Компьютерная арифметика

§ 27. Хранение в памяти вещественных чисел

Хранение вещественных чисел

С фиксированной запятой (в первых ЭВМ):

целая часть	дробная часть

0,00000000000012345 123450000000000000,0

для больших и маленьких чисел нужно масштабирование

С плавающей запятой (автоматическое масштабирование):

$$A = \pm Z \cdot B^{P}$$

$1{,}2345 \cdot 10^{-14}$ $1{,}2345 \cdot 10^{17}$

знак	порядок P	значащая часть Z
	положение запятой	цифры числа

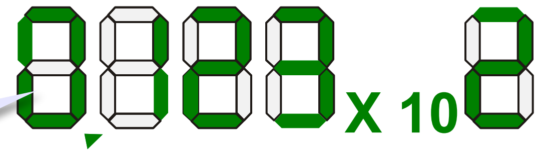
Хранение вещественных чисел

Теоретически оптимальный вариант (целая часть = 0):

$0{,}0012345 = 0{,}12345 \cdot 10^{-2}$

$12{,}345 = 0{,}12345 \cdot 10^{2}$

всегда 0



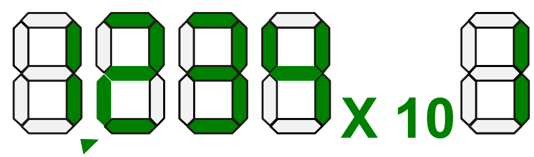
один разряд расходуется впустую!

основание системы счисления

Экономный вариант (целая часть от 1 до B):

$0{,}0012345 = 1{,}2345 \cdot 10^{-3}$

$12{,}345 = 1{,}2345 \cdot 10^{1}$



повышение точности при конечном числе разрядов

Нормализация

Нормализованная форма: значащая часть Z удовлетворяет условию $1 \le Z < B$, где B – основание системы счисления (стандарт *IEEE 754*).

Пример:

$17{,}25 = 10001{,}01_2 = 1{,}000101_2 \cdot 2^4$

всегда 1, её можно не хранить в памяти!

$5{,}375 =$

$7{,}625 =$

$27{,}875 =$

$13{,}5 =$

$0{,}125 =$

Число обычной точности (*single*)

знак	порядок	значащая часть

$$-17,25 = -10001,01_2 = -1,000101_2 \cdot 2^4$$

***single*:** 4 байта = 32 бита

31	30							23	22																						0
1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

знак

порядок со смещением

мантисса = дробная часть Z

$$p = 4 + 127 = 131 = 10000011_2$$

для *single*

1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

C	1	8	A	0	0	0	0

Диапазон вещественных чисел

тип	диапазон	число десятичных значащих цифр	размер (байт)
single	$1{,}4 \cdot 10^{-45} – 3{,}4 \cdot 10^{38}$	7-8	4
double	$4{,}9 \cdot 10^{-324} – 1{,}8 \cdot 10^{308}$	15-16	8
extended	$3{,}6 \cdot 10^{-4951} – 1{,}2 \cdot 10^{4932}$	19-20	10

Extended – тип для вычислений в сопроцессоре, единица в значащей части не скрывается.

Single, double – только для хранения.

Компьютерная арифметика

§ 28. Операции с вещественными числами

Сложение и вычитание

Как сложить два числа с плавающей запятой?

$$1{,}2345 \cdot 10^{-5} + 1{,}2345 \cdot 10^{5} = ?$$

Пример:

$$7{,}25 = 111{,}01_2 = 1{,}1101_2 \cdot 2^2$$

$$1{,}75 = 1{,}11_2 = 1{,}11_2 \cdot 2^0$$

1) порядки выравниваются до большего

$$1{,}75 = 0{,}0111_2 \cdot 2^2$$

2) значащие части складываются (или вычитаются)

$$\begin{array}{r} 1{,}1101_2 \\ +\ 0{,}0111_2 \\ \hline 10{,}0100_2 \end{array}$$

3) результат нормализуется

$$10{,}01_2 \cdot 2^2 = 1{,}001_2 \cdot 2^3$$

Почему порядки выравнивают до большего?

Умножение и деление

Как умножить два числа с плавающей запятой?

$$1{,}2345 \cdot 10^{-5} \cdot 1{,}2345 \cdot 10^{5} = ?$$

Пример:

$$1{,}75 = 1{,}11_2 = 1{,}11_2 \cdot 2^0$$

$$6 = 110_2 = 1{,}1_2 \cdot 2^2$$

Надо ли выравнивать порядки?

1) значащие части умножаются (или делятся)

$$1{,}11_2 \cdot 1{,}1_2 = 10{,}101_2$$

2) порядки складываются (или вычитаются)

$$0 + 2 = 2$$

3) результат нормализуется

$$10{,}101_2 \cdot 2^2 = 1{,}0101_2 \cdot 2^3$$

Правила записи ответа:

$$17{,}25 = 10001{,}01_2 = 1{,}000101_2 \cdot 2^4$$

17,25=10001,01(2)=1,000101$_2$·2^4