\, \boldsymbol{K}_{\text{колл}}\boldsymbol{\omega}\sqrt{\boldsymbol{h}}$,

Где $\boldsymbol{\omega} = \frac{\pi d^2}{4}$ **-** площадь живого сечения трубы.

Формула расхода для коллектора аналогична формуле расхода для расходомера Вентури. По аналогии с расходомером Вентури для входного коллектора можно построить графическую зависимость ***v=f(h)*** и ***Q =f***(h), которой практически удобно пользоваться для определения скорости и расхода без проведения расчётов.

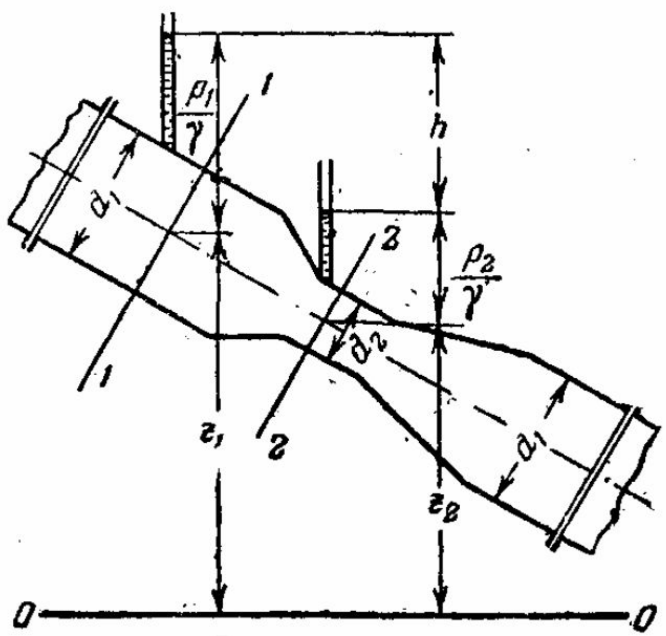
Пример 1: На трубопроводе установлен водомер Вентури. Определить расход воды, протекающий по трубопроводу, если разность показаний пьезометров h = 20 *см,* диаметр трубопровода d_1 = 10 *см,* а диаметр горловины d_2 = 5,6 *см*. При расчете потерями напора, а также сжатием струи в горловине пренебречь.

Решение: Площадь поперечного сечения горловины $\boldsymbol{\omega_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}}$

Площадь сечения горловины $\boldsymbol{\omega_2 = \frac{\pi d_2^2}{4}}$

Выбрав произвольную плоскость сравнения О - О, составим уравнение Бернулли для двух сечений *1-1* и *2-2,* пренебрегая потерями напора:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha u_2^2}{2g}$$



принимая $\alpha_1 = \alpha_1 = 0$ и перенося члены, выражающие кинетическую энергию в правую часть, получаем:

$$\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g}\right) = \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g}$$

Из рисунка видно, что $\boldsymbol{h = \left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g}\right)}$

Значит: $\boldsymbol{h = \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g}}$

Выразим скорость v_1 через расход, для чего воспользуемся уравнением неразрывности

$Q = \omega_1 v_1 = \omega_2 v_2$, откуда $\boldsymbol{v_1 = \frac{\omega_2}{\omega_1} v_2}$.

Подставим скорость v_1 в уравнение для h:

$$h = \frac{v_2^2}{2g} - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 \frac{v_2^2}{2g}$$

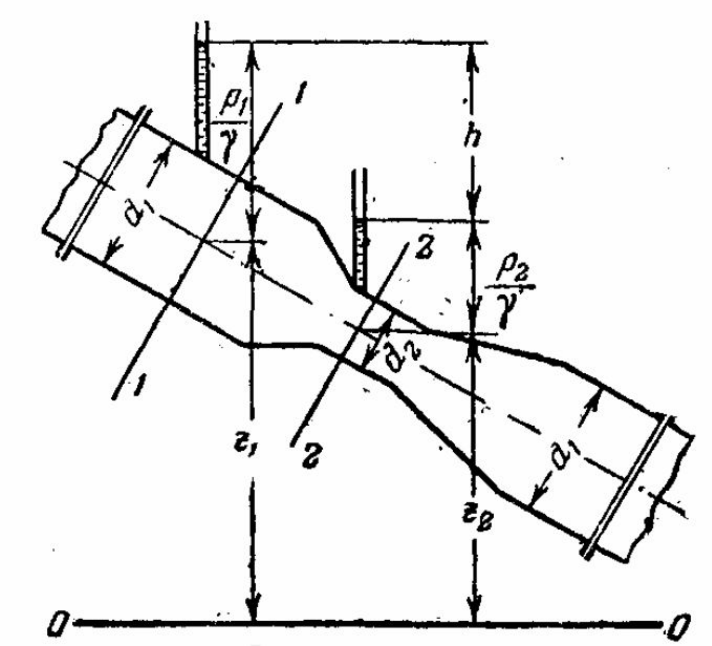
Расход без учета потерь напора (теоретический расход)

$$Q_т = \omega_2 v_2 = \omega_2 \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2}}$$

Так как ω_1 и ω_2 для данного водомера при пропуске различных расходов не меняются, то обозначим постоянную водомера через А, т.е.

$$A = \omega_2 \sqrt{\frac{2g}{1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2}}$$

тогда $Q_т = A\sqrt{h}$



Ввиду наличия потерь напора фактический расход будет veньше, т. е. $Q_т = \varphi A\sqrt{h}$

Где φ - коэффициент расхода водомера, определяемый опытным путем.

Подставляя числовые значения

$$\omega_1 = \frac{3.14 \cdot 10^2}{4} = 78.5\ cm^2 \qquad \omega_2 = \frac{3.14 \cdot 5.6^2}{4} = 24.62\ cm^2$$

$$A = 24.62\sqrt{\frac{1962}{1-\left(\frac{24.62}{78.5}\right)^2}} = 1150\ cm^2/cek$$

Находим искомый расход при φ=0,95

$$Q_т = 0,95 \cdot 1150\sqrt{20} = 4886\ cm^3/cek \approx 4,89\ dm^3/cek \approx 4.89\ л/сек$$

Потери напора в гидравлических сопротивлениях

Дополнительный член уравнения Бернулли h_w соответствует потерям напора в гидравлических сопротивлениях, которые складываются из суммарных потерь напора в местных сопротивлениях ($\sum h_r$) и потерь напора по длине (h_l):

$$H_{w=} \sum h_r + h_l$$

В гидродинамике принято считать, что потери напора в любом гидравлическом сопротивлении пропорциональны скоростному напору

$$\frac{u^2}{2g}$$

Местными сопротивлениями называются различного рода устройства, при прохождении через которые происходит деформация потока, изменение направления движения жидкости или величины скорости, или того и другого.

К местным сопротивлениям относятся краны, задвижки, отводы (колена), внезапное сужение, внезапное расширение, вход в трубу и прочие.

Знак суммы (∑) в местных сопротивлениях показывает, что на одном трубопроводе может быть установлено несколько местных сопротивлений, потери напора в которых суммируются.

Теоретически потери напора в местном сопротивлении рассчитываются по формуле: $\boldsymbol{h_r = \zeta \frac{v^2}{2g}}$

где $\boldsymbol{\zeta}$ - ***коэффициент местного сопротивления***, значения которого, как правило, устанавливается экспериментально, для некоторых видов местных сопротивлений коэффициент $\boldsymbol{\zeta}$ рассчитан теоретически. На величину коэффициента $\boldsymbol{\zeta}$ влияют геометрические размеры, конфигурация местного сопротивления и режим течения жидкости.

Значения коэффициентов местных сопротивлений $\boldsymbol{\zeta}$ приводятся в справочниках и таблицах.

Потери напора по длине - это потери напора, возникающие при движении жидкости вдоль стенок трубопровода, зависящие от диаметра (***d***), длины трубы (***l***), скоростного напора и состояния внутренней поверхности трубы. Потери напора по длине называются также ***линейными потерями*** и рассчитываются по формуле

$$\boldsymbol{h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}}$$

где $\boldsymbol{\lambda}$ - коэффициент гидравлического сопротивления, или ***коэффициент Дарси***

Значение коэффициента $\boldsymbol{\lambda}$ или выбор расчётной зависимости этого коэффициента ***зависит от режима движения жидкости и шероховатости трубы*** (или другого русла).

В гидродинамике введено ***понятие единичных,*** или ***удельных***, потерь напора по длине, называемых ***гидравлическим уклоном.*** Гидравлический уклон $\boldsymbol{I = h_l/l}$ и рассчитывается по формуле

$$\boldsymbol{I = \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2g}}$$

Расчётные зависимости гидравлического уклона (***I***) для различных режимов движения выводятся теоретически или эмпирически, затем можно перейти к потерям напора по длине ($\boldsymbol{h_l}$). Многими учёными проведены исследования движения жидкости при турбулентном режиме, как наиболее сложном, и даны эмпирические зависимости для коэффициента гидравлического сопротивления ($\boldsymbol{\lambda}$), который входит в расчётные формулы.

Иногда при расчётах потери напора в местных сопротивлениях заменяют потерями напора в прямолинейном участке трубы ***эквивалентной длины.***

Эквивалентная длина ($l_э$) - это такая длина прямолинейного участка трубы, потери напора в котором равны (эквивалентны) потерям напора в местном сопротивлении при том же расходе жидкости:

$$\lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2g} = \zeta \frac{v^2}{2g}$$

значит:

$$l_э = \frac{\zeta d}{\lambda}$$

Рассмотрим, от каких факторов и параметров зависят потери напора по длине при ламинарном и турбулентном режимах движениях жидкости.

Потери напора по длине при ламинарном режиме движения жидкости

Исследования Рейнольдса и других учёных показали, что при ламинарном режиме потери напора *пропорциональны скорости в первой степени и зависят только от числа Рейнольдса* ***(Re).***

Аналитически выведена формула для гидравлического уклона при ламинарном режиме:

$$I = \frac{64}{Re}\frac{1}{d}\frac{v^2}{2g}$$

Сравнив эту формулу с формулой $I = \lambda\frac{1}{d}\frac{v^2}{2g}$, заключаем, что при ламинарном режиме коэффициент гидравлическою сопротивления (λ):

$$\lambda = \frac{64}{Re}, \quad \text{т.е. } \lambda = f(Re).$$

Потери напора по длине при ламинарном режиме соответственно рассчитываются по формуле:

$$h_l = \frac{64}{Re}\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}$$

Формула носит имя автора доктора медицины ***Пуазейля***, который исследовал движение жидкости, в частности крови, в капиллярных трубках, вывел эту формулу эмпирически, в гидродинамике формула доказана аналитически.

Потери напора по длине при турбулентном режиме

Турбулентное течение жидкости является наиболее распространённым в технике, но представляет в то же время одно из сложных гидравлических процессов. Многочисленные исследования учёных показали, что *создать строгую теорию турбулентного режима не представляется возможным*, поэтому для теоретических и инженерных расчётов пользуются экспериментальными данными, графическими зависимостями и эмпирическими формулами.

Как отмечено выше, при числах Рейнольдса $\boldsymbol{Re<Re_{Kp}}$ имеет место ***ламинарный режим*** движения. С возрастанием скорости потока и чисел Рейнольдса, снижается устойчивость ламинарного режима, начинаются колебательные движения струек, появляются пульсации скорости, т. е. кроме продольных составляющих скорости возникают поперечные составляющие, при дальнейшем увеличении скорости образуются завихрения, неупорядоченное движение, перемешивание потока, т. е. режим движения становится турбулентным.

Разрушение ламинарного течения начинается с оси потока, постепенно образуется турбулентное ядро потока, а у стенки трубы остаётся ***пограничный (пристеночный) слой,*** который состоит из ***ламинарного (вязкого) подслоя и переходного слоя.***

Ламинарный подслой расположен непосредственно у стенки трубы, скорость в нём меняется от ***0*** у стенки (частицы жидкости просто прилипают к стенке и не двигаются) до *некоторой величины*. Изменение скорости в пределах вязкого слоя близко к линейному закону.

Толщина ламинарного подслоя (***δ***) имеет малую величину (от долей миллиметра до 1-2 мм) и рассчитывается по формуле

$$\boldsymbol{\delta = \frac{30d}{Re\sqrt{\lambda}}}$$

Из этой формулы следует, что с увеличением числа Рейнольдса ***(Re)*** толщина вязкого подслоя уменьшается

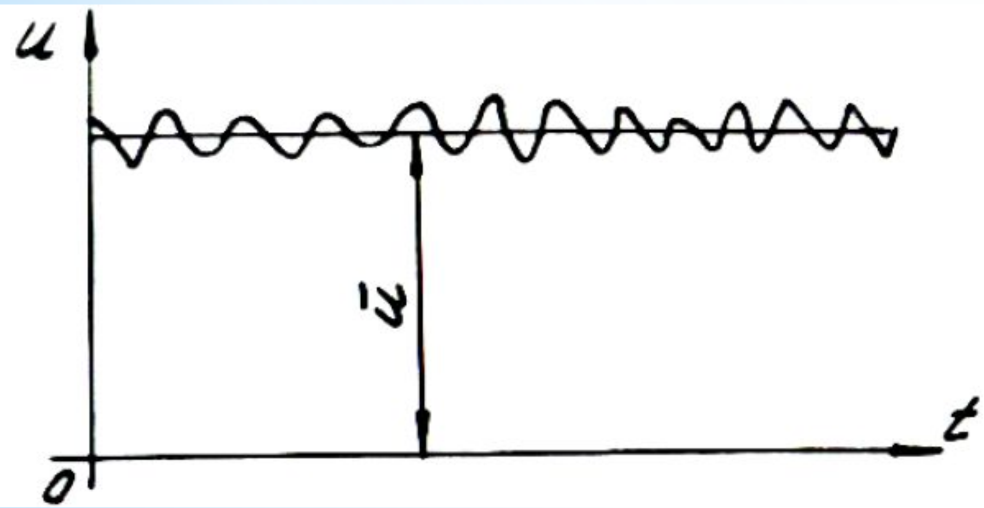
В результате сложного характера движения частиц жидкости в турбулентном потоке в любой его точке в каждый момент времени мгновенная скорость может принимать новые значения по величине и направлению. Эти колебания во времени мгновенной местной скорости называются пульсацией скорости. Пульсация скорости сопровождается пульсацией давления.

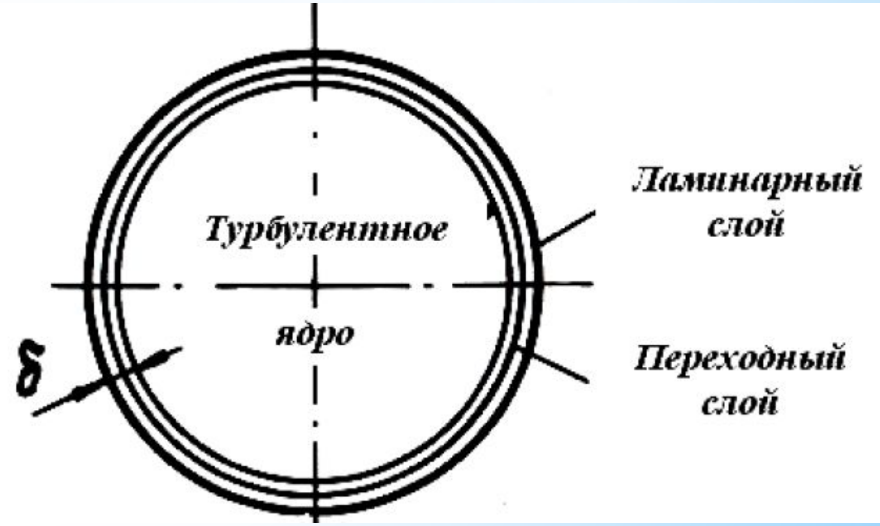
Величина скорости беспорядочно колеблется около некоторого осредненного по времени значения U, которое в данном случае остается постоянным.

Для упрощения расчетов вводится понятие «средняя местная скорость U». Это фиктивная средняя скорость в данной точке потока за достаточно длинный промежуток времени.

Эта скорость, как показывают опыты, несмотря на значительные колебания мгновенных скоростей, остается практически постоянной и параллельной оси потока.

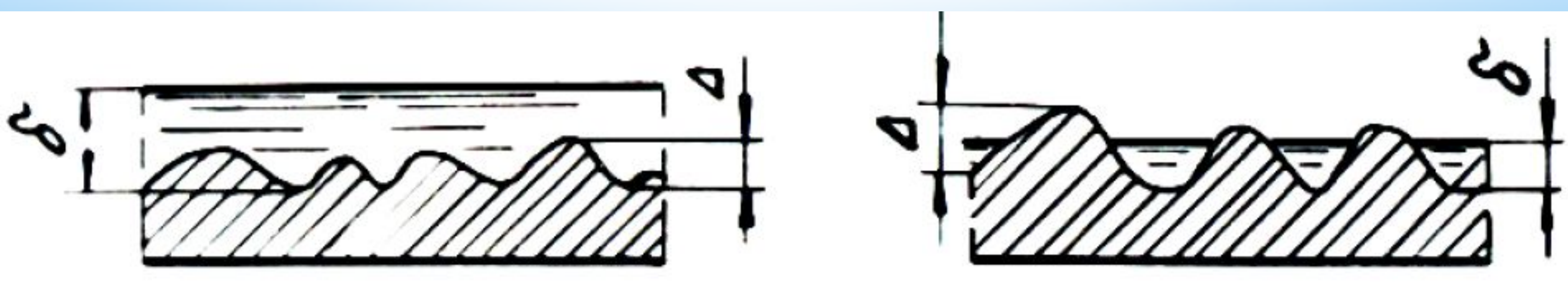
Это позволяет применять для турбулентных потоков уравнение Бернулли.





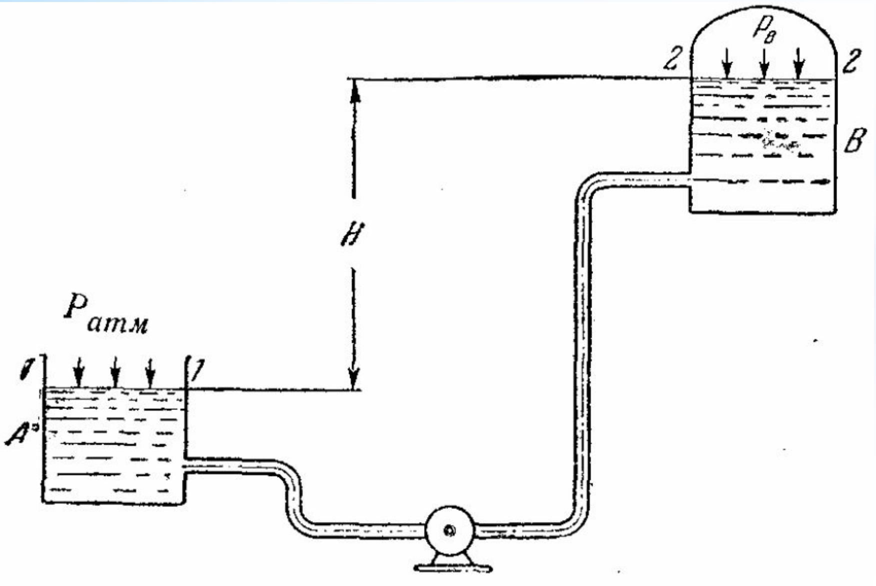
Ввиду наличия потерь напора фактический расход будет vеньше, т. е. $Q_{т} = \varphi A\sqrt{h}$

Где φ - коэффициент расхода водомера, определяемый опытным путем.

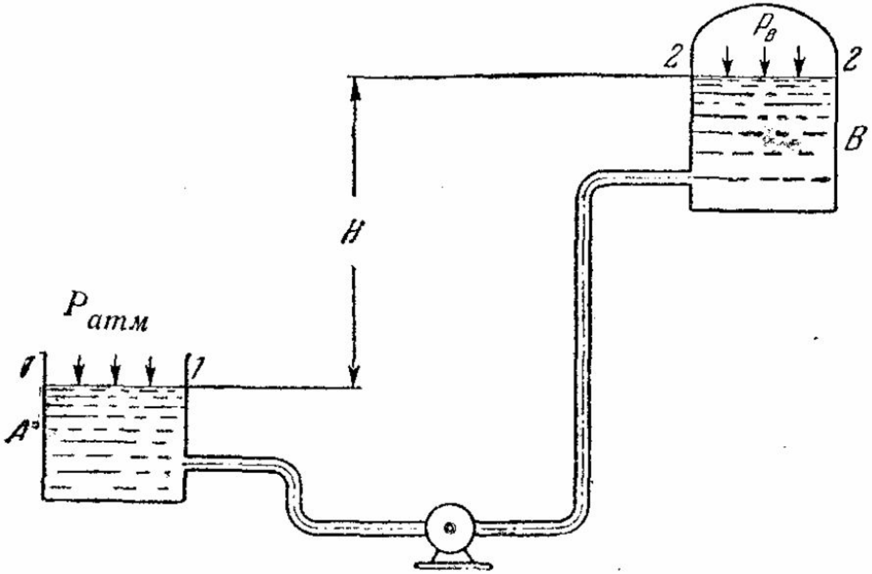


Пример 2: Определить мощность, необходимую для работы центробежного насоса, установленного по схеме, изображённой на рисунке. Насос перекачивает жидкость удельного веса γ = 900 кГ/м^3 из открытого резервуара *А* в напорный резервуар *В,* разность уровней в которых Н=20 м. В резервуаре *В* поддерживается избыточное давление $p_в$=1,2 *ати.* Производительность насоса *Q* = 50 *л/сек,* его коэффициент полезного действия η = 0,8 потери напора во всасывающем и нагнетательном трубопроводах $h_{А-В}$=8 м.

Решение: Составляем уравнение Бернулли для сечений 1 и *2,* совпадающих со свободными поверхностями жидкости в резервуарах А и В. При этом следует учесть, что напор в сечении *2* будет больше, чем напор в сечении 1, на величину напора $H_н$, развиваемого насосом и сообщаемого им жидкости, и меньше на потерю напора $h_{А-В}$ между этими сечениями. Таким образом, имеем:



$$z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{\alpha u_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{\alpha u_2^2}{2g}-H_н+h_{A-B}$$



Отсюда, принимая за плоскость сравнения поверхность жидкости в резервуаре A и имея в виду, что

$z_1 = 0$, $z_2 = H$, $p_1 = p_{атм}$, $p_2 = p_B + \rho_{атм}$.

и пренебрегая скоростными напорами $\frac{u_1^2}{2g}$ и $\frac{u_2^2}{2g}$ ввиду их малости по сравнению с остальными величинами, получаем:

$$\mathrm{H_н} = \mathrm{H} + \frac{\mathrm{p_B}}{\gamma} + h_{A-B} = 20 + \frac{1,2 \cdot 10000}{900} + 8 = 41.3 \text{ м}$$

После этого по формуле $N = \frac{\gamma Q H_н}{75\eta}$ находим мощность, потребляемую насосом:

$$N = \frac{900 \cdot 0,05 \cdot 41,3}{75 \cdot 0,8} = 31 \text{ л. с.}$$

Понятие о гидравлически гладких и шероховатых трубах

Рассмотрим, как влияет ***шероховатость*** труб на потери напора по длине при турбулентном режиме.

На внутренней поверхности трубы имеются неровности, выступы, которые называются ***шероховатостью.***

Различают:

а) ***абсолютную шероховатость***, которая соответствует высоте выступов, неровностей, обозначается Δ, измеряется в мм;

б) ***относительную шероховатость:*** $\frac{\Delta}{d}$ или $\frac{\Delta}{r}$;

в) ***относительную гладкость -*** величина, обратная относительной шероховатости: $\frac{d}{\Delta}$ или $\frac{r}{\Delta}$.

Форма и высота выступов и неровностей вдоль стенки трубы неодинаковы, поэтому измерить и учесть абсолютную шероховатость практически невозможно. С целью упрощения гидравлических расчётов введено понятие ***эквивалентной*** шероховатости ($\Delta_э$), при которой потери напора в трубе равны (эквивалентны) потерям напора с фактической неоднородной шероховатостью.

В расчётных формулах ***эквивалентная шероховатость*** $\Delta_э$ упрощённо может записываться, как абсолютная шероховатость Δ.

Согласно данным большинства учёных и авторов учебников, при турбулентном режиме можно выделить ***три зоны (области) сопротивления.***

1. Движение вдоль гладких стенок. Это случай, когда толщина вязкого слоя больше абсолютной шероховатости ($\boldsymbol{\delta}>\Delta_э$). Турбулентное ядро скользит по ламинарному подслою. Выступы, неровности перекрыты вязким слоем, шероховатость не влияет на потери напора. Такие трубы называются ***«гидравлически гладкими».*** Потери напора по длине пропорциональны скорости $\boldsymbol{v^{1,75}}$. Коэффициент гидравлического сопротивления ($\boldsymbol{\lambda}$) не зависит от шероховатости и является функцией только числа Рейнольдса ***(Re).***

Для этой зоны сопротивления пользуются ***эмпирической формулой Блазиуса***

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}}$$

Т.е. $\boldsymbol{\lambda=f(Re)}$

2. ***Зона доквадратичного сопротивления***. Это область сопротивления, в которой потери напора зависят как от числа Рейнольдса ***(Re),*** так и от шероховатости. Потери напора по длине пропорциональны скорости $v^{1,75-2,0}$, т. е. степенной коэффициент скорости до 2,0, отсюда и название - "*зона доквадратичного сопротивления*".

В этой области происходит переход от ***гидравлически гладкого*** к вполне ***шероховатому трению.***

А.Д.Альтшуль обобщил экспериментальные данные, графические зависимости и теоретические положения ряда учёных и для зоны доквадратичного сопротивления предложил эмпирическую формулу

$$\lambda = 0,11\left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta_э}{d}\right)^{0,25}$$

Т.е. $\lambda = f(Re, \frac{\Delta_э}{d})$

3. Зона квадратичного сопротивления. Это движение, при котором толщина вязкого слоя меньше абсолютной шероховатости ($\boldsymbol{\delta} < \boldsymbol{\Delta}_э$). Вязкий слой при больших числах Рейнольдса ***(Re)*** практически разрушен, турбулентное ядро касается неровностей, возникают дополнительные завихрения и связанные с ними потери напора. Потери напора по длине пропорциональны скорости $\boldsymbol{v^2}$**,** отсюда и название - "*зона квадратичного сопротивления*".

Коэффициент гидравлического сопротивления ($\boldsymbol{\lambda}$) является функцией шероховатости. Другое название этой области сопротивления - "***движение вдаль шероховатых стенок***"**,** а трубы называются ***"гидравлически шероховатыми".***

Для этой области в соответствии с гидравлическими особенностями явлений турбулизации, применимы эмпирические формулы многих учёных. Для практических расчётов рекомендуется пользоваться формулами:

формула ***Никурадзе:*** $\boldsymbol{\lambda = \frac{1}{\left(1{,}74 + 21g\frac{r}{\Delta}\right)^2}}$

Т.е. $\boldsymbol{\lambda = f(\frac{r}{\Delta})}$

формула ***Шифринсона:***

$$\boldsymbol{\lambda = 0,11\left(\frac{\Delta_э}{d}\right)^{0,25}}$$

Т.е. $\boldsymbol{\lambda = f\left(\frac{\Delta_э}{d}\right)}$

Для турбулентного режима формула А. Д. Альтшуля ($\boldsymbol{\lambda = 0,11\left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta_э}{d}\right)^{0,25}}$) признана наиболее обобщённой и удобной для практических расчётов, так как вычисления по ней сводятся к элементарным алгебраическим действиям и дают надёжные результаты.

Согласно теории Альтшуля, при $\boldsymbol{2300 < Re < 20\,\frac{d}{\Delta_э}}$- второе слагаемое в формуле значительно меньше первого, на потери напора влияет только число Рейнольдса ***(Re),*** и формула практически совпадает с формулой Блазиуса: $\boldsymbol{\lambda = 0,11\left(\frac{68}{Re}\right)^{0,25} = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}}$, т.е. $\boldsymbol{\lambda = f(Re)}$

Как правило, эта зона сопротивления соответствует числам Рейнольдса до $\boldsymbol{Re = 2 \cdot 10^4}$.

При числах Рейнольдса $\boldsymbol{20\frac{d}{\Delta_э} < Re < 500\frac{d}{\Delta_э}}$ - на потери напора оказывают влияние как число ***Re,*** так и относительная шероховатость $\frac{\Delta_э}{d}$, имеет место зона доквадратичного сопротивления.

Коэффициент гидравлического сопротивления к следует рассчитывать по формуле

$$\boldsymbol{\lambda = 0,11\left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta_э}{d}\right)^{0,25}}$$

Границы изменения чисел Рейнольдса $Re=2\cdot10^4$ -$5\cdot10^4$

При числах Рейнольдса Re > 500 $\frac{d}{\Delta_э}$ имеет место зона квадратичного сопротивления, или движение вдоль шероховатых стенок. В формуле

$\boldsymbol{\lambda = 0,11\left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta_э}{d}\right)^{0,25}}$ первое слагаемое значительно меньше второго, им можно пренебречь. Потери напора по длине зависят только от относительной шероховатости $\frac{\Delta_э}{d}$, и формула переходит в формулу Шифринсона

$$\boldsymbol{\lambda = 0,11\left(\frac{\Delta_э}{d}\right)^{0,25}}$$

Согласно графической зависимости А. Д. Альтшуля, для этой области сопротивления значения чисел Рейнольдса находятся в пределах $Re=5\cdot10^4$ -10^6

Из выше изложенного следует, что понятие "***гидравлически гладкие"*** и «***гидравлически шероховатые***" трубы относительное. Так, одна и та же труба с определённой шероховатостью может считаться гидравлически гладкой или шероховатой в зависимости от скорости движения (или числа ***Re),*** тогда для коэффициента гидравлического сопротивления $\boldsymbol{\lambda}$ выбирается соответствующая расчётная формула.

В представленной методике выбора расчётной зависимости коэффициента λ следует учитывать, что в трубах с большой шероховатостью при движении воды даже при малых числах Рейнольдса (***Re<2300***) *ламинарный режим движения невозможен.*

Потери напора по длине в трубах с описательной шероховатостью

В гидравлических расчётах трубопроводов и других русел часто приходится встречаться с такой внутренней поверхностью трубы (бетонные, асбестовые, загрязнённые, водосточные трубы и им подобные) или иного русла (канала, лотка, жёлоба), для которых невозможно определить абсолютную шероховатость. В этом случае предложено коэффициент гидравлического сопротивления к рассчитывать по формуле

$$\boldsymbol{\lambda} = \frac{\boldsymbol{8g}}{\boldsymbol{C^2}}$$

где ***C*** - коэффициент Шези

Коэффициент Шези (***C***) зависит от многих факторов, в том числе от геометрических размеров и состояния внутренней поверхности трубы или другого русла. В практике расчётов коэффициент ***C*** можно принимать по таблицам или рассчитывать по специальным формулам. Наиболее простой формулой для определения коэффициента Шези является ***формула Маннинга:***

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{1}{n} R^{1/6}}$$

где ***n*** или ***1/n*** - коэффициенты шероховатости стенок трубы или русла по описанию, приводятся в таблицах. ***R*** - гидравлический радиус, м. Для круглой трубы гидравлический радиус ***R =d/4.***

Потери напора по длине, выраженные через обобщённые параметры

В практике расчётов гидравлических систем, в частности трубопроводных систем, часто приходится рассчитывать потери напора по длине не через скорость (***v***), а через расход (***Q***), который известен или его нужно определить.

Преобразуем формулу $\boldsymbol{h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}}$ потерь по длине:

а) выразим скорость через расход: $\boldsymbol{v^2 = \frac{Q^2}{\omega^2}}$

б) введём гидравлический радиус: ***d=4R***

в) коэффициент гидравлического сопротивления (***λ***) запишем по формуле: $\boldsymbol{\lambda = \frac{8g}{C^2}}$

Получаем: $\boldsymbol{h_l = \frac{8g}{C^2} \frac{l}{4R} \frac{Q^2}{\omega^2 2g} = \frac{Q^2}{C^2 \omega^2 R} l}$

В формуле обозначим $\boldsymbol{C^2 \omega^2 R = K^2}$, где $\boldsymbol{K = C\omega\sqrt{R}}$ называется ***модулем расхода***, или *расходной характеристикой*, единица измерения ***м³/с***.

Формула принимает вид:

$$h_l = \frac{Q^2}{K^2} l$$

Для удобства практических расчётов величина ***1/K²*** обозначается через ***A:***

$$A = \frac{1}{K^2}$$

где ***A*** - удельное сопротивление (сопротивление единицы длины), единица измерения $с^2/м^6$.

Таким образом, потери напора по длине рассчитываются по формуле

$$h_l = AQ^2 l$$

В приведённых формулах параметры ***K*** и ***A*** называются ***обобщёнными параметрами***, значения которых приводятся в таблицах.

Обобщив все теоретические положения по расчёту потерь напора по длине (h_l), предлагается схему для выбора теоретической расчётной формулы коэффициента гидравлического сопротивления λ.

Схема выбора теоретической формулы для расчёта коэффициента гидравлического сопротивления λ

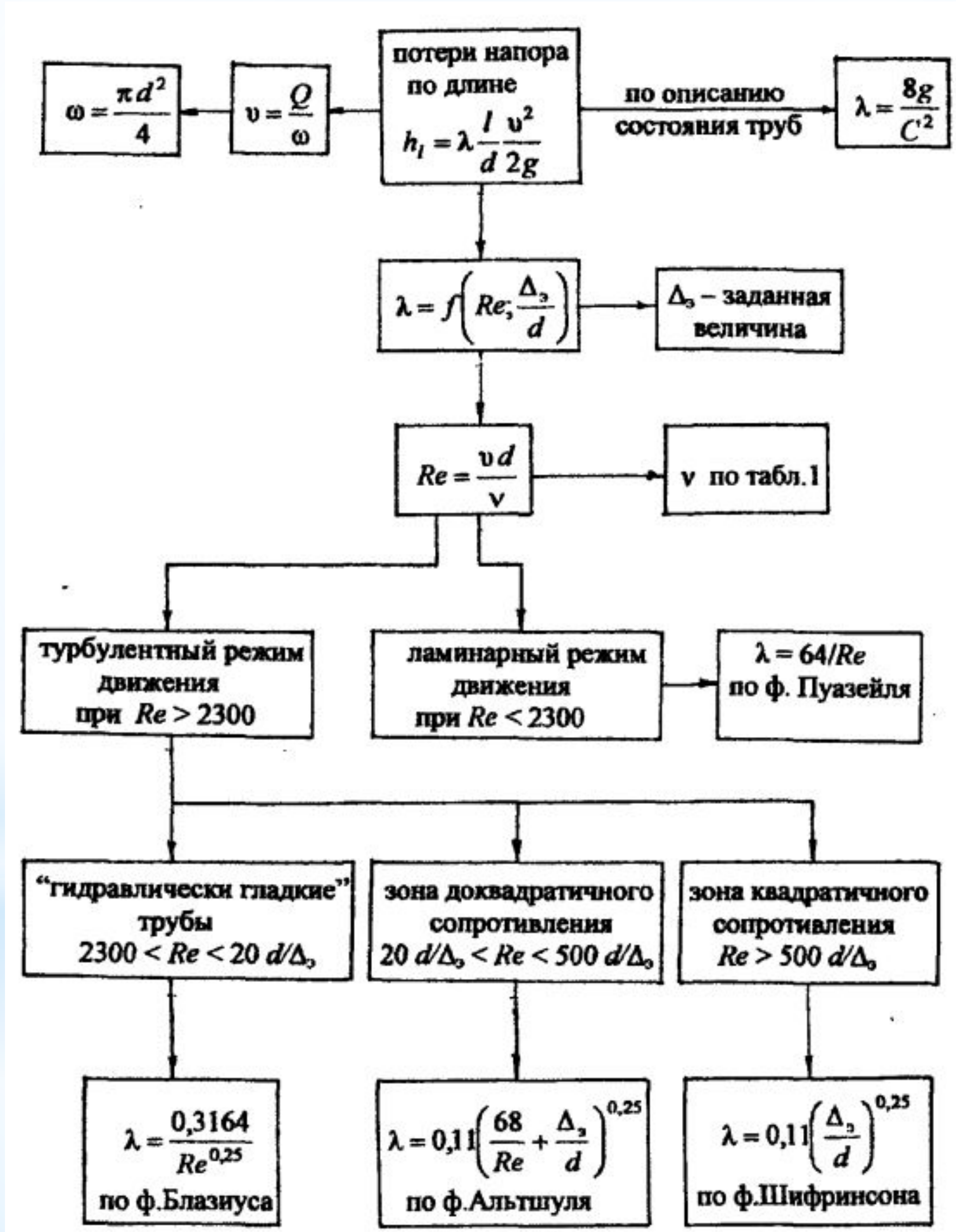
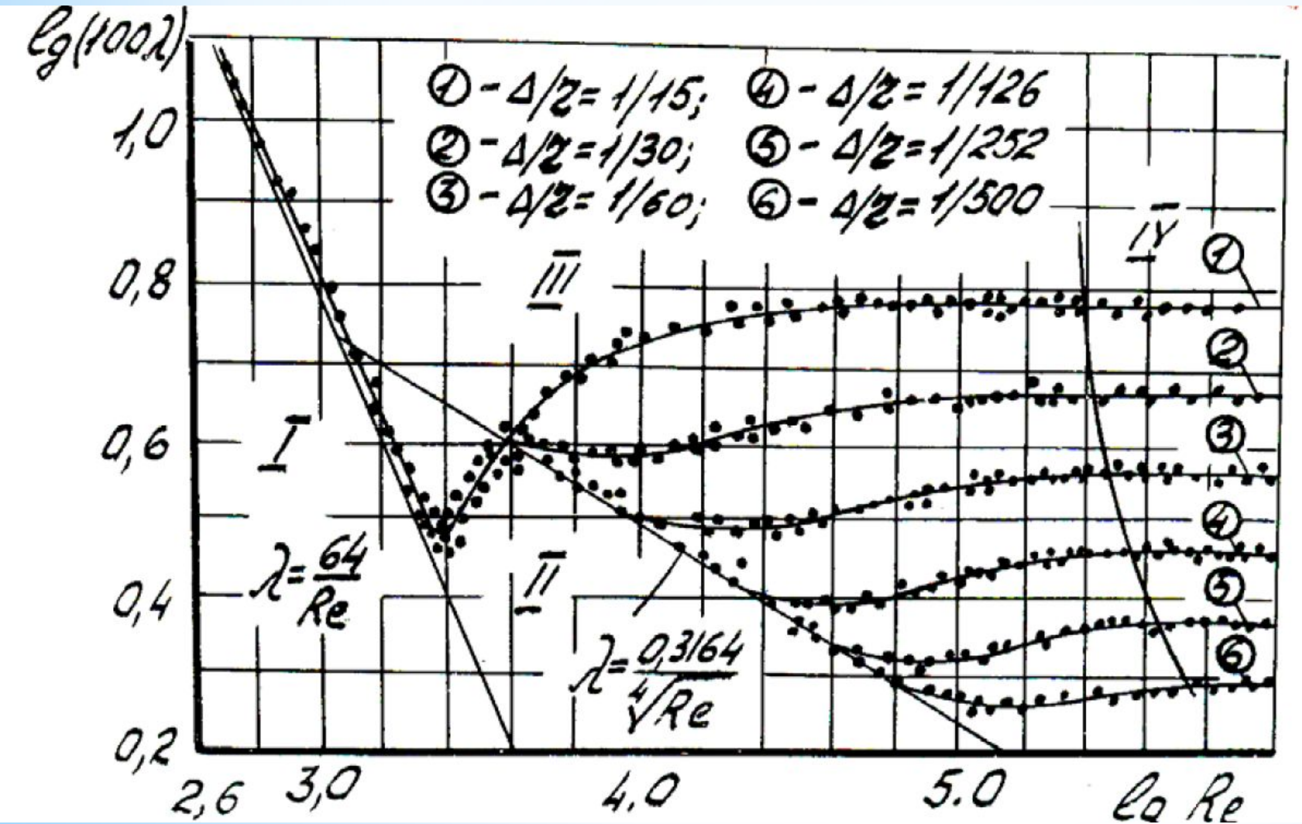


График Никурадзе

Опыты по исследованию изменения коэффициента гидравлического сопротивления (коэффициента Дарси, путевых потерь) в зависимости от числа Рейнольдса и шероховатости труб были проведены И.И.Никурадзе. Шероховатость в трубах создавалась искусственно, путем наклеивания на внутреннюю поверхность труб песчинок определенного размера.

На основе экспериментальных исследований Никурадзе предложил график, позволяющий определять значение коэффициента путевых потерь от режима и шероховатости труб.



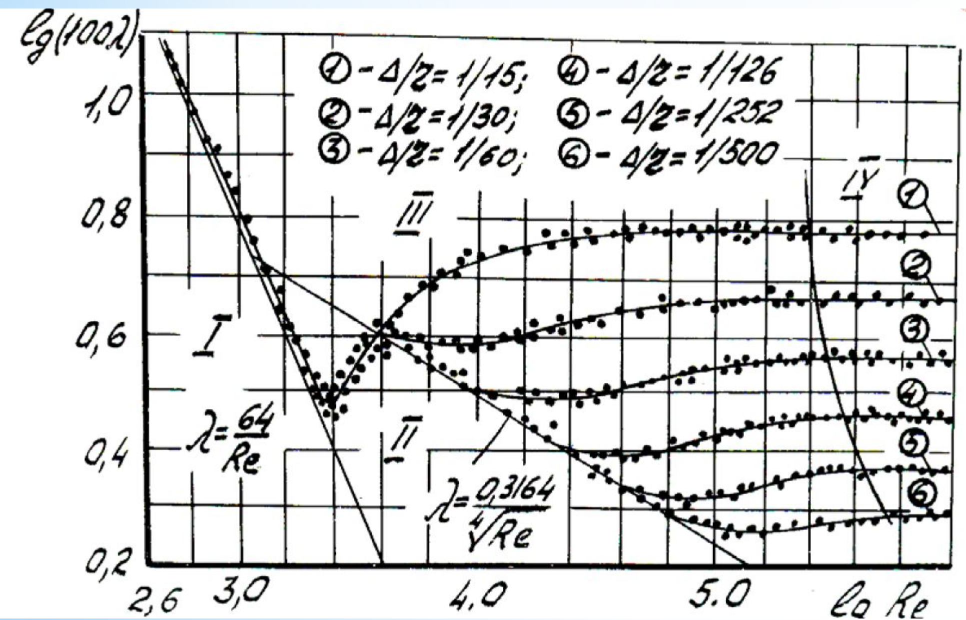
В зоне I существует ламинарный режим. Шероховатость влияния на значение коэффициента **λ** не оказывает, **λ = f(Re).**

Зона II - зона турбулентного режима в гидравлически гладких трубах. Хорошую сходимость с этими графиками дает уравнение Блазиуса.

Зона III. В этой зоне на величину **λ** существенное влияние оказывает и число Рейнольдса Re, и шероховатость. Необходимо пользоваться формулой Альтшуля.

Зона IV - зона турбулентного режима (квадратичного сопротивления). Число Re не влияет на **λ**, линии идут параллельно оси абсцисс. Здесь на величину **λ** влияет только шероховатость труб. В этой зоне можно использовать формулу Никурадзе для определения **λ**.

Особенность турбулентного режима движения жидкости проявляется в том, что существует несколько формул для определения коэффициента путевых потерь **λ** в зависимости от числа Рейнольдса и шероховатости трубопроводов. **Это видно и на графике Никурадзе. Для ламинарного режима движения жидкости имеем одну формулу для определения величины λ**



Пример 3: Определить удельное линейное падение давленая в трубопроводе тепловой сети. Внутренний диаметр трубопровода d= 100 мм. температура воды t=150°С, скорость *v = 2* м/с, абсолютная шероховатость труб Δ=0,5 мм.

Решение. Удельное линейное падение давления определяется по формуле:

$$\boldsymbol{h}_{\text{л.уд.}} = \boldsymbol{\lambda}\frac{\boldsymbol{v^2}}{\boldsymbol{2d}}\boldsymbol{\rho}$$

Для того чтобы выбрать расчетную формулу $\boldsymbol{\lambda}$, необходимо определить режим движения воды по критерию Рейнольдса

$$Re = \frac{vd}{\nu}$$

Кинематическая вязкость для воды с *t*=150°С $\nu = 0{,}202 \cdot 10^{-6}$ м^2/с. Так как $Re > Re_{\text{пред}}$, то коэффициент сопротивления трения определяется по формуле Шифринсона.

$$\boldsymbol{\lambda = 0{,}11\left(\frac{\Delta_\text{э}}{d}\right)^{0{,}25} = 0.11\left(\frac{0.0005}{0.1}\right)^{0.25} = 0{,}0292}$$

Плотность воды при ***t=150°C ρ*** $_{\boldsymbol{в}}$ ***=917 кг/м*** ^{э}. Удельное линейное падение давления

$$\boldsymbol{h}_{\text{л.уд.}} = \boldsymbol{\lambda}\frac{\boldsymbol{v}^{2}}{\mathbf{2}\boldsymbol{d}}\boldsymbol{\rho} = \mathbf{0,0292}\,\frac{\mathbf{917}\cdot\mathbf{2}^{\mathbf{3}}}{\mathbf{2}\cdot\mathbf{0,1}} = \mathbf{535,5}\ \text{Па/с}$$